A chaque fois que vous rencontrerez un pictogramme AURASMA, flashez le avec l'appli aurasma. Le cours sur la notion apparaîtra en réalité augmentée. Prenez soin de mettre vos écouteurs afin de ne pas perturber vos camarades.

Problématiques pédagogiques :

- Comment définir un contraire ?
- Comment caractériser deux évènements incompatibles ?
- Comment caractériser l'intersection et la réunion de deux évènements ?

Histoire :

- Blaise Pascal, XVIIème siècle

Blaise Pascal, XVIIème siècle

Le jeune *Pascal* prend rapidement un goût vif pour les mathématiques. A l'age de douze ans, avec « des barres et des ronds » et sur une simple définition, il trouve moyen d'arriver seul et sans livre jusqu'à la 32e proposition des Eléments d'Euclide. A 16 ans, il écrit en latin *"Essay pour les coniques"*, où est résumé tout ce qu'on sait sur les coniques depuis Apollonius de Perge (-262 ; -190) et dont l'élégance sera remarquée par René Descartes (1596 ; 1650). *Pascal* conçoit et fait fabriquer une machine arithmétique (appelée **la Pascaline**) pour la simplification des calculs, en particulier des additions. En fait, cet instrument est plus merveilleux qu'utile. Il lui coûte un travail infini et ne se vendra qu'en une cinquantaine d'exemplaires, le coût de fabrication étant trop élevé. En 1654, il entretient avec Pierre de Fermat des correspondances sur le thème des jeux de hasard qui les mènent à exposer une théorie nouvelle : les **calculs de probabilités**. Ils s'intéressent à la résolution de problèmes de dénombrement comme par exemple celui du *Chevalier de Méré* : « Comment distribuer équitablement la mise à un jeu de hasard interrompu avant la fin ? » La même année, il fait la découverte d'un triangle arithmétique, appelé aujourd'hui **"triangle de Pascal"**. Son but est d'exposer mathématiquement certaines combinaisons numériques dans les jeux de hasard et les paris. En 1658, sa santé, déjà fragile, se détériore et pour se distraire de souffrances physiques insupportables, il se met à étudier les propriétés de la cycloïde ou roulette. Ses souffrances disparaissant aussitôt, il le voit comme un message de Dieu lui autorisant de s'adonner à nouveau à ses deux passions en même temps. Vers la fin de sa vie, *Pascal* reprend les recherches en calcul infinitésimal de Simon Stevin (1548 ; 1620) et René Descartes (1596 ; 1650). Ses notations sont encore lourdes parce qu'il s'appuie sur la géométrie. Plus tard, Wilhelm Gottfried Leibniz (1646 ; 1716) et Isaac Newton (1642 ; 1727) qui poursuivront dans ce domaine utiliseront un langage algébrique symbolique. Pour finir, citons *Chateaubriand* (Génie du christianisme, 3e partie, II, 6) : *«Il y avait un homme qui, à douze ans, avec des barres et des ronds, avait créé les mathématiques; qui, à seize ans, avait fait le plus savant traité des coniques qu'on eût vu depuis l'antiquité; qui, à dix-neuf ans, réduisit en machine une science qui existe tout entière dans l'entendement; qui, à vingt-trois ans démontrera les phénomènes de la pesanteur de l'air, et détruisit une des grandes erreurs de l'ancienne physique; qui, à cet âge où les autres hommes commencent à peine de naître, ayant achevé de parcourir le cercle des sciences humaines, s'aperçut de leur néant, et tourna ses pensées vers la religion; qui, depuis ce moment jusqu'à sa mort, arrivée dans sa trente-neuvième année, toujours infirme et souffrant, fixa la langue que parlèrent Bossuet et Racine, donna le modèle de la plus parfaite plaisanterie comme du raisonnement le plus fort, enfin, qui, dans les courts intervalles* *de ses maux, résolut par abstraction un des plus hauts problèmes de géométrie et jeta sur le papier des pensées qui tiennent autant du dieu que de l'homme: cet effrayant génie se nommait Blaise Pascal.»*

Comment définir un contraire ?	AURASMA Evénements contraires	Niveau de compétences

Dans chacune des situations décrites ci-dessous, énoncer l'événement contraire de l'événement donné.

1. Dans une classe, on choisit deux élèves au hasard.
   A : « Les deux élèves sont des filles ».

2. Dans un groupe de suisses et de belges, on discute avec une personne.
   B : « La personne est un homme belge ».

3. Au restaurant, Luc prend un plat et un dessert.
   C : « Luc prend une viande et une glace ».

4. A une loterie, Elise achète 3 billets.
   D : « L'un des billets au moins est gagnant »
   E : « Deux billets au maximum sont gagnants.

Filet mignon
ou
Dos de cabillaud
___
Glace
ou
Tarte aux pommes
ou
Crème brulée

Comment caractériser deux évènements incompatibles ?	AURASMA Evénements incompatibles	Niveau de compétences

Une urne contient des 3 boules blanches, 4 noires et 2 rouges. On tire une boule de l'urne. On note :

A : « Tirer une boule blanche », D : « Tirer une boule rouge ».

B : « Tirer une boule ni blanche ni rouge ».

C : « Tirer une boule noire ou une boule rouge ».

1. Calculer $p(A), p(D)$. Calculer $p(B)$.
2. A et B sont-ils incompatibles ?
3. B et C sont-ils incompatibles ?
4. Traduire par une phrase ne comportant pas de négation $\bar{A}$ et $\bar{B}$.

Lors d'un jet de deux dés cubiques, on s'intéresse aux événements suivants :

A : « La somme obtenue est au moins égale à 5 ».
B : « La somme obtenue est au plus égale à 5 ».
C : « La somme obtenue est strictement inférieure à 3 ».

1. A et B sont-ils contraires ?
2. $\bar{B}$ et C sont-ils incompatibles ?
3. Traduire par une phrase $\bar{B}$.
4. A et $\bar{C}$ sont-ils incompatibles ?

Comment caractériser l'intersection ou la réunion de deux évènements ?	AURASMA Réunion Intersection	Niveau de compétences

On choisit une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes. On note :

A l'événement : "La carte choisie est un pique".
B l'événement : "La carte choisie est rouge (cœur ou carreau)".
C l'événement : "La carte choisie est une figure (valet, dame, roi)".

1. Préciser les évènements A, B, C, $A \cap B$, $B \cap C$, $A \cup B$, $A \cup C$ et leurs probabilités.
2. Déterminer la probabilité de l'événement D "La carte choisie n'est ni un pique ni une figure".

Dans une assemblée de 250 personnes, on ne remarque que les hommes portant la cravate ou ayant les yeux bleus. Il y a 120 hommes qui portent la cravate, 85 hommes qui ont les yeux bleus, dont 50 portent la cravate.

On discute avec une personne choisie au hasard dans cette assemblée.

1. Faire un diagramme pour modéliser la situation de l'énoncé.
2. Quelle est la probabilité que ce soit un homme portant la cravate.
3. Quelle est la probabilité que ce soit un homme aux yeux bleus et portant la cravate.
4. Quelle est la probabilité que ce soit un homme aux yeux bleus ou portant la cravate.
5. Quelle est la probabilité de discuter avec une personne qui n'est ni un homme aux yeux bleus, ni un homme portant la cravate ?

Lors d'un référendum, deux questions étaient posées. Vous pourrez imaginer que la population est de 100 individus.

65 % des personnes ont répondu « oui » à la première question, 51 % ont répondu « oui » à la seconde question, et 46 % ont répondu « oui » aux deux questions.

1. Quelle est la probabilité qu'une personne ait répondue « oui » à l'une ou l'autre des questions ?
2. Quelle est la probabilité qu'une personne ait répondue « non » aux deux questions ?

Univers_Calcul de probabilités d'évènements élémentaires

On jette une pièce de monnaie 3 fois de suite.

1. Quel type de diagramme peut être nécessaire pour synthétiser les données de l'énoncé ?
2. Donner la liste de tous les résultats possibles en notant P pour Pile et F pour Face (exemple : PPF).
3. Donner la probabilité des événements suivants :
   A « le tirage ne comporte que des Piles ».
   B « le tirage comporte au moins une fois Face ».

Somme des probabilités des évènements élémentaires

On lance un dé à 6 faces. On note p_i la probabilité de sortie de la face marquée *i* .

Ce dé est truqué de telle sorte que les probabilités de sortie des faces sont :

$\mathrm{p}_1 = 0{,}1\ ;\ \mathrm{p}_2 = 0{,}2\ ;\ \mathrm{p}_3 = 0{,}3\ ;\ \mathrm{p}_4 = 0{,}1\ ;\ \mathrm{p}_5 = 0{,}15$

1. Quelle est la probabilité de sortie de la face marquée 6 ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ?

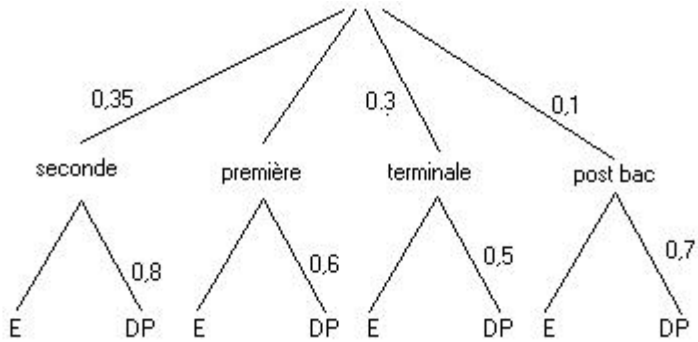
Somme des probabilités des évènements élémentaires

On lance un dé à 6 faces. On suppose que la probabilité d'apparition de chaque face est proportionnelle au numéro inscrit sur elle.

1. Calculer la probabilité d'apparition de chaque face.
2. Calculer la probabilité d'obtenir un nombre pair.

Arbre pondéré

Dans un lycée, quel que soit le niveau, un élève peut être externe ou demi-pensionnaire. L'arbre ci-contre indique la répartition selon le niveau et la qualité de l'élève
(E: externe ; DP: demi-pensionnaire)



1. Compléter cet arbre.
2. Déterminer le pourcentage d'élèves externes dans ce lycée.
3. Déterminer la part des Terminales parmi les externes.

Une simulation sur calculatrice

Une urne contient 10 boules : cinq rouges, trois noires et deux blanches. On tire une boule et on regarde sa couleur.

1. Sur un très grand nombre de tirages, quelle fréquence **prévoyez**-vous pour le tirage d'une boule rouge ? d'une boule noire ? d'une boule blanche ?
2. **Expliquer** comment vous pourriez simuler 25 tirages d'une boule à l'aide de votre calculatrice (soyez le plus précis possible). Faites le et résumer les résultats au sein d'un tableau.
3. C**alculer** les fréquences obtenues pour chaque couleur.
4. **Comparer** les résultats obtenus question 2) avec vos prévisions de la question 1).

Une simulation sur calculatrice

Quel est le nombre de chances sur 100 qu'au moins deux élèves d'une classe de 30 élèves aient le même jour d'anniversaire ?

Pour avoir une idée de la réponse à cette question, on va faire une simulation sur calculatrice.

1. Combien y-a-t-il de jours anniversaires possibles, dans une année non bissextile ?
2. Comment à la calculatrice, peut-on obtenir aléatoirement un nombre entier parmi les entiers $\{1,2,3, \ldots 364,365\}$?
3. Répète 30 fois l'instruction précédente sur la calculatrice et constitue ainsi une liste de 32 jours anniversaires possibles dans l'année, liste qui simule les 32 jours anniversaires des 32 élèves de la classe. Réitère 5 fois ton expérience. On détermine sur les 160 listes ainsi obtenues, la fréquence de celles où il y a au moins deux entiers égaux. Que peut-on conjecturer comme réponse à la question posée dans la classe ?
4. Combien d'élève du lycée faudrait-il réunir pour être sûr qu'au moins deux d'entre eux ont le même jour d'anniversaire ?

Lancer d'un dé

Consigne : Par groupe de deux élèves, l'un lance un dé 50 fois, l'autre note le résultat obtenu. Recommencer en permutant les rôles. Chaque groupe obtient ainsi deux tableaux de 50 chiffres de 1 à 6 puis deux tableaux de fréquences.

Tableau 1 (50 résultats)

Tableau de fréquences

Face	Effectif	Fréquence
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Tableau 2 (50 résultats)

Tableau de fréquences

Face	Effectif	Fréquence
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Réalisation de trois graphiques :

On note en abscisses les numéros des faces du dé (unité 2 cm) et en ordonnées les fréquences (1cm pour 0,05).

1. Faire les diagrammes des fréquences pour les tableaux 1 et 2 en utilisant deux couleurs différentes sur un même graphique.
2. Faire le diagramme des fréquences en regroupant les résultats de trois groupes de deux élèves (300 résultats).
3. Faire le diagramme des fréquences regroupant les résultats de tous les élèves présents.

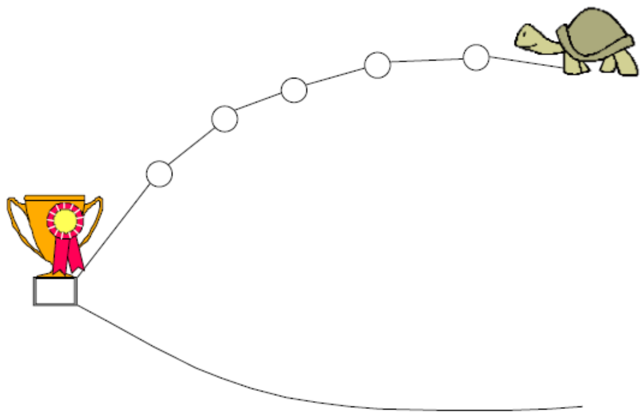
Interprétation des graphiques :

1. Comparer vos deux diagrammes de la question 1) à ceux d'autre(s) groupe(s).
   Que constatez-vous ?

Ce phénomène s'appelle fluctuation d'échantillonnage sur des séries de même taille.

2. Comparer les allures des graphiques des questions 1), 2) et 3).

Le lièvre et la tortue



On lance un dé. Si le 6 sort, le lièvre gagne. Sinon, la tortue avance d'une case. On continue jusqu'à ce qu'il y ait un gagnant.

Quelle est la situation la plus enviable, celle du lièvre ou celle de la tortue ?

Pour répondre à cette question, vous simulerez un certain nombre de courses entre le lièvre et la tortue en vous servant des grilles faites en classe avec 100 lancers de dés. En étudiant les résultats, vous essaierez de prévoir dans quelle proportion l'un ou l'autre gagne.

English corner

1. Vocabulary and definition.

   Complete with the following words :
   subset ; mutually exclusive ; impossible event ; universal space ; exhaustive events ; complementary event ; outcomes ; elementary event.

a. In a random experimentation, Ω is called the ………………………………………………. ; Ω is the set of all possible ……………………………………..
b. An outcome of Ω is an ……………………………………………..
c. An event A is a ……………………………………………… of Ω.
d. When the event A can never happen at the same time as the event B, then events A and B are said to be ……………………………………….
e. When A and B are two mutually exclusive events, thus $A \cap B =$…………………………………. and $P(A \cap B) =$…………………………………….
f. When the probability of mutually exclusive events add up to 1, they are called …………………………………
g. When A and B are two exclusive events, thus $A \cup B =$……………………………………….. and $P(A \cup B) =$…………………………………..
h. If A is an event, $\bar{A}$ (read as A bar) is called the ……………………………………of A. If $\bar{A}$ occurs, then A doesn't. $A \cap \bar{A} =$……………………………. ; $A \cup \bar{A} =$…………………………………. ; $P(\bar{A}) =$……………………………….