

# Seconde/Inéquations

## 1. Inéquations du premier degré :

### Exercice 343

1. Pour chacune des inéquations ci-dessous, représenter sur une droite graduée l'ensemble des nombres  $x$  solutions de l'inéquation :

- a.  $-1 \leq x \leq 2$
- b.  $\sqrt{2} \leq x < \sqrt{3}$
- c.  $x > 9$
- d.  $-5 > x$

2. Reprendre les inéquations ci-dessus en écrivant leur ensemble des solutions sous la forme d'un intervalle.

### Exercice 344

1. Parmi les inéquations suivantes, lesquelles acceptent le nombre 9 comme solution :

- a.  $-3x + 2 \geq 0$
- b.  $5(x + 9) > 0$
- c.  $\frac{x + 1}{4} \geq -3 \times \frac{x - 2}{3}$
- d.  $2 > x$

2. Résoudre les inéquations suivantes

- a.  $-3x + 7 \leq x + 2$
- b.  $-6x + 1 > 0$
- c.  $-\frac{x}{4} < 5$
- d.  $-3(x + 5) < x + 5$
- e.  $-3x + 7 \leq 9 - x$
- f.  $\frac{x - 1}{6} + \frac{x + 1}{3} < 2$
- g.  $x + \frac{x}{2} - \frac{x}{6} \leq \frac{x + 1}{3} + \frac{2x - 3}{6}$

## 2. Construction de tableaux de signe :

### Exercice 460

Etablir le table de signe des expressions algébriques suivantes :

- a.  $(x + 1)(2 - x)$
- b.  $-(2x + 4)(x - 2)$
- c.  $(x + 1)^2$

### Exercice 4455

Compléter les tableaux de signe ci-dessous :

1.

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$2x + 1$		
$3 + x$		
$(2x+1)(3+x)$		

### Exercice 306

Soit  $n$  un entier relatif ( $n \in \mathbb{Z}$ ). Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation :

$$-3 \cdot n^2 + 5 > -13$$

### Exercice 466

Résoudre les inéquations suivantes :

- a.  $(x + 1)^2 > 0$
- b.  $(x + 1)^2 \geq 0$
- c.  $(x + 1)^2 < 0$
- d.  $x^2 + 1 \leq 0$
- e.  $x^2 - 4 < (x + 2)^2$
- f.  $(x + 1)^2 - (x - 1)^2 \geq 0$

### Exercice 461

Résoudre les inéquations suivantes, donner l'ensemble des solutions sous la forme d'intervalle et le représenter sur une droite graduée :

- a.  $3x + 3 \geq 1$
- b.  $\frac{3x - 1}{4} \leq -1$
- c.  $x^2 + x + 1 \geq (x + 1)(x - 1)$

2.

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$2 - x$		
$4x - 3$		
$(2-x)(4x-3)$		

3.

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$2 + x$		
$2 - x$		
$\frac{2 + x}{2 - x}$		

4.	$x$	$-\infty$	$+\infty$
	$4x + 1$		
	$x - 1$		
	$x$		
	$\frac{(4x+1)(x-1)}{x}$		

### Exercice 4876

Compléter les tableaux de signe ci-dessous :

1.	$x$	$-\infty$	$+\infty$
	$1 - x$		
	$2x + 1$		
	$(1-x)(2x+1)$		

2.	$x$	$-\infty$	$+\infty$
	$x - 3$		
	$-2x + 4$		
	$(x-3)(-2x+4)$		

### 3. Inéquations et tableaux de signes :

#### Exercice 480

Résoudre les inéquations suivantes :

a.  $(x + 4)(1 - 2x) \geq 0$       b.  $\frac{x^2 - 1}{x + 2} < 0$

#### Exercice 465

- Résoudre l'inéquation :  $-\frac{(x+1)(x-2)}{1-x} > 0$
- Développer :  $(2x + 1)(x - 1)$
  - Résoudre l'inéquation suivante :  $\frac{2x^2 - x - 1}{x^2 + 1} \leq 0$ .

### 4. Manipulations algébriques :

#### Exercice 6688

- Résoudre l'inéquation :  $(2x - 1)(3 - x) \geq (2x - 1)(5x + 1)$
- Etablir l'égalité :

### 5. Inéquations (un peu plus loin) :

#### Exercice 447

Résoudre les inéquations suivantes :

3.	$x$	$-\infty$	$+\infty$
	$x + 5$		
	$-2x - 8$		
	$\frac{x + 5}{-2x - 8}$		

4.	$x$	$-\infty$	$+\infty$
	$x - 1$		
	$4 - x$		
	$-x - 1$		
	$\frac{(x-1)(4-x)}{-x-1}$		

#### Exercice 4380

On considère les fonctions  $f$  et  $g$  dont les images du nombre  $x$  sont respectivement définies par :

$$f(x) = \sqrt{2-x} \times \sqrt{x-5} \quad ; \quad g(x) = \sqrt{(2-x)(x-5)}$$

- Justifier que la fonction  $f$  n'est pas définie pour le nombre 3.
  - Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $f$ .
- Déterminer l'image du nombre 3 par la fonction  $g$ .
  - Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $g$ .

#### Exercice 473

Résoudre les inéquations suivantes :

- $(x + 1)(1 - x) > (2x - 1)(x + 1)$
- $x^3 - x \leq 0$
- $(x + 1)^2 - (x + 1)(2 - x) \geq 0$
- $\frac{x + 1}{x - 1} < -1$

#### Exercice 442

- Développer :  $(x-1)(x-5)$
- Résoudre :  $\frac{(x-3)^2 - 4}{3-2x} < 0$

$$\frac{3x - 6}{2x + 3} - \frac{4 - 7x}{2x - 2} = \frac{5x(4x - 1)}{(2x - 2)(2x + 3)}$$

- En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation :  $\frac{3x - 6}{2x + 3} < \frac{4 - 7x}{2x - 2}$

- $\frac{1}{1+x} < \frac{1}{1-x}$
- $\frac{-(2x+1)^2}{(4x-3)(1-2x)} \leq 0$

#### Exercice 2860

1. Développer l'expressions suivante :  $(x-1)(x+3)$

2. Résoudre l'inéquation suivante :

$$\frac{5x+1}{1-2x} + \frac{3x+3}{x} > 0$$

**Exercice 2859** 

Résoudre les inéquations suivantes :

a.  $\frac{3x-2}{6} + \frac{1}{3} \leq \frac{1}{4} + \frac{5}{2}x$

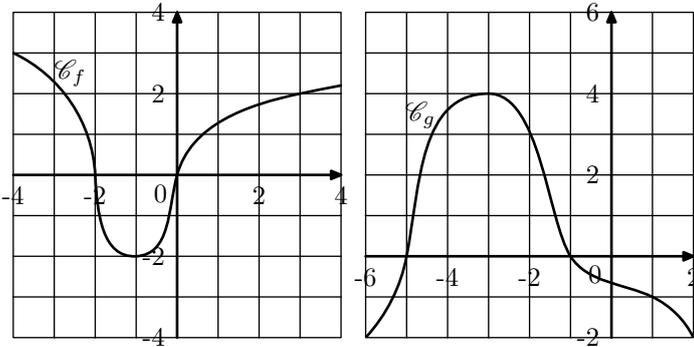
b.  $(3x-4)(5-2x) \geq (4x-10)(2-3x)$

c.  $\frac{5x+1}{2x-1} + \frac{3x+3}{x+1} \geq 0$

**6. Lectures graphiques :**

**Exercice 472** 

On représente ci-dessous les représentations graphiques des fonctions  $f$  et  $g$  définies respectivement sur  $[-4; 4]$  et  $[-6; 2]$



1. Déterminer, graphiquement, les solutions des inéquations :

$$f(x) \geq 0 \quad ; \quad g(x) \geq 0$$

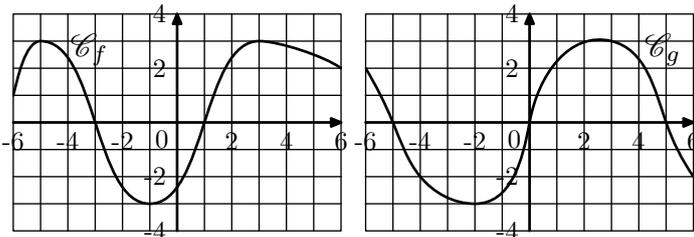
2. Dresser les tableaux de signes des fonctions  $f$  et  $g$  :

$x$	-4	4
$f(x)$		

$x$	-6	2
$g(x)$		

**Exercice 481** 

On considère les deux fonctions  $f$  et  $g$  définies sur  $[-6; 6]$  dont les représentations graphiques sont données ci-dessous :



Dresser les tableaux de signes des fonctions  $f$  et  $g$  sur  $[-6; 6]$

**Exercice 2752** 

**Exercice 482** 

Résoudre les inéquations suivantes dans  $\mathbb{R}$  :

a.  $\frac{2x-4}{4x+1} \leq \frac{3x+5}{6x}$

b.  $\frac{x^2-5}{3x^2+2\sqrt{3x+1}} \leq 0$

**Exercice 2856** 

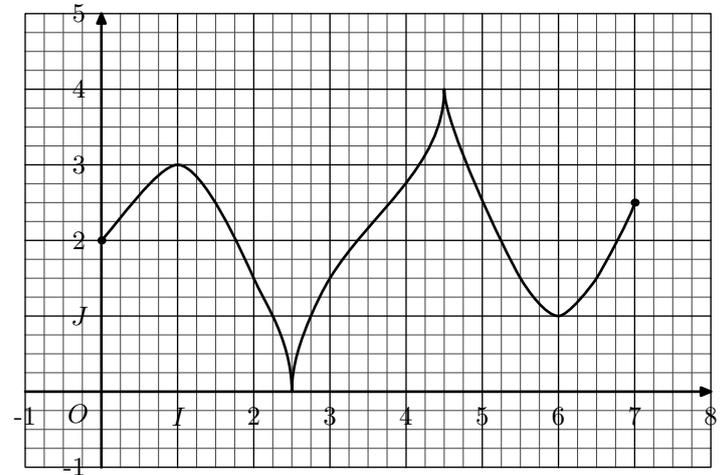
1. Déterminer l'expression de  $P$  afin de réaliser la factorisation suivante :

$$2x^2 + x - 1 = (x+1) \times P$$

2. Dresser le tableau de signe de :  $\frac{2x^2+x-1}{x^2-4}$

3. Résoudre l'inéquation suivante :  $\frac{5x^2+x-13}{x^2-4} \leq 3$

Dans un repère orthonormé  $(O; I; J)$ , on considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0; 7]$  dont la représentation graphique est donnée ci-dessous :



Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

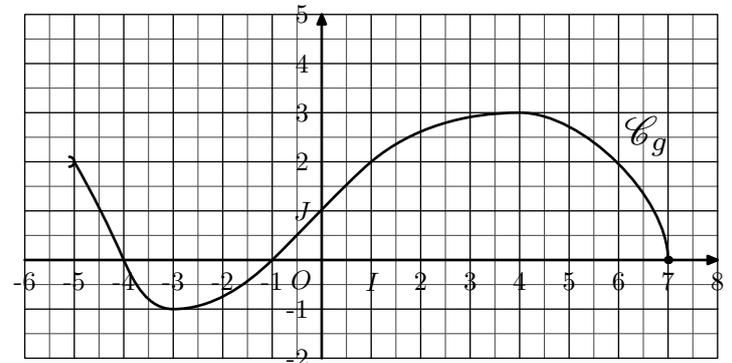
a.  $f(x) \geq 1,5$

b.  $f(x) \leq 1$

On laissera quelques traits de constructions.

**Exercice 365** 

Dans un repère  $(O; I; J)$  orthonormé, on considère la courbe  $\mathcal{C}_g$  représentative de la fonction  $g$  :



1. Donner, sans justification, l'ensemble de définition de la fonction  $g$ .

2. Donner, sans justification, les solutions des deux équations suivantes :

a.  $g(x) = 2$       b.  $g(x) = 0$

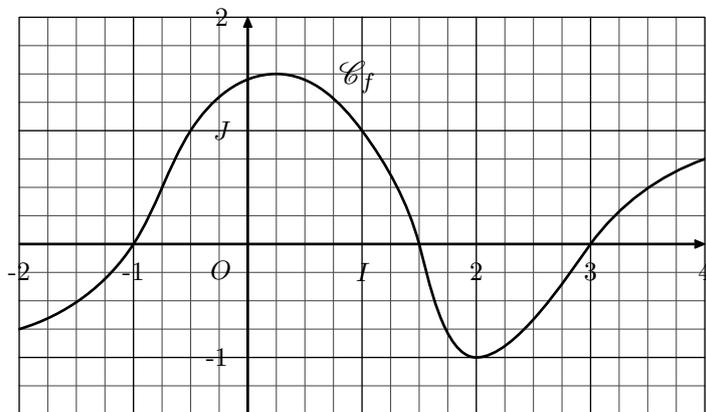
3. Résoudre graphiquement les inéquations :

a.  $g(x) \geq 2$       b.  $g(x) < 0$

On surlignera les parties utilisées de la courbe  $\mathcal{C}_g$  pour répondre à ces questions.

**Exercice 5027** 

On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[-2; 4]$  dont la courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  est donnée dans le repère  $(O; I; J)$  orthonormé ci-dessous :

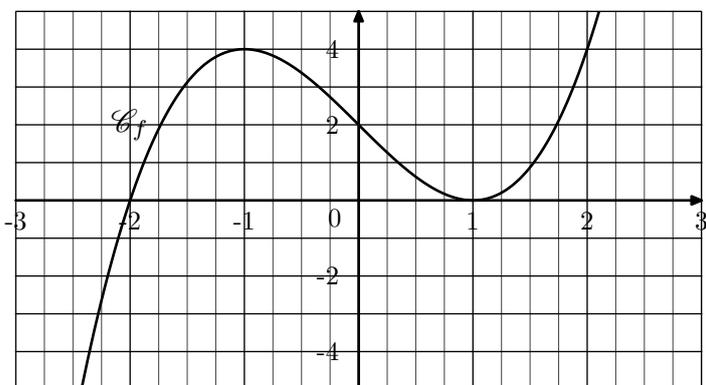


1. On laissera les traits de constructions nécessaire à la résolution des questions suivantes :
  - a. Déterminer graphiquement l'image du nombre 2 par la fonction  $f$ .
  - b. Déterminer graphiquement les antécédent du nombre 1 par la fonction  $f$ .
2. Graphiquement, déterminer l'ensemble des solutions de l'inéquation  $f(x) \geq 0$

**7. Lectures graphiques et manipulations algébriques :**

**Exercice 458** 

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par la relation :  
 $f(x) = x^3 - 3x + 2$

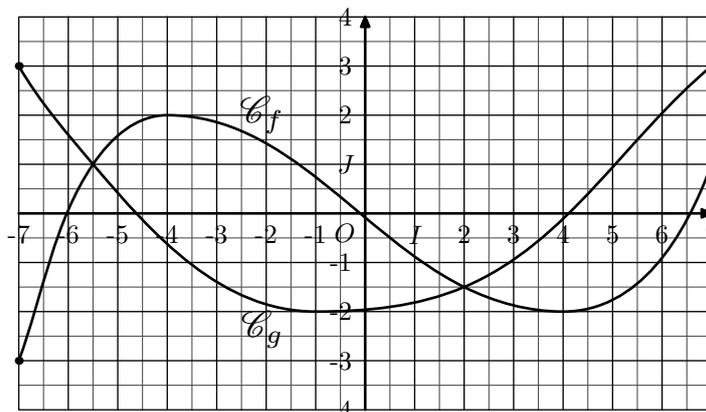


1. Graphiquement, déterminer l'ensemble des solutions de l'inéquation  $f(x) > 0$ .
2. a. Etablir l'égalité suivante :  $f(x) = (x+2)(x-1)^2$   
 b. Dresser le tableau de signes de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .  
 c. En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation :  $f(x) > 0$

**8. Positions relatives de courbes :**

**Exercice 462** 

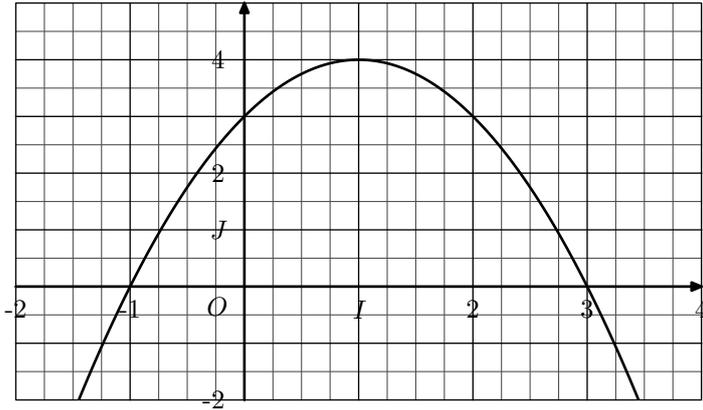
Dans le plan muni d'un repère  $(O; I; J)$ , on considère les deux courbes  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  représentatives respectivement des fonctions  $f$  et  $g$  définies sur  $[-7; 7]$  :



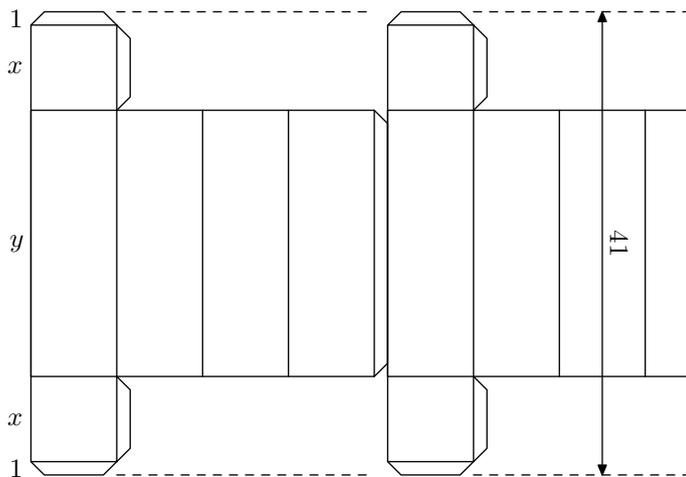
1. Déterminer, graphiquement, les coordonnées des points d'intersection des courbes  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$ .
2. Graphiquement, résoudre l'inéquation :  $g(x) \geq f(x)$

**Exercice 372**

On considère la fonction  $f$  dont la représentation est donnée ci-dessous dans le repère orthogonal  $(O; I; J)$  :

**9. Problemes :****Exercice 2868**

Un fabricant de boîtes en carton dispose, pour sa fabrication, de rouleaux donnant une bande de carton de 41 cm de large dans laquelle il trace et découpe les patrons de boîtes avant de les coller. Il dispose ses patrons de la manière indiquée dans le dessins ci-dessous :



Les boîtes, en forme de pavés droits, comportent deux faces carrées de  $x$  cm de côté, munies de deux languettes de 1 cm

**10. Un peu plus loin :****Exercice 319**

Donner la valeur de  $a$  afin que le système ci-dessous ait pour solution l'intervalle  $[1; 3]$  :

$$\begin{cases} 3x + 2 \geq 5 \\ \frac{1}{2} - x \geq a \end{cases}$$

**255. Exercices non-classés :**

On s'intéresse à la fonction affine  $g$  définie par la relation :

$$g : x \mapsto x + 1$$

1. Tracer la courbe représentative de la fonction  $g$  dans le repère ci-dessus.
2. Graphiquement, résoudre l'équation :  $f(x) = g(x)$ .
3. Résoudre graphiquement l'inéquation :  $f(x) \geq g(x)$

de large pour le collage, et quatre autres faces dont les dimensions en cm sont  $x$  et  $y$ , ainsi qu'un rabat pour la fermeture.

1. a. Donner une expression de  $y$  en fonction de  $x$ .  
b. Justifier que la valeur de  $x$  appartient à l'intervalle  $]0; 19,5[$ .
2. Démontrer que le volume  $\mathcal{V}$ , en  $cm^3$ , de la boîte est donné, en fonction de  $x$ , par la formule :  
$$\mathcal{V} = 39x^2 - 2x^3$$
3. a. Déterminer l'expression du polynôme  $P$  vérifiant l'égalité :  
$$39x^2 - 2x^3 - 972 = (x - 18)(x - 6) \times P$$
  
b. En déduire les valeurs de  $x$  pour lesquelles le volume  $\mathcal{V}$  est supérieure à  $972 cm^3$ .
4. a. Déterminer l'expression du polynôme  $Q$  vérifiant l'égalité :  $\mathcal{V}(x) - 2197 = (-2x - 13) \times Q$   
b. En déduire le tableau de signe de l'expression :  $\mathcal{V}(x) - 2197$ .  
c. Donner le volume maximal que le fabricant peut obtenir avec ce type de boîte ; pour quelle valeur de  $x$ , ce maximum est-il atteint ?

**Exercice 348**

Résoudre les systèmes d'équations suivantes :

1. 
$$\begin{cases} 2x - 3 < 5x - 1 \\ x + 4 \geq 3x - 2 \end{cases}$$
2. 
$$\begin{cases} 3x - 3 > x + \frac{1}{2} \\ x + 1 \leq 2x + 1 \end{cases}$$

**Exercice 6686** 

Résoudre les inéquations suivantes :

a.  $(2x - 1)(3x + 1) \leq (4 - x)(3x + 1)$

b.  $(x - 2)(x + 1) > (2x + 1)(2x + 2)$

c.  $(x + 1)^2 \geq x^2 - 1$

d.  $(3 - x)(2x + 3) < (x - 3)(2x + 6)$