Compiler exercice Compiler correction Plus d'option

Première S/Suites arithmétiques et géométriques

1. Introduction :

Exercice 6516

Compléter les suites logiques de nombres pour obtenir les 8 premiers termes de chacune d'elles :

a. 4 - 7 - 10 - 13 - ...

b. 3 - 6 - 12 - 24 - ...

c. 20 - 19 - 17 - 14 - ...

d. 5 - 7 - 11 - 17 - ...

e. 1 - 4 - 9 - 16 - ...

Exercice 6517

On considère les deux procédés d'obtention suivant de nombres :

Procédure A	**Procédure B**
On multiplie le nombre donné par 3	Au nombre donné, on lui soustrait 2.

Pour chaque question, donner les six premiers termes obtenus en répétant les consignes autant de fois que nécessaire.

1. Le nombre de départ est 3 et on répète la procédure **A** ;
2. Le nombre de départ est 11 et on répète la procédure **B**.

Exercice 2905

1. Trouver les coefficients multiplicatifs représentant chacune des évolutions suivantes :

   a. $+10\,\%$ b. $+2{,}5\,\%$ c. $+115\,\%$

   d. $-22\,\%$ e. $-10{,}7\,\%$ f. $-65\,\%$

2. Pour chaque coefficient multiplicateur, retrouver l'évolution associée et le pourcentage correspondant :

   a. 1,02 b. 1,375 c. 2,1

   d. 0,15 e. 0,85 f. 0,912

Exercice 2906

Des scientifiques étudient une culture de bactéries contenant deux souches qu'on nommera A et B.
Au début de l'expérience *(au temps "0")*, on dénombre 200 de bactéries de souches A et 300 bactéries de souches B.
Les scientifiques relèvent les évolutions suivantes : à chaque minute, la population des bactéries A augmente de $10\,\%$, alors que celle de la souche B diminue de 20 bactéries.

1. a. Au temps "*0 min*", quel est le pourcentage représenté par les bactéries de la souche A par rapport à l'ensemble des bactéries ?

   b. Au temps "*1 min*", quel est le pourcentage représenté par les bactéries de la souche A par rapport à l'ensemble des bactéries ?

   c. Compléter le tableau ci-dessous :

	A	B	C	D
1	Temps	Population de la souche A	Population de la souche B	Population totale
2	0	200	300	
3				
4				
5				
6				
7				

2. n désigne un nombre entier naturel $(n\in\mathbb{R})$.

   On note a_n la population de bactéries de la souche A au temps "n *min*" ; ainsi, $a_0=200$.

   On note b_n la population de bactéries de la souche B au temps "n *min*" ; ainsi $b_0=300$.

   Compléter les pointillés ci-dessous :

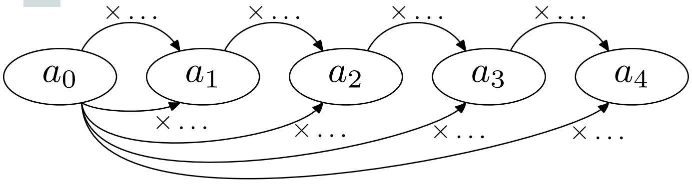
$a_1 = a_0$	$b_1 = b_0$ ....
$a_2 = a_1$	$b_2 = b_1$ ....
$a_3 = a_2$	$b_3 = b_2$ ....
$a_4 = a_3$	$b_4 = b_3$ ....

   On généralise par :

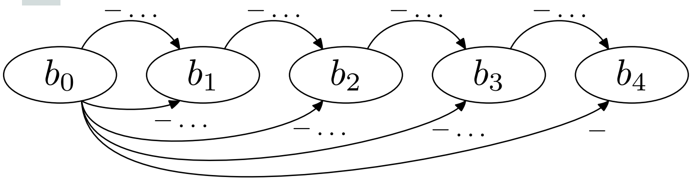
$a_{n+1} = a_n$	$b_{n+1} = b_n$ ....

3. Compléter les deux diagrammes ci-dessous :

a.



b.



4. Compléter les pointillées :

$a_1 = a_0$	$b_1 = b_0$ ....
$a_2 = a_0$	$b_2 = b_0$ ....
$a_3 = a_0$	$b_3 = b_0$ ....
$a_4 = a_0$	$b_4 = b_0$ ....

On généralise par :

$a_n = a_0$	$b_n = b_0$ ....

Exercice 6519

1. On considère la suite de nombres ci-dessous :

$$2 \ ; \ 3 \ ; \ 5 \ ; \ 8 \ ; \ 12 \ ; \ 17 \ ; \ 23 \ ; \ 30$$

a. Dans cette suite, quel est le terme qui succède à 12 ?

b. Dans cette suite, quel est le terme qui précède 8 ?

c. Dans cette suite quel est le rang du terme ayant 2 pour valeur ?

d. Dans cette suite quel est le rang du terme ayant 17 pour valeur ?

2. De manière générale, on indique les termes d'une suite en utilisant en index la position du terme dans la suite *(on commence l'indéxation à 0)* :

$$u_0 \ ; \ u_1 \ ; \ u_2 \ ; \ u_3 \ ; \ \cdots \ ; \ u_{n-1} \ ; \ u_n \ ; \ u_{n+1}$$

a. Quel est le terme succésseur de u_2 ?

b. Quel est le terme prédécesseur de u_4 ?

c. Quel est le terme succésseur de u_n ?

d. Quel est le terme succésseur de u_{n+2} ?

e. Quel est le terme prédécesseur de u_n ?

f. Quel est le terme prédécesseur de u_{n+2} ?

Exercice 6522

On considère les suites de nombres ci-dessous :

a. $4 \ ; \ 7 \ ; \ 10 \ ; \ 13 \ ; \ 16 \ ; \ 19 \ ; \ 22 \ \ldots$

b. $1 \ ; \ -2 \ ; \ 4 \ ; \ -8 \ ; \ 16 \ ; \ -32 \ ; \ 64 \ \ldots$

c. $2 \ ; \ 2 \ ; \ 3 \ ; \ 5 \ ; \ 8 \ ; \ 12 \ ; \ 17 \ \ldots$

d. $0 \ ; \ 1 \ ; \ 4 \ ; \ 9 \ ; \ 16 \ ; \ 25 \ ; \ 36 \ \ldots$

e. $1 \ ; \ 1 \ ; \ 2 \ ; \ 3 \ ; \ 5 \ ; \ 8 \ ; \ 13 \ \ldots$

f. $1 \ ; \ 2 \ ; \ 1 \ ; \ 2 \ ; \ 1 \ ; \ 2 \ ; \ 1 \ \ldots$

Associer à chacune de cette suite une relation ci-dessous qui permet d'obtenir un terme en fonction de ses prédédecesseurs :

1. $u_n + u_{n+1} = u_{n+2}$
2. $\dfrac{2}{u_n} = u_{n+1}$
3. $u_n + n = u_{n+1}$
4. $-2 \times u_n = u_{n+1}$
5. $u_n + 3 = u_{n+1}$
6. $u_n = n^2$

Exercice 7305

On considère une suite (u_n) dont on connait la valeur de ses cinq premiers termes :

$$u_0 = 0 \ ; \ u_1 = 11 \ ; \ u_2 = 20 \ ; \ u_3 = 27 \ ; \ u_4 = 32$$

Parmi les expressions de suites ci-dessous, lesquelles permettent d'obtenir ces mêmes cinq premiers termes ?

a. $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n + n + 11 \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

b. $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = -u_n + 3n + 11 \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

c. $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n - 2n + 11 \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

d. $u_n = 13 \cdot n - 2 \cdot n^2$

e. $u_n = -n^2 + 12 \cdot n$

f. $u_n = 2 \cdot n^2 + 9 \cdot n$

Exercice 7309

1. On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 2 et de raison -3. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n).

2. On considère la suite (v_n) géométrique de premier terme 54 et de raison $\dfrac{1}{3}$. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n).

2. Suites arithmétiques :

Exercice 5121

1. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n) arithmétique de premier terme 2 et de raison 3.

2. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (v_n) arithmétique de premier terme 3 et de raison $-\dfrac{3}{2}$.

Exercice 6523

On considère les deux suites de nombres ci-dessous dont on donne les sept premiers termes :

a. $3 \ ; \ 5 \ ; \ 7 \ ; \ 10 \ ; \ 12 \ ; \ 14 \ ; \ 16$

b. $6 \ ; \ 3{,}5 \ ; \ 1 \ ; \ -1{,}5 \ ; \ -4 \ ; \ -6{,}5 \ ; \ -9$

Pour chacune des questions, peut-on conjecturer que la suite

est une suite arithmétique ?
Si oui, donner le premier terme et la raison. Si non, justifier votre rejet de cette affirmation.

Exercice 5120

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r. Compléter les expressions suivantes :

a. $u_{12} = u_5 + \dots$ b. $u_{57} = u_{38} + \dots$

c. $u_3 = u_8 + \dots$ d. $u_{23} = u_{38} + \dots$

Exercice 6530

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ arithmétique de premier terme 3 et de raison -2.

1. Déterminer la valeur des termes u_{12} et u_{43}.
2. Déterminer la valeur du rang n réalisant les égalités :

   a. $u_n = -21$ b. $u_n = -57$

Exercice 7306

On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{(n+2)\cdot u_n + 1}{n+1} \text{ pour tout } n\in\mathbb{N}$$

1. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n).
2. Conjecturer la nature de la suite (u_n) en justifiant votre démarche.

3. Suites géométriques :

Exercice 5122

1. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) géométrique de premier terme 2 et de raison 3.
2. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n) géométrique de premier terme 3 et de raison $-\frac{3}{2}$.

Exercice 6524

On considère les deux suites de nombres ci-dessous où sont donnés les six premiers termes :

a. $8 \; ; \; 4 \; ; \; 2 \; ; \; 1 \; ; \; \frac{1}{2} \; ; \; \frac{1}{4}$

b. $1 \; ; \; 3 \; ; \; 9 \; ; \; 18 \; ; \; 54 \; ; \; 162$

Pour chacune des questions, peut-on conjecturer que la suite est une suite géométrique ?
Si oui, préciser le premier terme et la raison. Sinon, justifier votre rejet de la conjecture.

Exercice 5123

Soit (v_n) une suite géométrique de raison q. Compléter les expressions suivantes :

a. $u_7 = u_3 \times \dots$ b. $u_{25} = u_{11} \times \dots$

c. $u_3 = u_8 \times \dots$ d. $u_{15} = u_{23} \times \dots$

Exercice 6531

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ géométrique de premier terme $\frac{2^4}{3}$ et de raison $\frac{3}{2}$.

1. Déterminer la valeur des termes u_{11} et u_{28}.
2. Pour chaque question, déterminer le rang n réalisant l'égalité :

   a. $u_n = \frac{3^8}{2^5}$ b. $u_n = \frac{3^{19}}{2^{16}}$

Exercice 2401

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de premier terme $u_0 = \frac{3}{8}$ et de raison 2. Déterminer les six premiers termes de cette suite.
2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de raison q.

   a. Pour passer du terme v_{11} au terme v_{14}, par combien de fois multiplie-t-on par la raison ?

   b. A partir des valeurs des deux termes suivants :
   $v_{11} = \frac{4}{7} \quad ; \quad v_{14} = \frac{27}{14}$
   Déterminer la valeur du premier terme et de la raison de la suite (v_n).
3. Dans chacun des cas ci-dessous, la suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique, déterminer son premier terme et sa raison :

   a. $w_0 = 5 \; ; \; w_3 = 40$ b. $w_3 = \frac{3}{8} \; ; \; w_6 = -\frac{3}{64}$

   c. $w_{124} = 2\times10^{-4} \; ; \; w_{128} = \frac{1}{8}$

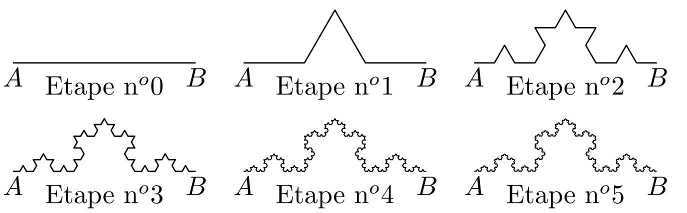
Exercice 2412

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite dont on connait la valeur des deux termes suivants :
$u_6 = 36 \quad ; \quad u_{10} = \frac{9}{4}$

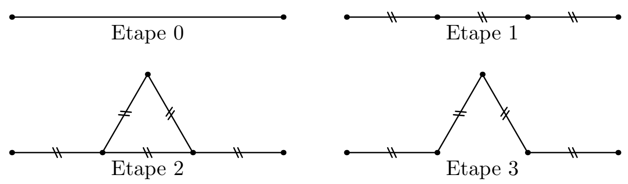
Montrer qu'il existe au moins deux suites géométriques vérifiant ces conditions.

Exercice 2928

Ci-dessous sont représentés les six premiers "***flocons de Helge Von Koch***" représentant un des fractales les plus simples :



Pour passer d'une construction à la suivante, on réalise la manipulation suivante sur chaque segment :



Chaque segment est partagé en trois parties égales *(étape 1)*. On construit un triangle équilatéral sur le segment du milieu *(étape 2)*. On efface le segment du milieu *(étape 3)*.

1. a. Le passage de l'étape n^{o}0 à l'étape n^{o}1 fait apparaitre un triangle équilatéral. Surligner ce triangle en rouge.

   b. Combien de segment comprend la figure de l'étape n^{o}1 ? Combien de triangles équilatéral apparaitront à l'étape n^{o}2 ? Surligner ces triangles en rouge.

2. On note (u_n) la suite numérique dont le terme de rang n est le nombre de segments composant la figure à l'étape n$^{\text{ième}}$:

   a. Justifier par une phrase que la suite (u_n) vérifie la relation :
   $u_{n+1} = 4{\cdot}u_n$

   b. Exprimer le terme u_n en fonction de son rang n.

   c. Combien de segments comprend la figure de l'étape n^{o}5 ?

3. On suppose que le segment $[AB]$ initial a pour longueur 1. On note (v_n) la suite numérique dont le terme de rang n est la longueur de la ligne polygone formant la figure à l'étape n$^{\text{ième}}$:

   a. Justifier par une phrase que la suite (v_n) vérifie la relation :
   $v_{n+1} = \dfrac{4}{3}{\cdot}v_n$

   b. Exprimer le terme v_n en fonction de son rang n.

Exercice 7304

On considère la suite (u_n) définie par :
$u_0 = 3 \quad ; \quad u_{n+1} = 9{\times}2^n - u_n$

1. Déterminer la valeur des quatre premiers termes de la suite (u_n).

2. Conjecturer la nature de la suite (u_n) en justifiant votre démarche.

4. Suites arithmétiques et géométriques :

Exercice 5859

1. Justifier brièvement que les premiers termes de la suite (u_n) présentés ci-dessous peuvent être les termes d'une suite aritmétique dont on précisera la raison :
$u_0 = 2 \quad ; \quad u_1 = \dfrac{9}{2} \quad ; \quad u_2 = 7 \quad ; \quad u_3 = \dfrac{19}{2}$

2. Justifier brièvement que les premiers termes de la suite (v_n) présentés ci-dessous peuvent être les termes d'une suite géométrique dont on précisera la raison :
$v_0 = 24 \quad ; \quad v_1 = 6 \quad ; \quad v_2 = \dfrac{3}{2} \quad ; \quad v_3 = \dfrac{3}{8}$

3. Justifier brièvement que les premiers termes de la suite (w_n) ne représentent ni les premiers termes d'une suite arithmétique, ni les premiers termes d'une suite géométrique
$w_0 = 1 \quad ; \quad w_1 = 2 \quad ; \quad w_2 = 4 \quad ; \quad w_3 = 16$

Exercice 5135

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique dont on connait deux termes :
$u_4 = 12 \quad ; \quad u_{22} = -24$

   Donner, en justifiant votre démarche, les éléments caractéristiques de cette suite.

2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique dont on connait deux termes :
$v_4 = 8 \quad ; \quad v_7 = \dfrac{64}{27}$

   Donner, en justifiant votre démarche, les éléments caractéristiques de cette suite.

Exercice 6546

1. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ arithmétique dont on connait les valeurs des deux termes suivants :
$u_{10} = 5 \quad ; \quad u_{16} = 14$

   Déterminer le premier terme u_0 et la raison de cette suite.

2. On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ géométrique dont on connait les valeurs des deux termes suivants :
$v_4 = 96 \quad ; \quad v_7 = \dfrac{3}{2}$

   Déterminer le premier terme v_0 et la raison de cette suite.

Exercice 7307

1. On considère la suite (u_n) définie par :
$u_n = n^2 + n + 2 \quad$ pour tout entier $n\in\mathbb{N}$

   Etablir que la suite (u_n) n'est pas une suite géométrique.

2. On considère la suite (v_n) définie par :
$v_n = \dfrac{1}{n^2+2} \quad$ pour tout entier $n\in\mathbb{N}$

   Etablir que la suite (v_n) n'est pas une suite arithmétique.

5. Un peu plus loin : suites arithmético-géométrique :

Exercice 2408

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation :

$u_0 = 8 \quad ; \quad u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n - 5 \quad$ pour tout entier naturel n.

1. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :
$v_n = u_n + 10 \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

   a. Montrer que la suite (v_n) vérifie la relation suivante pour tout entier naturel n :
   $v_{n+1} = \dfrac{1}{2}{\cdot}v_n$

   b. Donner la nature de la suite (v_n) ainsi que ses éléments caractéristiques.

   c. Donner la formule explicite donnant l'expression du terme v_n en fonction de son rang n.

2. Déduire des questions précédentes, la formule explicite de la suite (u_n).

Exercice 6426

Soit (u_n) définie par son premier terme u_0 et, pour tout entier naturel n, par la relation :

$$u_{n+1} = a{\cdot}u_n + b \qquad (a \text{ et } b \text{ réels non nuls tels que } a \neq 1)$$

On pose, pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - \dfrac{b}{1-a}$

Démontrer que, la suite (v_n) est géométrique de raison a.

6. Un peu plus loin : suites homographiques :

Exercice 2454

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

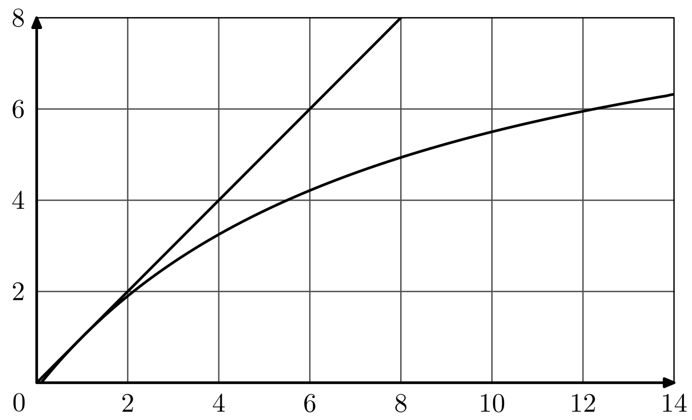
$$u_0 = 14 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{10 \cdot u_n - 1}{u_n + 8} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}.$$

On admet que la suite (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$ et que les termes de la suite sont strictement supérieur à 1.

1. On représente ci-dessous la courbe représentative de la fonction f dont l'image de x est définie par la relation :

$$f(x) = \frac{10x - 1}{x + 8}$$

ainsi que la représentation de la première bissectrice du plan :



Représenter sur l'axe des abscisses les cinq premiers termes de la suite.

2. On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation :

$$v_n = \frac{1}{u_n - 1} \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$

a. Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}$, on a :

$$v_{n+1} - v_n = \frac{1}{9}$$

b. Donner la formule explicite définissant chaque terme de la suite (v_n) en fonction du rang n.

c. En déduire la formule explicite définissant chaque terme de la suite (u_n) en fonction du rang n.

Exercice 2414

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie :

$$u_0 = 4 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{-u_n + 6}{u_n - 2} \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$

1. Déterminer les trois premiers termes de la suite (u_n).

2. Soit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation :

$$v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 3} \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$

a. Déterminer les trois premiers termes de cette suite.

b. Montrer que : $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = -\dfrac{1}{4}$

c. En déduire la nature de la suite (v_n) ainsi que la formule explicite déterminant le terme de rang n en fonction de n.

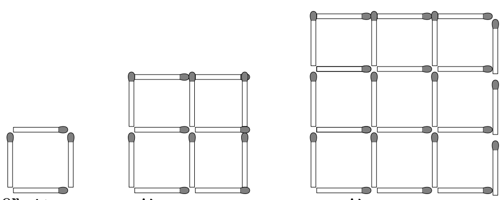
3. a. Déterminer l'expression du terme u_n en fonction du terme v_n.

b. En déduire la formule explicite définissant les termes de (u_n) en fonction de n.

7. Un peu plus loin : conjecturer une relation de récurrence :

Exercice 7244

On considère les constructions suivantes :



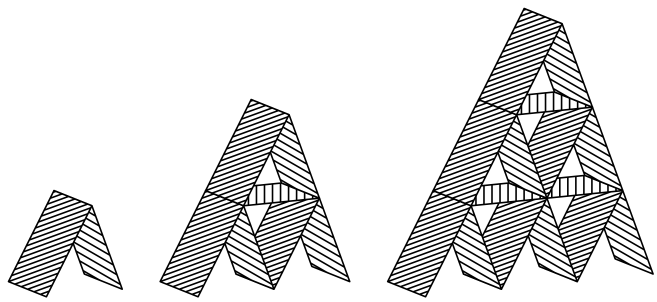
1^{er} étape $\quad 2^{\text{ième}}$ étape $\quad 3^{\text{ième}}$ étape

On note (u_n) la suite numérique définie sur $\mathbb{N}^*$ où u_n représente le nombre d'allumettes nécessaire à la construction de la $n^{\text{ième}}$ étape.

Conjecturer une relation de récurrence entre un terme de la suite (u_n) et de son prédécesseur.

Exercice 7245

On considère la construction d'un château de cartes :



1^{er} étape $\quad 2^{\text{ième}}$ étape $\quad 3^{\text{ième}}$ étape

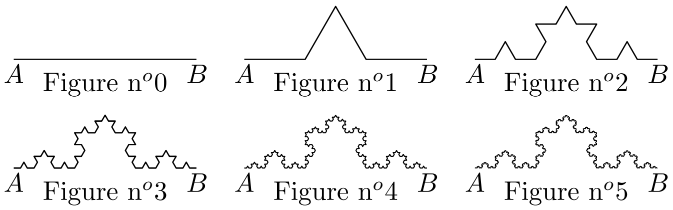
On note u_n le nombre de cartes nécessaires à la construction de chateau de cartes à l'étape n. On définit ainsi une suite

(u_n) définie sur $\mathbb{N}^*$.

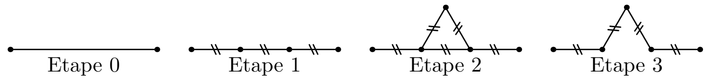
Conjecturer une relation de récurrence sur les termes de la suite (u_n).

Exercice 7246

Ci-dessous sont représentés les six premièrs "***flocons de Helge Von Koch***" représentant un des fractales les plus simples :



Voici la procédure affectée à chaque segment de la ligne brisée pour construire la figure à l'étape suivante :



- Chaque segment est partagée en trois parties égales.
- Sur le segment situé au milieu du segment, on construit un triangle équilatéral.
- On supprime le segment situé au milieu du segment

1. Pour tout entier naturel n, notons u_n le nombre de segments composant le flocon de Helge Von Koch à l'étape n.
Conjecturer une relation de récurrence entre les termes de la suite (u_n).

2. Pour tout entier naturel n, notons v_n la longueur de la ligne brisée formant le flocon de Von Koch à l'étape n.
Conjecturer une relation de récurrence entre les termes de la suite (v_n).

255. Exercices non-classés :

Exercice 7285

On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme de 2 et de raison 2 :

1. Saisissez l'algorithme ci-dessous.

Algorithme 1

```
▼VARIABLES
  N_EST_DU_TYPE NOMBRE
  U_EST_DU_TYPE NOMBRE
▼DEBUT_ALGORITHME
  N_PREND_LA_VALEUR 0
  U_ PREND_LA_VALEUR 2
  TANT_QUE_(U<1000)
  ▼DEBUT_TANT
    U_PREND 2*U
    N_PREND N+1
    FIN_TANT_QUE
  AFFICHER N
FIN_ALGORITHME
```

Interpréter la valeur affichée par l'algorithme

2. Modifier l'algorithme pour connaitre le rang du premier terme supérieur à 5000.

Exercice 7308

On considère les deux algorithmes ci-dessous :

Algorithme 1

```
▼VARIABLES
  I EST_DU_TYPE NOMBRE
  U EST_DU_TYPE NOMBRE
▼DEBUT_ALGORITHME
  U PREND_LA_VALEUR 4
  POUR I ALLANT DE 1 A 53
  ▼DEBUT_POUR
    U PREND U+3
    FIN_POUR
  AFFICHER U
FIN_ALGORITHME
```

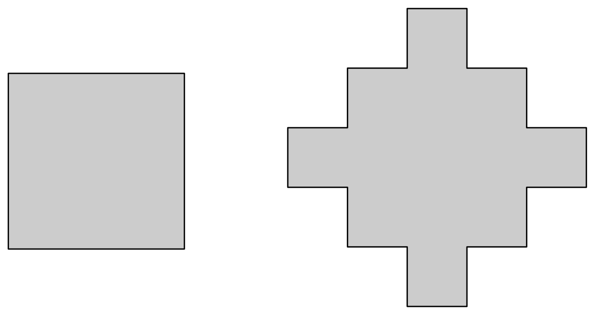
Algorithme 2

```
▼VARIABLES
  I EST_DU_TYPE NOMBRE
  U EST_DU_TYPE NOMBRE
▼DEBUT_ALGORITHME
  U PREND_LA_VALEUR 1
  POUR I ALLANT DE 1 A 4
  ▼DEBUT_POUR
    U PREND 2*U+1
    FIN_POUR
  AFFICHER U
FIN_ALGORITHME
```

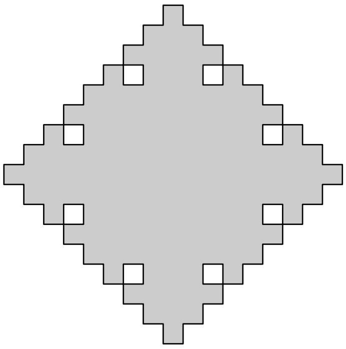
Pour chacun des algorithmes, donner la valeur affichée par l'algorithme.

Exercice 7310

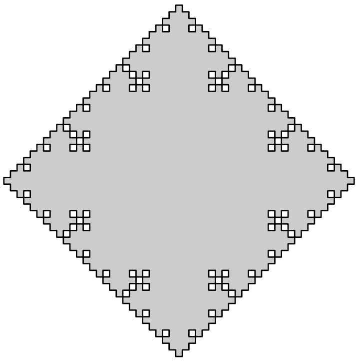
Ci-dessous sont présentés les étapes récurrentes de la construction d'une figure géométrique



Etape 1 Etape 2

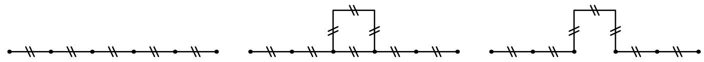


Etape 3



Etape 4

A chaque étape, chaque segment de la figure est divisée en 5 parties égales et sur le segment du milieu, on construit un carré dont on efface le segment du milieu :



Sachant que le carré de l'étape 1 a ses côtés qui mesurent 1, déterminer le périmètre de la figure obtenue à l'étape 4.
On donnera la valeur exacte et la valeur approchée au centième.

