A chaque fois que vous rencontrerez un pictogramme AURASMA, flashez le avec l'appli aurasma. Le cours sur la notion apparaîtra en réalité augmentée. Prenez soin de mettre vos écouteurs afin de ne pas perturber vos camarades.

Problématiques pédagogiques :

- Comment tracer une droite dans le plan repéré ?
- Comment déterminer l'équation d'une droite ?
- Comment montrer que trois points sont alignés ?
- Comment reconnaître que deux droites sont sécantes ou parallèles ?
- Comment déterminer les coordonnées du point d'intersection de deux droites sécantes ?

Algorithmique :

- Instructions conditionnelles
- Initiation à Python

Histoire :

- Carl Friedrich Gauss, XVIIIème

Carl Friedrich Gauss, XVIIIè

Surnommé le *Prince des mathématiciens*, *Carl Friedrich Gauss* étudia tous les domaines des mathématiques et contribua à développer la plupart des branches des sciences.

Gauss naît le 30 avril 1777 à Brunswick dans une famille d'artisans. Enfant prodige, il apprend à lire et à compter dès l'age de trois ans et on raconte qu'à cet age, il corrige une erreur dans les comptes de son père. Une seconde anecdote relate également comment *Gauss* sait faire preuve d'un talent remarquable pour le calcul mental. Voulant occuper ses élèves, le professeur demande d'effectuer des additions, plus exactement d'effectuer la somme des nombres de 1 à 100. Après très peu de temps, le jeune *Gauss*, alors âgé de 10 ans, impressionne son professeur en donnant la réponse correcte. Agé seulement de 19 ans, *Gauss* découvre une solution au **problème de construction à la règle et au compas d'un polygone régulier à 17 côtés**. Poursuivant les travaux commencés par les savants grecs de l'Antiquité, il démontre également que ce type de construction pour un nombre impair de côtés n'est possible qu'avec un nombre de côtés égal à l'un des nombres premiers 3, 5, 17, 257, 65567 ou un produit de ses nombres.

En 1799, *Gauss* propose comme sujet de thèse sa première démonstration du **théorème fondamental de l'algèbre** qui énonce que le nombre de racines d'une équation est égal au degré de cette équation. Sa démonstration le conduit à concevoir une représentation géométrique des nombres complexes comme point du plan.Par exemple, l'équation $x^4 + 3x^2 - 5x + 3 = 0$ possède 4 solutions (non nécessairement réelles).
C'est dans le domaine des probabilités que le nom de *Gauss* reste le plus célèbre. Il conçoit une loi statistique continue, appelée **loi normale** ou **loi de Laplace-Gauss**, dont la répartition est représentée par la fameuse courbe en cloche.L'adjectif « normale » s'explique par le fait que cette loi décrit et modélise des situations statistiques aléatoires concrètes et naturelles.

A partir de 1801, *Gauss* prête un intérêt ostensible pour l'**astronomie**. La même année l'astéroïde *Cérès*, découvert récemment, disparaît subitement des télescopes. *Gauss* en détermine la trajectoire et prédit le retour de l'astéroïde sans se tromper en appliquant la **méthode d'approximation des moindres carrés**. Cette méthode consiste à créer un modèle mathématique à partir de données expérimentales et permet de minimiser l'impact des erreurs expérimentales. Elle est encore utilisée aujourd'hui pour les sciences.

Comment tracer une droite dans le plan repéré ?	AURASMA Tracer une droite	Niveau de compétences

Tracer les droites d'équations :

$y = 3x + 1$

$y = -2x - 1$

$y = x - 2$

$y = -x + 2$

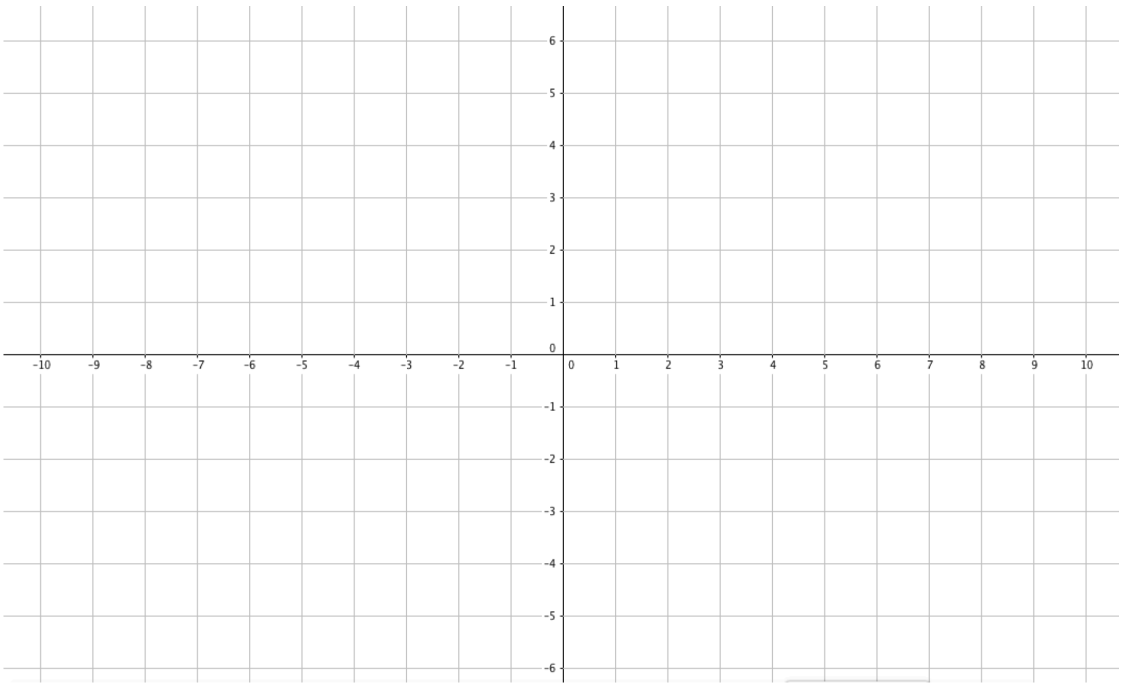
$y = \frac{3}{4}x + 3$

$y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

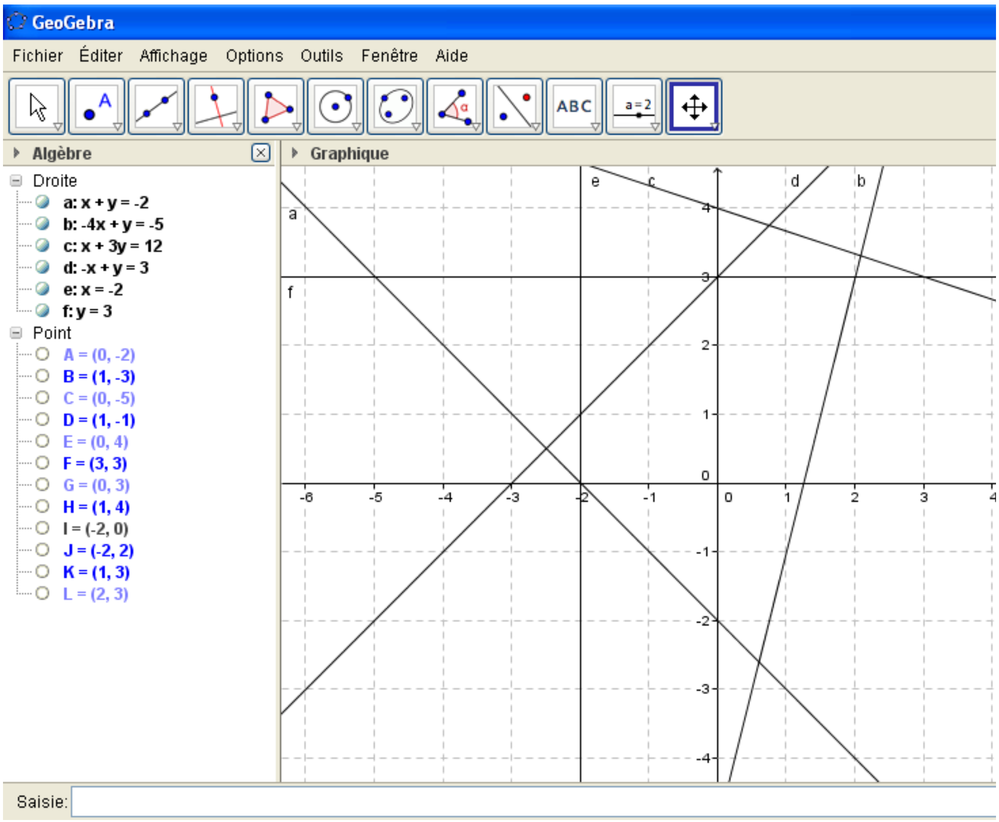
$y = 6$

$y = \frac{7}{5}x - 1$

$x = -2$



Comment déterminer l'équation d'une droite graphiquement ?	AURASMA Equation de droite par le graphique	Niveau de compétences

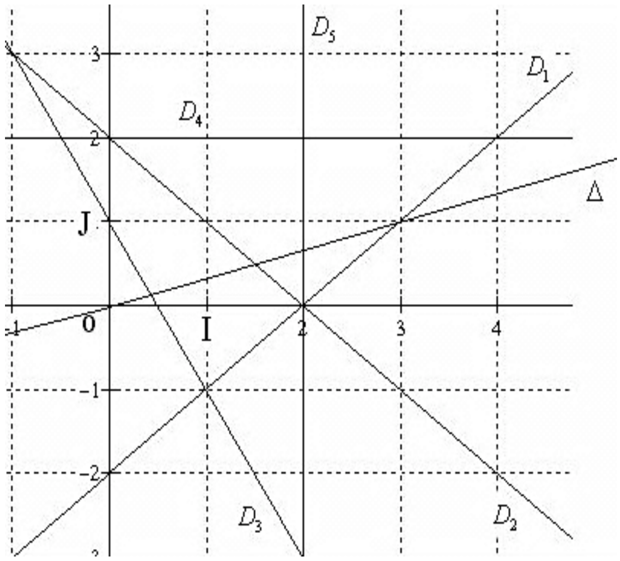


Pour chaque droite, complétez le tableau suivant :

Nom de la droite	Ordonnée à l'origine (lecture graphique)	Coefficient directeur (lecture graphique)	Equation de droite $y = ax + b$

On considère la figure ci-contre :

1. Utiliser le graphique pour lire les équations des droites D_1, D_2 et D_3.
2. Donner une équation des droites D_4 et D_5.
3. Déterminer le point d'intersection des droites D_4 et D_5.
4. Déterminer une équation de la droite Δ par lecture graphique.



Comment déterminer l'équation d'une droite par le calcul ?	AURASMA Equation de droite par le calcul	Niveau de compétences

Soit $A(-1,-1), B(2,5)$.

1. Ecrire une équation de la droite (AB).
2. Le point $C(10,21)$ appartient-il à (AB) ?

Soient les points $A(2,-3), B(5,6), C(2,6)$.

1. Placer les points A, B et C dans un repère orthonormé.
2. Tracer les droites $(AB), (AC) et\ (BC)$.
3. Déterminer les équations de chaque droite par le calcul.

Comment montrer que trois points sont alignés ?	AURASMA 3 points alignés	Niveau de compétences

Soit $A(-2,-3), B(3,6), C(6,11), D(-3,-4), E(1;2,7)$.

1. La droite (BC) a pour équation $y = \frac{5}{3}x + 1$. Les points B, C et E sont-ils alignés ?
2. Que dire des points B, C et D ?
3. Construire la droite (AB) dans un repère orthonormé, puis trouver l'équation de la droite (AB) par lecture graphique.
4. Les points A, B et C sont-ils alignés ?

Soit $A(-4,-2), B(-5,-10), C(1,2), L(5,-5)$,

1. Trouver l'équation de la droite (AL) par le calcul.
2. Démontrer que A, L et C sont alignés.
3. Déterminer les coordonnées de K milieu de $[OC]$ et de P milieu de $[BC]$.
4. Les points K, L et P sont-ils alignés ?

Comment montrer que deux droites sont parallèles ?	AURASMA Droites parallèles	Niveau de compétences

Soit $A(-4,-3), B(8,1), C(6,-4), D(-2,2)$. Démontrer que les droites $(AC) et\ (DB)$ sont parallèles.

Par simple observation, les droites d et d' sont-elles parallèles ?

$d : y = 2x - 1\ \ et\ d' : y = 3x - 1$

$d : y = -4x + 5\ \ et\ d' : y = -4x + 1$

$d : y = \frac{2}{5}x - 3\ \ et\ d' : y = 0{,}4x + 2$

$d : y = 3\ \ et\ d' : y = 3x$

A l'aide du calcul de coefficient directeur, dites si les droites $(AB) et\ (DC)$ sont parallèles.

1. $A(-3,1), B(5,4), C(2,-2), D(5,-1)$.
2. $A(-4,-5), B(5,-2), C(-1,2), D(5,4)$.
3. $A(-3,-1), B\left(0,-\frac{7}{4}\right), C(2,0), D(-2,1)$.

Ecrire une équation de la droite parallèle à la droite $d: y = 3x - 4$ et passant par :

1. $E(3, -2)$
2. $F(0,3)$
3. $G(2,1)$.

Ecrire une équation de la droite d' passant par le point A et parallèle à la droite d :

1. $d: y = -x + 3 \; et \; A(-2,6)$
2. $d: y = -5x \; et \; A(1, -4)$

Sur un logiciel de géométrie, tracer la parabole d'équation $y = x^2$.

1. Placer deux points A et B sur la parabole non symétriques par rapport à l'axe (OJ).
2. Construire le point C de la parabole tel que $(AB) \; et \; (OC)$ soient parallèles.
3. Conjecturer une relation entre les abscisses des points A, B et C.
4. Démonstration : On note x_A, x_B, x_C les abscisses de A, B et C.
   a. Quelles sont leurs ordonnées ?
   b. En déduire les coefficients directeurs des droites $(AB) \; et \; (OC)$.
   c. Démontrer la relation conjecturée à la question 3.

Comment déterminer les coordonnées du point d'intersection de deux droites sécantes ?	AURASMA Intersection de deux droites	Niveau de compétences

On considère les droites $d: y = 2x - 1 \; et \; d': y = -x + 4$.

1. Montrer que les droites sont sécantes.
2. Préciser leur point d'intersection.

On considère les droites $d: y = -3x + 4 \; et \; d': y = \frac{x}{3} - 1$.

1. Montrer que les droites sont sécantes.
2. Préciser leur point d'intersection.

Le plan étant muni d'un repère orthogonal $(O;\vec{i},\vec{j})$, d'unités 2 cm sur l'axe des abscisses et 0,5 cm sur l'axe des ordonnées :

1. Tracer la droite (D) d'équation $\mathrm{y} = 3\mathrm{x} + 5$.

2. Le point $B(1\ ;7)$ appartient-il à (D) ?
3. Déterminer les coordonnées du point A de (D) dont l'ordonnée est égale à 2.
4. Déterminer les coordonnées des points d'intersection I et J de (D) avec l'axe des abscisses, avec l'axe des ordonnées respectivement.
5. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite Δ_1 d'équation $\mathrm{y} = -3\mathrm{x} + 7$ et de la droite Δ_2 d'équation $y = \mathrm{x} + 5$.

Résolution graphique d'équations

On donne dans un repère orthonormal $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ du plan :

- les points $A(-1\ ,2), B(-2{,}2), C(1,-2) et\ D(3{,}2)$
- les droites : Δ d'équation $2\mathrm{x} - 5\mathrm{y} + 4 = 0$ et Δ' d'équation $2\mathrm{x} + \mathrm{y} = 0$.

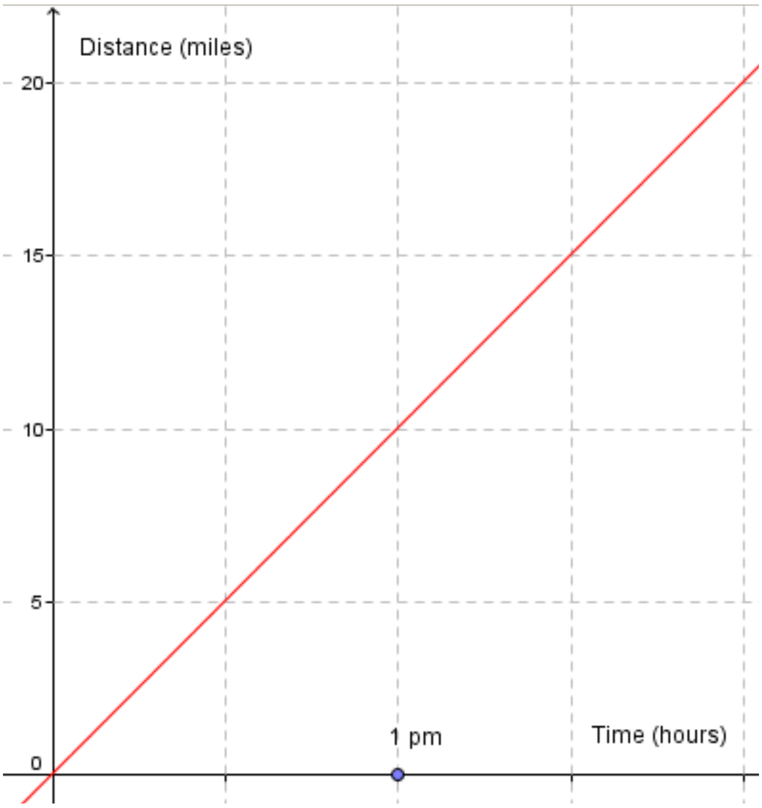
1. Donner les équations réduites $y = ax + b$ des droites Δ et Δ'.
2. Vérifier que la droite Δ' passe par A et C.
3. En déduire une équation de la droite (AC).
4. Calculer les coordonnées du point d'intersection des droites (AC) et Δ.

English corner

Exercise 1

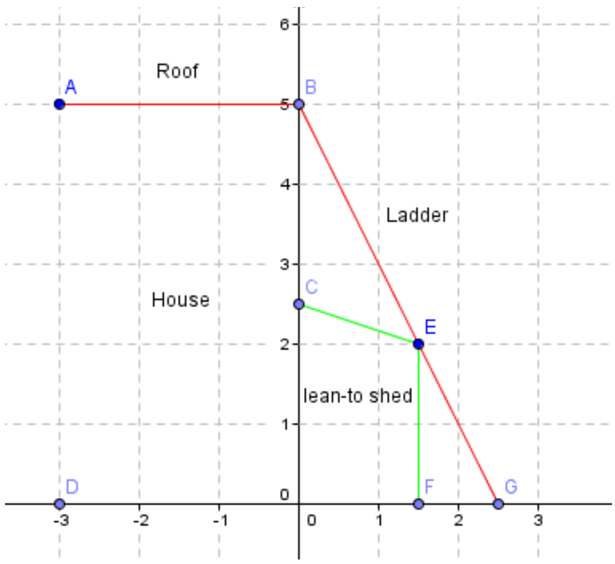
The following graph represents a bike ride from Bournemouth to New Forest National Park.

1. Sketch this graph on your own paper.
2. What's the average speed of the cyclist in miles per hour ?
3. Another cyclist is traveling from New Forest to Bournemouth at a constant speed of 12 miles per hour. At 1pm, the cyclist is 15 miles from Bournemouth. On the same diagram, draw the graph that shows the journey of this cyclist to Bournemouth.
4. At what time does the cyclist get to Bournemouth ?
5. At what time are both cyclists at the same distance from Bournemouth ?



Exercise 2

To clean the upstairs window on the side of a house, it is necessary to position the ladder sa that it touches the edge of the lean-to shed. The coordinates represent distances between 0 in meters, in the x and y directions shown below.



1. Find the height of point B reached by the top of the ladder.
2. Determine the length of the ladder to the nearest centimeter.
3. A second ladder, touching the top of the roof (7meters high) is parallel to the first one. Where does it touch the ground ?

Exercise 3

In the frame of reference, $A(2,1), B(5,-3), C(0,3), D(6,-5)$. Show that lines (AB) and (DC) are parallel.