



A chaque fois que vous rencontrerez un pictogramme AURASMA, flashez le avec l'appli aurasma. Le cours sur la notion apparaîtra en réalité augmentée. Prenez soin de mettre vos écouteurs afin de ne pas perturber vos camarades.

### *Problématiques pédagogiques :*

- Comment développer avec la double distributivité ?
- Comment développer avec l'identité remarquable  $(a+b)^2$  ?
- Comment développer avec l'identité remarquable  $(a-b)^2$  ?
- Comment développer avec l'identité remarquable  $a^2 - b^2$  ?
- Comment factoriser avec un facteur commun  $ka + kb$  ?
- Comment factoriser avec une identité remarquable ?
- Comment résoudre graphiquement une équation ?
- Se familiariser avec l'histoire mathématique autour des équations
- Approcher le vocabulaire anglais des équations

### *Algorithmique :*

- Premiers exemples d'algorithmes

### *Histoire :*

- Al-Kwarizmi IX<sup>ème</sup> siècle

## Al-Kwarizmi, père de l'algèbre



Astronome né à Khwarizem (Ouzbékistan) dont on pourrait trouver quelques ressemblances avec le méchant *Jaffar* du film *Aladdin* de *Walt Disney* !

*Al Khwarizmi* et les frères *Banu Musa* (IXème siècle) sont des disciples du calife *al Mamum* dans la **Maison de la Sagesse** (Bayt al Hikma) à *Bagdad*, une sorte d'école regroupant savants et philosophes. Leurs tâches consistent à traduire des manuscrits scientifiques grecs et indiens pour étudier la numération, l'algèbre, la géométrie ou l'astronomie. Son ouvrage *Kitâb al-jabr wa al-muqâbala*, « *Le livre du rajout et de l'équilibre* » qui sera traduit en latin au XIIème siècle sous le titre d'*Algebra* présente sa méthode de résolution des équations (*muadala*).

Elle consiste en :

- **al jabr** (le reboutement,  $4x - 3 = 5$  devient  $4x = 5 + 3$ ), le mot est devenu "[algèbre](#)" aujourd'hui.


Dans l'équation, un terme négatif est accepté mais *al Khwarizmi* s'attache à s'en débarrasser au plus vite. Pour cela, il ajoute son opposé des deux côtés de l'équation.

- **al muqabala** (la réduction,  $4x = 9 + 3x$  devient  $x = 9$ )

Les termes semblables sont réduits.

- **al hatt** ( $2x = 8$  devient  $x = 4$ )

Division de chaque terme par un même nombre.

<p><b>Comment développer avec la double distributivité ?</b></p>	 AURASMA Double distributivité	<p>Niveau de Compétences</p>
--	--	------------------------------

$$A = 5(x + 3)$$

$$B = 4(3 - 2x)$$

$$C = -5(2x - 7)$$

$$D = -3(-5x + 2)$$

$$E = (x + 5)(x + 2)$$

$$F = (x + 1)(x - 3)$$


$$G = (2x + 3)(x + 4)$$

$$H = (-x + 3)(2x - 7)$$

$$I = (-x + 5)(-4x + 7)$$

$$J = (-3x + 4)(-2x - 5)$$

$$K = (5 - 2x)(3 + 4x)$$

<p><b>Comment factoriser avec un facteur commun <math>ka + kb</math> ?</b></p>	 AURASMA $ka+kb = k(a+b)$	<p>Niveau de compétences</p>
--	---	------------------------------

$$A = 3a + 3b$$



$$B = 2x - 2y$$

$$C = 3x + 6$$

$$D = 4y + 2$$

$$E = 5a + 5$$

$$F = 4 - 4x$$

<p><b>Comment développer avec l'identité remarquable <math>(a+b)^2</math> ?</b></p>	 AURASMA $(a+b)^2$	<p>Niveau de compétences</p>
<p><b>Comment développer avec l'identité remarquable <math>(a-b)^2</math> ?</b></p>	 AURASMA $(a-b)^2$	<p>Niveau de compétences</p>

<p><b>Comment développer avec l' identité remarquable <math>(a+b)(a-b)</math> ?</b></p>		<p>Niveau de compétences</p>
---	--	------------------------------

1) Compléter :

a)  $(3t + \dots)^2 = 9t^2 + \dots + 49$

b)  $(y - \dots)^2 = y^2 - 14y + \dots$

c)  $(\dots + 5)^2 = \dots + 10a + 25$

d)  $(x - \dots)^2 = x^2 - 2x + \dots$

2) Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :

$A = (x + 2)^2$

$B = (x - 5)^2$

$C = (3 + x)^2$

$D = (7 - x)^2$

$E = (2x + 4)^2$

$F = (6x - 1)^2$

$G = (4 - 2x)^2$

$H = (2x + 3y)^2$


$I = (a - 7b)^2$

$J = (-6x + 3y)^2$

$K = (x - 3)(x + 3)$

$L = (5x + 2)(5x - 2)$

$M = (-2x + 4)(-2x - 4) \quad N = (x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7})$

<p><b>Comment factoriser avec une identité remarquable ?</b></p>		<p>Niveau de compétences</p>
--	--	------------------------------

1) Compléter :

a)  $(4y + \dots)^2 = 16y^2 + \dots + 36$

b)  $(y - \dots)^2 = y^2 - 3y + \dots$

c)  $(\dots + 5)^2 = \dots + a + 25$

d)  $(\dots - 2)^2 = \dots - 2x + \dots$

2) Factoriser les expressions suivantes :

$A = x^2 - 4$

$B = 9x^2 - 1$

$C = 25x^2 - 9$

$D = 4a^2 - 49b^2$



$$E = x^2 - \frac{1}{4}$$

$$F = \frac{16}{9}x^2 - \frac{25}{4}$$

$$G = -x^2 + 9$$

$$H = x^2 + 4x + 4$$

$$I = a^2 - 22a + 121$$

$$J = 9x^2 + 12x + 4$$

$$K = 25x^2 + 30x + 9$$

$$L = 4y^2 - 20y + 25$$

$$M = 4x^2 + 2x + \frac{1}{4}$$

$$N = (1 - 3x)^2 - 3$$

$$O = 2x^2 - 9$$

$$P = (2x + 3)^2 - 4(x + 1)^2$$

$$Q = (2x - 1)^2 - (7x - 1)^2$$

**Comment factoriser avec un facteur commun compliqué ?**



Niveau de compétences

$$A = (x + 2)(2x - 3) + (x + 2)(5x + 7)$$

$$H = (4x + 6)(x - 1) + (2x + 3)(x - 9)$$

$$B = 4x(x + 3) + 2(x + 3)$$

$$I = x^2 - 4 + (x + 2)(3x - 5)$$

$$C = 3x + 2 + (x + 4)(3x + 2)$$

$$J = 3(4 - x)^2 + (x + 2)(x - 4)$$

$$D = (2x + 7)^2 + (2x + 7)(6x + 8)$$

$$K = (2x + 1)^2 - 4x - 2 + 4x^2 - 1$$

$$E = (2x - 5)(x + 1) + (5 - 2x)(2x - 1)$$

$$L = (5x - 3)(x + 1) + 6x - 10x^2 + (3 - 5x)^2$$

$$F = (5x + 2)(2x - 1) - (5x + 2)(5 - x)$$

$$M = (2x - 4)^2 - 3x + 6$$

$$G = x(-x + 4) - 2x(2x + 3)$$

**Comment mettre des fractions au même dénominateur ?**



Niveau de compétences

Mettre au même dénominateur en précisant les valeurs interdites.

$$A = \frac{2}{x-1} + \frac{1}{x+1}$$

$$B = \frac{2x+3}{x-4} - \frac{3x+2}{x+4}$$

$$C = \frac{-3x+8}{x+3} - 2$$

$$D = \frac{2x-1}{x+3} - \frac{-x+2}{x-6}$$

$$E = x - 4 + \frac{4}{x}$$

$$F = 16 - \frac{25x^2}{x^2 + 1}$$

$$G = 4 - \frac{1}{(x-3)^2}$$

$$H = \frac{x+1}{x+3} - \frac{x+3}{x+1}$$

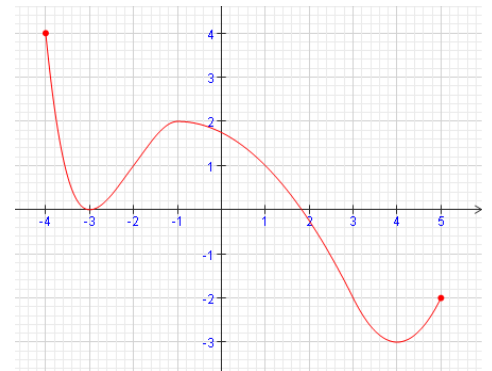
**Comment résoudre graphiquement une équation ?**



Niveau de  
compétences

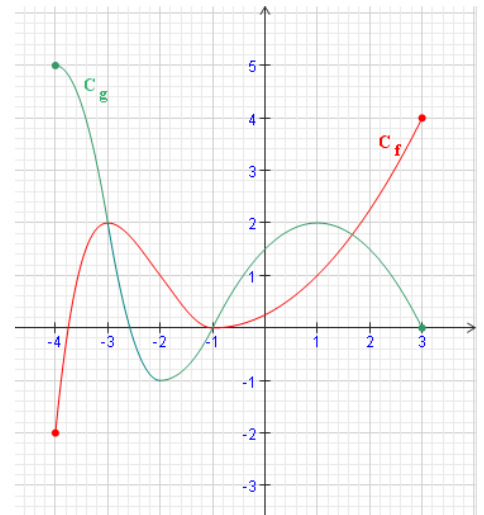
- 1) On a représenté ci-dessous une fonction  $f$ .  
Résoudre graphiquement les équations :

- a)  $f(x) = -2$
- b)  $f(x) = 1$
- c)  $f(x) = 5$
- d)  $f(x) = 0$



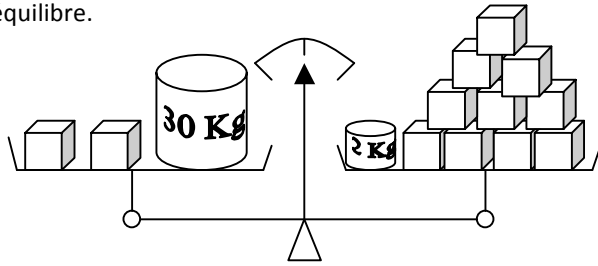
- 2) On a représenté ci-dessous en vert la fonction  $g$  et en rouge la fonction  $f$ . Résoudre graphiquement les équations :

- a)  $f(x) = 2$
- b)  $g(x) = 0$
- c)  $f(x) = g(x)$
- d)  $g(x) = -1$
- e)  $g(x) = 2$

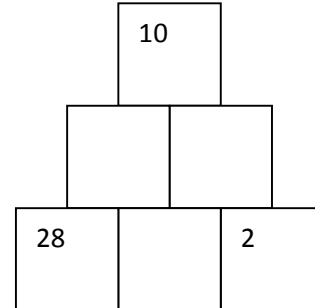


### Activité 11\_Transformer pour résoudre un problème

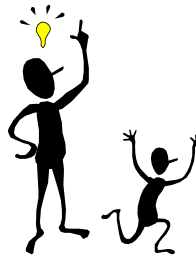
1. Tous les cubes ont la même masse. La balance est en équilibre.



2. Complète la pyramide de telle manière que chaque nombre soit la somme des deux nombres situés en dessous. On note  $x$  le nombre situé entre 28 et 2.

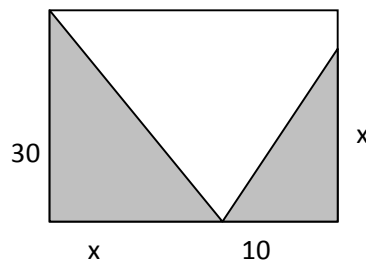


3. Un père a 30 ans. Son fils a 10 ans. Dans combien d'années, l'âge du père sera-t-il le double de celui du fils ? On note  $x$  ce nombre d'années.

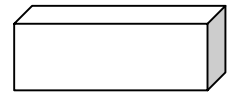


4. On procède à l'élection des délégués dans une classe de 2GT qui compte 30 élèves. Sabine obtient 10 voix de plus que Bernard et Bernard obtient 2 voix de moins que Guillaume. Combien de voix, Sabine, a-t-elle obtenues ? (On note  $x$  le nombre de voix de Sabine).

5. Déterminer  $x$  pour que l'aire grisée soit égale à la moitié de l'aire du rectangle.



6. Trouver la largeur du parallépipède rectangle tel que :



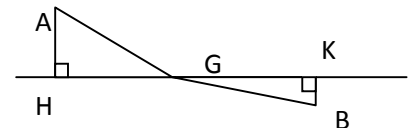
- sa hauteur soit de 30 cm,
- sa longueur soit 10 fois plus grande que sa largeur,
- Son aire et son volume aient même valeur numérique.

On note  $x$  la largeur en cm.

7. Dans un collège est diffusé en avant première, le film "Titanic". Pour payer la séance, chaque élève doit payer 30 euros. Le jour de la diffusion, 10 élèves sont absents et chaque élève doit payer 2 euros de plus que prévu. Combien d'élèves assistent au film ? On note  $x$  ce nombre d'élèves.

8. Pour aller de Grenoble au col du Glandon à vélo, Isabelle roule à la vitesse de 10 km/h. Arrivée au col, elle se repose 2 heures. Au retour, elle roule à 30 km/h. Sachant que la promenade a duré 10 heures, Quelle est la distance entre Grenoble et le col du Glandon?

9. Deux villes A et B sont respectivement distantes de 10 km et de 2 km d'une voie ferrée rectiligne. On projette d'implanter une gare G situées à égale distance des 2 villes en remplacement de 2 gares H et K distantes de 30km. A quelle distance de H se trouve la nouvelle gare G ?



- a)  $\frac{x}{10} + 2 + \frac{x}{30} = 10$       g)  $\frac{30x}{2} + \frac{10x}{2} = \frac{30(x+10)}{2}$   
 b)  $(30+x) = 2(10+x)$       h)  $2(30x + x \times 10x + 30 \times 10x) = x \times 10x \times 30$   
 c)  $30(x+10) = x(30+2)$       i)  $10x + 2 = 2x + 30$   
 d)  $30x + 10x = 30(x+10)$       j)  $10 \times 30 = 2x$   
 e)  $x^2 + 10^2 = (30-x)^2 + 2^2$       k)  $30 + 2x = 10$   
 f)  $30 + x = 10 - 2x$       l)  $x + (x-10) + (x-10+2) = 30$

## Synthèse sur le calcul littéral

<p>Développement</p> <p>Transformer un produit en somme</p>	<p>Distributivité :</p> $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$	$2(x + 3) =$ $(-x + 2) \times (-3) =$
	<p>Double distributivité :</p> $(a + b) \times (c + d)$ $= a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$	$(x + 4)(2x - 3) =$ $(-2x - 3)(-x + 4) =$
	<p>A l'aide d'identités remarquables :</p> $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$(2x + 3)^2 =$ $(4x - 5)^2 =$
<p>Factorisation</p> <p>Transformer une somme en produit</p>	<p>A l'aide d'un facteur commun :</p> $a \times b + a \times c = a \times (b + c)$	$-2x + 3x^2 =$ $(2x + 3) \times (x - 1) + (2x + 3) \times 4 =$
	<p>A l'aide d'identités remarquables :</p> $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$	$x^2 + 4x + 4 =$ $4x^2 - 8x + 4 =$ $x^2 - 9 =$
<p>Mise au même dénominateur</p>	<p>On multiplie chaque numérateur par les dénominateurs des autres fractions</p>	$\frac{2}{x + 1} + \frac{3}{x} =$
<p>Résolution d'une équation</p>	<p>Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul</p> <p>Un quotient est nul si et seulement si son numérateur est nul</p>	$(2x + 4)(-3x - 2) = 0$ $\frac{-x - 1}{4x + 1} = 0$

## English corner

1. Substitution in formulas : it means replacing letters in formulas or expressions with numbers.

When replacing letters with numbers, use brackets to avoid problems with minus signs.

Ex :

Work out the value of  $ab + c$  if  $a = -3, b = 4$  and  $c = 5$ .

Calculate  $x^2 - xy + 1$  if  $x = \frac{1}{3}$  and  $y = -2$ .

2. Expansion and simplification : Expand in mathematics means multiply out. When expanding brackets, the term outside the brackets is multiplied by each term inside the brackets.

Ex.  $(4x + 1)(2x - 3)$

First, expand :

Second, simplify :

3. Factorisation : it is the opposite of expansion. Factorisation puts an expression back into several factors. To factorise an expression, find the common factor of terms.

Ex.  $6x^2 - 9x =$

4. Algorithm :

- a. Write down the algebraic expression with the following algorithm.

Think of a number. Double your number. Add 10. Divide by 2. Subtract the original number.

- b. Explain the following algorithm :

Ask a ;

Ask b ;

if  $a \neq 0$  then  $x = -\frac{b}{a}$

Else if  $b = 0$  then the set of solution is  $\mathbb{R}$

else there's no solution

- c. Give an algorithm to solve a linear equation  $ax + b = cx + d$ , with  $a, b, c, d$  real numbers.