

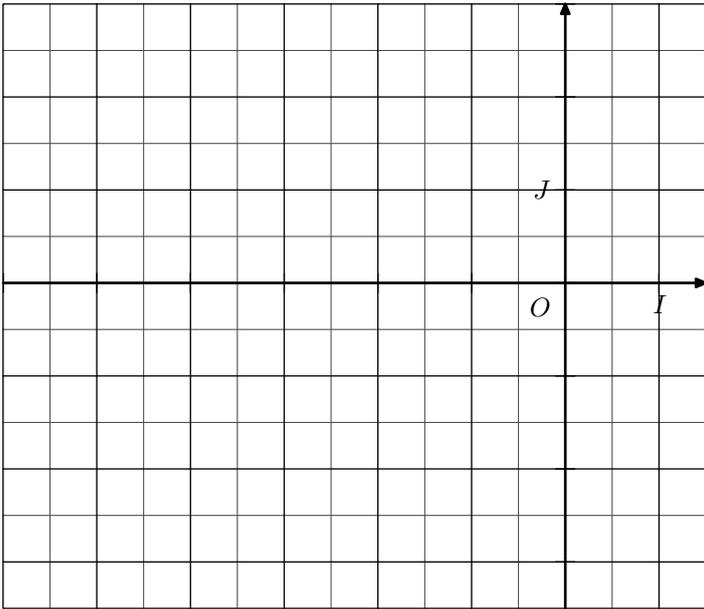
Première S/Vecteurs et droites

1. Rappels :

Exercice 6481

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé, on considère les deux points suivants :

$$A(-4; -2) \quad ; \quad B(-1; 2)$$



1. Placer les points A et B .

Le graphique sera complété au fur et à mesure des questions de l'exercice.

2. On note K le milieu du segment $[AB]$. Montrer que le point K a pour coordonnées : $K(-2,5; 0)$.
3. On considère le point C de coordonnées $(-2,5; -2,5)$.

- a. Déterminer les longueurs AB et KC .
- b. Que représente le segment $[KC]$ pour le triangle ABC ?
- c. En déduire que le triangle ABC est rectangle en C .

Exercice 6482

On considère les quatre points suivants caractérisés par leurs coordonnées dans un repère $(O; I; J)$ orthonormé :

$$A(-4; -1) \quad ; \quad B(-3; -4) \quad ; \quad C(3; -2) \quad ; \quad D(2; 1)$$

Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle.

Exercice 6483

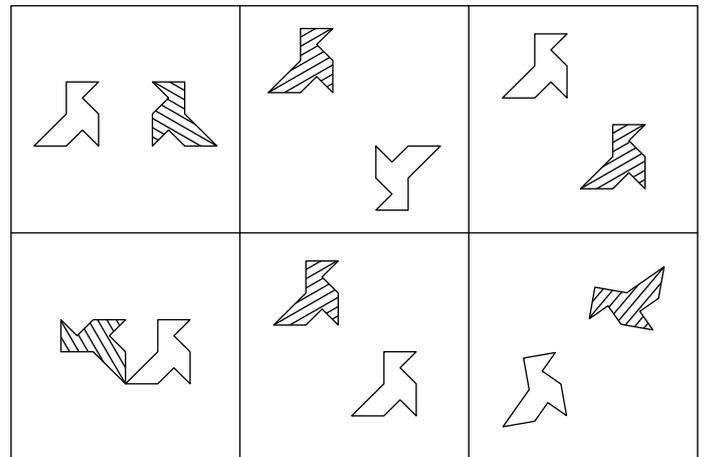
On considère le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ et le cercle \mathcal{C} de centre $K(2; -3)$ et de rayon 5.

1. Justifier que le point $A(6; -6)$ est un point du cercle \mathcal{C} .
2. Considérons le point B diamétralement opposé au point A dans le cercle \mathcal{C} . Déterminer les coordonnées du point B .
3. Soit C le point du plan de coordonnées $\left(-\frac{14}{5}; -\frac{8}{5}\right)$. Justifier que le triangle ABC est rectangle en C .

Exercice 6484

La figure hachurée est obtenue après application d'une transformation du plan à la figure blanche. Dans chaque cas :

- Préciser le type de transformation (*symétrie axiale, centrale, translation, rotation*).
- Faire apparaître et préciser le(s) élément(s) caractéristique(s) de cette transformation (*axe, centre, angle, sens de rotation*).



Exercice 6485

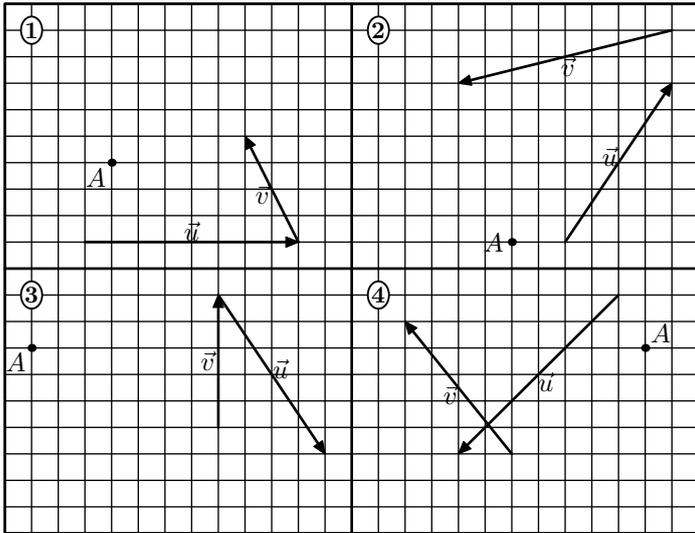
1. Pour chacun des quadrans ci-dessous :
 - a. Placer le point B translaté du point A par la translation de vecteur \vec{u} .
 - b. Tracer le point C translaté du point B par la translation de vecteur \vec{v} .

Dans chaque cadran, le point C obtenu s'appelle le translaté du point A par le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$.

2. Dans le premier quadrans :
 - a. Placer le point B' translaté du point A par le vecteur \vec{v} .
 - b. Placer le point C' translaté du point B' par le vecteur

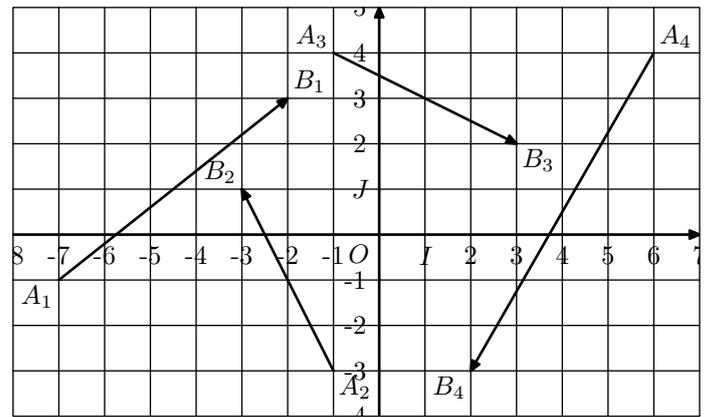
\vec{u} .

c. Que pouvez-vous dire de la translation composée des translations de vecteurs \vec{u} puis celle de \vec{v} et de la translation composée des translations de vecteurs \vec{v} et \vec{u} ?



Exercice 6486

Dans le repère orthonormé $(O; I; J)$ ci-dessous, sont représentés quatre vecteurs :



Graphiquement, déterminer les coordonnées de ces quatre vecteurs.

Exercice 6487

Dans un repère orthonormé $(O; I; J)$, on considère les quatre points suivants caractérisés par leurs coordonnées :

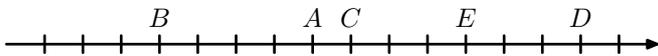
$$A\left(\frac{5}{3}; \frac{7}{4}\right) ; B\left(\frac{11}{3}; -\frac{5}{4}\right) ; C\left(\frac{16}{7}; \frac{12}{5}\right) ; D\left(\frac{2}{7}; \frac{27}{5}\right)$$

Justifier que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

2. Vecteurs colinéaires : proportionnalités :

Exercice 5287

Sur une droite graduée, on place les points A, B, C, D, E :



Pour chaque question, déterminer la valeur du nombre k vérifiant l'égalité :

- a. $\vec{BC} = k \cdot \vec{AC}$
- b. $\vec{ED} = k \cdot \vec{AC}$
- c. $\vec{AC} = k \cdot \vec{CA}$
- d. $\vec{ED} = k \cdot \vec{CA}$
- e. $\vec{EA} = k \cdot \vec{AB}$
- f. $\vec{AC} = k \cdot \vec{BA}$

Exercice 5295

Dans le cas où les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires, donner le coefficient de colinéarité du vecteur \vec{u} par rapport au vecteur \vec{v} :

- a. $\vec{u}(-2; -10)$ et $\vec{v}(4; 20)$
- b. $\vec{u}(-6; 9)$ et $\vec{v}\left(\frac{1}{4}; -\frac{1}{2}\right)$
- c. $\vec{u}(0; 5)$ et $\vec{v}(-5; 0)$
- d. $\vec{u}\left(-\frac{4}{3}; 4\right)$ et $\vec{v}(3; -9)$
- e. $\vec{u}\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{5}\right)$ et $\vec{v}(5; 6)$
- f. $\vec{u}(6; -5)$ et $\vec{v}\left(\frac{14}{5}; -2\right)$

Exercice 6488

On munit le plan d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$:

- Montrer que les points suivants sont alignés : $A(0; -1)$; $B(2; 0)$; $C(-2; -2)$
- Déterminer si les points suivants sont alignés : $K(3; -4)$; $L(2; -2)$; $M(-1; 3)$
- On considère les points ci-dessous : $O(3; 2)$; $P(4; 5)$; $Q(1; -202)$; $R(101; 98)$
Déterminer si les droites (OP) et (QR) sont parallèles.

3. Propriétés de colinéarité :

Exercice 5288

Dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les points : $A(3; -5)$; $B(-2; 0)$; $C(147; -13)$; $D(-53; 187)$
Etablir que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Exercice 5313

On considère le plan muni du repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ représenté

ci-dessous :

On considère les quatre vecteurs ci-dessous :

$$\vec{u}\left(\frac{9}{4}; -\frac{3}{4}\right) ; \vec{v}\left(\frac{7}{2}; -\frac{3}{2}\right) ; \vec{w}\left(-\frac{15}{4}; \frac{5}{4}\right)$$

- Représenter les trois vecteurs \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} avec pour origine le point O .
- a. Graphiquement, émettre une conjecture sur la colinéarité de couples de vecteurs parmi \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} .

b. Etablir votre conjecture.

Exercice 5293



Soit A, B, C et D quatre points du plan. Dans chaque cas,

démontrer que les vecteurs \vec{AB} et \vec{CD} , vérifiant la relation imposée, sont colinéaires :

a. $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$

b. $5 \cdot \vec{AD} = 2 \cdot \vec{AC} + 3 \cdot \vec{BD}$

c. $\vec{AD} + \vec{BD} + 2 \cdot \vec{CB} = \vec{0}$

d. $3 \cdot \vec{AD} + 4 \cdot \vec{BC} = 7 \cdot \vec{AC}$

4. Recherche des coordonnées de points :

Exercice 5291



On considère le plan muni d'un repère $(O; I; J)$.
Soit A, B, C et D quatre points du plan de coordonnées :

$A(-5; 1) ; B(2; 4) ; C(-1; -2) ; D(3; y_D)$

Déterminer les coordonnées du point D tel que les droites (AB) et (CD) soient parallèles et que le point D ait 3 pour abscisse.

Exercice 5822



Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé, on considère les trois points suivants :

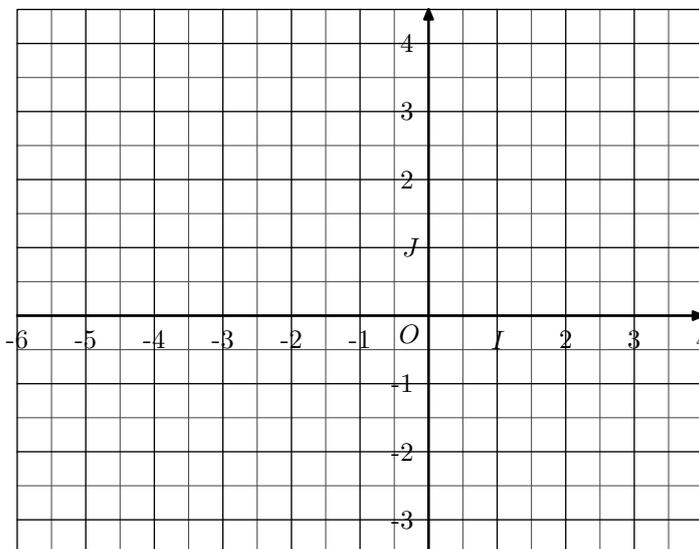
$A(-1; 1) ; B(-3; -1) ; C(2; 3)$

1. Les points A, B et C sont-ils alignés? Justifier votre réponse.
2. Déterminer les coordonnées de l'unique point D ayant pour abscisse -2 tel que les droites (AB) et (CD) soient parallèles.

Exercice 5292



On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$:



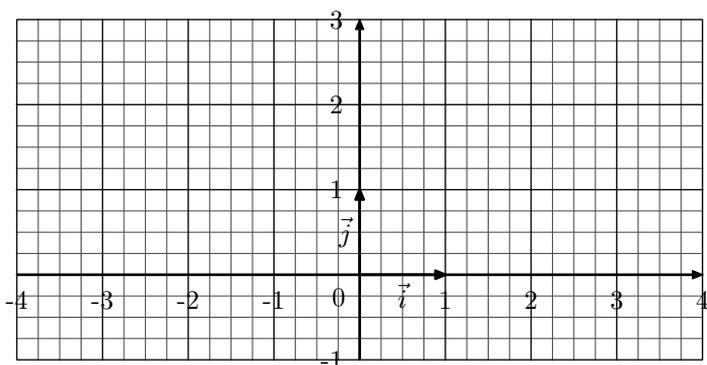
1. Placer les trois points A, B, C dans le repère ci-dessous :
 $A(3; -3) ; B(-4; 3) ; C(-5; -1)$
2. Déterminer les coordonnées du milieu M du segment $[AB]$.
3. a. Déterminer les longueurs AB et MC
b. Etablir que le triangle ABC est rectangle en C .
4. Soit N un point de l'axe des ordonnées. Déterminer les coordonnées du point N afin que les vecteurs \vec{BN} et \vec{CM} soient colinéaires.

5. Vecteurs directeurs de droites :

Exercice 5315



On considère le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ orthogonal :



et les points A et B de coordonnées : $A\left(-3; -\frac{1}{2}\right) ; B(1; 1)$

1. Tracer la droite (AB) dans le repère ci-dessus.
2. Donner quatre vecteurs directeurs de la droite (AB) dont un, au moins, a des coordonnées entières.

Exercice 5316



On considère les fonctions affines f et g définie par la relation :

$f(x) = \frac{3}{2} \cdot x + 2 ; g(x) = -2x + 1$

Dans le plan muni d'un repère, on note (d) et (d') les droites représentatives respectives des fonctions f et g .

1. Donner trois vecteurs directeurs de la droite (d) .
2. Donner trois vecteurs directeurs de la droite (d') .

6. Equation cartésienne de droites :

Exercice 5318

Dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère la droite (d) admettant pour équation :
 $2x - y + 5 = 0$

- Parmi les points ci-dessous, lesquels appartiennent à la droite (d) :

$$A(1; 7) ; B\left(-\frac{3}{2}; 2\right) ; C(-4; -4)$$

- Déterminer les coordonnées du point D appartenant à la droite (d) ayant pour abscisse 2.
- Déterminer les coordonnées du point E appartenant à la droite (d) ayant pour ordonnée $-\frac{1}{2}$.

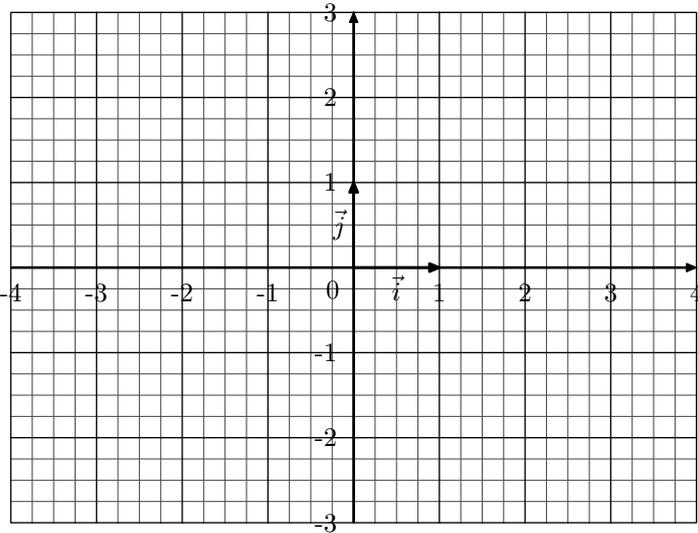
Exercice 5328

Dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les quatre droites ci-dessous définies par leur équation cartésienne :

$$(d_1) : 2x - 3y + 3 = 0 ; (d_2) : -2x - y + 1 = 0$$

$$(d_3) : 4x + 8y - 10 = 0 ; (d_4) : -3x + y + 4 = 0$$

- Pour chacune des droites, donner un point et un vecteur directeur de cette droite.
- Tracer chacune de ces droites dans le repère ci-dessous :



Exercice 5319

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, on considère les

7. Système d'équations :

Exercice 5337

On considère le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ et les trois droites (d_1) , (d_2) et (d_3) d'équations cartésiennes :

$$(d_1) : 4x - 6y + 2 = 0 ; (d_2) : x + 2y - 3 = 0$$

$$(d_3) : x - \frac{3}{2}y + 2 = 0$$

- Les droites (d_1) et (d_2) sont-elles parallèles entre elles ?

quatre droites suivantes :

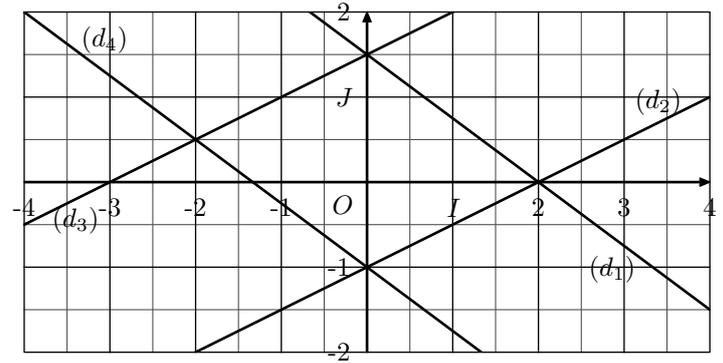
$$(d_1) : 3x - 2y - 2 = 0 ; (d_2) : -x + 3y + 1 = 0$$

$$(d_3) : 2x + y = 0 ; (d_4) : -2x - 2y + 1 = 0$$

- Donner un vecteur directeur de chacune de ces droites.
- Donner le coefficient directeur de chacune de ces droites.

Exercice 5334

Dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on donne la représentation des quatre droites (d_1) , (d_2) , (d_3) et (d_4) ci-dessous :



Associer à chacune des droites ci-dessous une des équations cartésiennes présentées ci-dessous :

$$(E_1) : 3x + 4y + 4 = 0 ; (E_2) : -x + 2y - 3 = 0$$

$$(E_3) : \frac{1}{2}x - y - 1 = 0 ; (E_4) : \frac{3}{4}x + y - \frac{3}{2} = 0$$

Exercice 5335

Dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les droites ci-dessous :

$$(d_1) : \sqrt{3}x - \sqrt{12}y + \sqrt{10} = 0$$

$$(d_2) : (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{3}y - 1 = 0$$

$$(d_3) : -\sqrt{3}x - (-1 + \sqrt{2})y + 2 = 0$$

$$(d_4) : (1 + \sqrt{2})x + (1 - \sqrt{2})y - 1 = 0$$

- Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite (d_1) ayant ses coordonnées entières.
- Donner les coordonnées d'un vecteur directeur des droites (d_2) , (d_3) , (d_4) ayant pour abscisse une valeur entière.

Si non, déterminer le point d'intersection de ces deux droites.

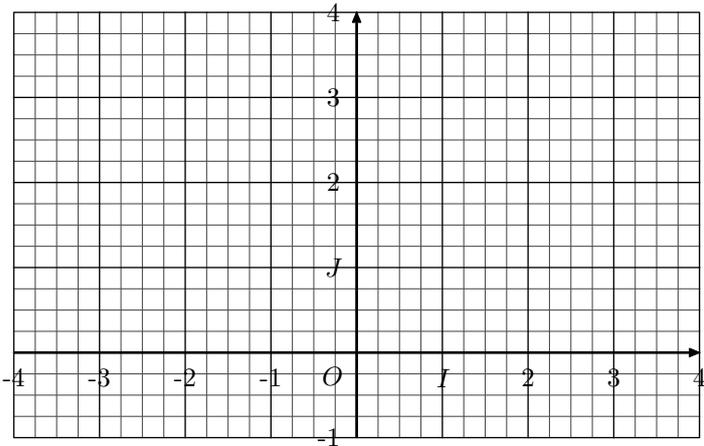
- Les droites (d_1) et (d_3) sont-elles parallèles entre elles ? Si non, déterminer le point d'intersection de ces deux droites.

Exercice 5395

On considère le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ et les deux droites (d_1) et (d_2) admettant pour équations cartésiennes :

$$(d_1) : x - 2y + 3 = 0 \quad ; \quad (d_2) : 3x + 4y - 13 = 0$$

- Donner les coordonnées d'un vecteur directeur et d'un point de chaque droite.
- Représenter dans le graphique ci-dessous les deux droites (d_1) et (d_2) .

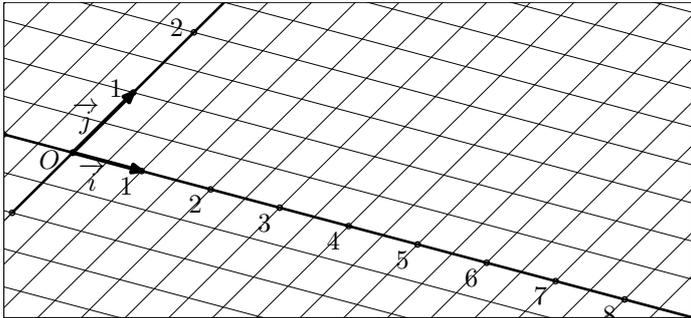


- Déterminer les coordonnées du point d'intersection des

8. Repères quelconques :

Exercice 4968

On munit le plan d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ quelconque représenté ci-dessous :



- Dans le repère ci-dessous, placer les deux points : $A(-1; 2)$; $B(4; 1)$
 - Justifier graphiquement que le vecteur \vec{AB} a pour coordonnées $(5; -1)$.
- On considère les deux vecteurs suivants : $\vec{u}(3; 2)$; $\vec{v}(-2; -2)$

Donner un représentant de votre choix de chacun de ces deux vecteurs dans le repère ci-dessus.

9. Décomposition de vecteurs :

Exercice 5290

Dans le plan, on considère le triangle quelconque ABC . On note respectivement I et J les symétriques respectifs de B et de C par rapport à A :

deux droites (d_1) et (d_2) .

Exercice 5396

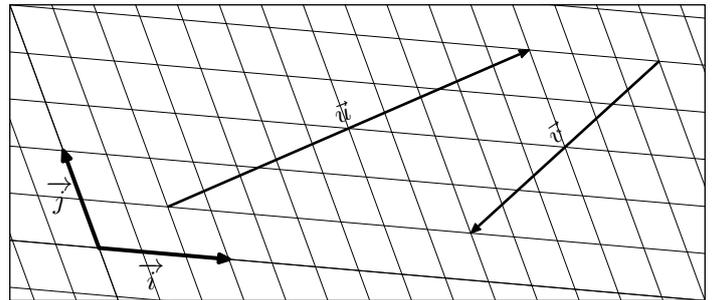
Dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les trois points suivants :

$$A(-3; -2) \quad ; \quad B(1; 1) \quad ; \quad C(-2; 2)$$

- Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) .
- Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) passant par le point C et parallèle à la droite (AB) .
- Déterminer les coordonnées du point M milieu du segment $[AC]$.
 - Déterminer une équation cartésienne de la droite (BM)
 - Déterminer les coordonnées du point D intersection des droites (BM) et (d) .
 - Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? Justifier votre réponse.

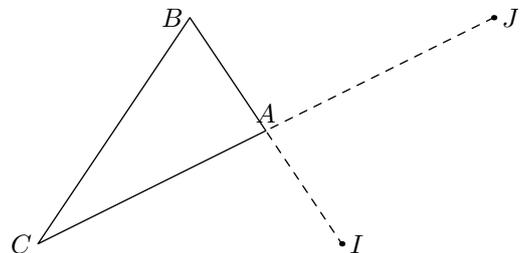
Exercice 5744

Dans le plan, on considère les deux vecteurs \vec{i} et \vec{j} non-collinéaires représentés ci-dessous :



La représentation des vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont également représentés ci-dessus.

- Dans la base vectorielle de $(\vec{i}; \vec{j})$, donner les coordonnées des vecteurs \vec{u} et \vec{v} .
- Par la méthode de votre choix, déterminer les coordonnées du vecteur somme : $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$.
- Par la méthode de votre choix, déterminer les coordonnées du vecteur \vec{t} réalisant l'égalité suivante : $\vec{v} = \vec{u} + \vec{t}$



Exprimer en fonctions des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} les vecteurs suivants :

- a. \vec{IA} b. \vec{AJ} c. \vec{BC}
 d. \vec{CB} e. \vec{IJ} f. \vec{IC}

Exercice 5294



Considérons un triangle ABC et M un point appartenant au côté $[AB]$ vérifiant la relation :

$$AM = \frac{2}{3} \cdot AB$$

P est le point d'intersection de la droite (BC) et de la parallèle à (AC) passant par le point M . N est le point d'intersection des droites (AC) et de la parallèle à (AB) passant par le point P

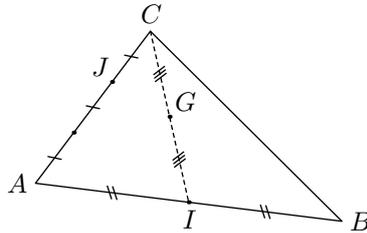
- Réaliser une représentation de cette configuration.
- Montrer que : $AN = \frac{1}{3} \cdot AC$; $CP = \frac{2}{3} \cdot CB$.
- Décomposer les vecteurs ci-dessous en fonction des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} :
 - \vec{AP}
 - \vec{MC}
- Décomposer les vecteurs ci-dessous en fonction des vecteurs \vec{CA} et \vec{CB} :
 - \vec{AP}
 - \vec{NM}

Exercice 5393



On considère le triangle ci-contre où I et G sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CI]$, le point J est définie par la relation :

$$\vec{CJ} = \frac{1}{3} \cdot \vec{CA}$$



On munit le plan du repère $(A; \vec{AB}; \vec{AC})$.

- Donner les coordonnées des points I et J .
- Etablir que le point G a pour coordonnées $(\frac{1}{4}; \frac{1}{2})$. Justifier votre réponse.
- En déduire l'alignement des points B, G, J .

Exercice 5343



Dans le plan, on considère un triangle ABC non-aplati. On

255. Exercices non-classés :

Exercice 5974



On considère le plan muni d'un repère $(O; I; J)$. On note A et B les points de coordonnées respectives $(-3; 2)$ et $(3; 0)$

- Donner les coordonnées d'un vecteur \vec{u} directeur de la droite (AB) .
 - Déterminer l'équation cartésienne de la droite (AB) .

considère les trois points M, N et P définis par :

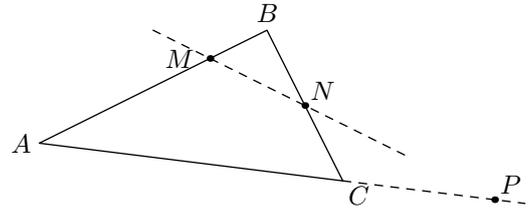
$$\vec{BM} = \frac{1}{3} \cdot \vec{BA} \quad ; \quad \vec{BN} = \frac{1}{2} \cdot \vec{BC} \quad ; \quad \vec{AP} = 2 \cdot \vec{AC}$$

Montrer que les points M, N et P sont alignés.

Exercice 5342



Dans le plan, on considère le triangle ABC :



On considère les points M et N définis par :

$$\vec{BM} = \frac{1}{4} \cdot \vec{BA} \quad ; \quad \vec{BN} = \frac{1}{2} \cdot \vec{BC}$$

On définit le point P par la relation vectorielle :

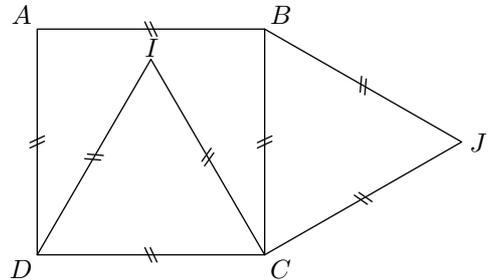
$$\vec{AP} = \alpha \cdot \vec{AC} \quad \text{où } \alpha \in \mathbb{R}$$

- Exprimer \vec{AC} en fonction des vecteurs \vec{BA} et \vec{BC} .
- On munit le plan du repère $(B; \vec{BA}; \vec{BC})$:
 - Déterminer les coordonnées du vecteur \vec{MN} et du vecteur \vec{MP} en fonction du réel α .
 - Déterminer la valeur de α afin que les points M, N et P sont alignés.

Exercice 5394



On considère la figure ci-dessus composée d'un carré $ABCD$ et de deux triangles équilatéral DIC et BJC :



Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Démontrer que les points A, I, J sont alignés.

(Dans un triangle équilatéral de côté a , on admet que toutes ses hauteurs ont pour longueur $\frac{a\sqrt{3}}{2}$).

- On considère le point $C(-1; -2)$ et un vecteur \vec{v} de coordonnées : $\vec{v}(2; 1)$.
 - Justifier que tous les points de la droite (AB) ont pour coordonnées $(x; -\frac{1}{3} \cdot x + 1)$.
 - Déterminer les coordonnées du point D appartenant à la droite (AB) tel que les vecteurs \vec{CD} et \vec{v} soit colli-

néaire.

3. On considère la droite (d) admettant l'équation suivante pour équation cartésienne :

$$(d) : x - y + 2 = 0$$

Déterminer les coordonnées des points d'intersection des droites (AB) et (d) .

Exercice 6663 

On considère le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé, les deux points A et B de coordonnées :

$$A(-1; 1) \quad ; \quad B\left(1; \frac{7}{3}\right)$$

et la droite (Δ) admettant pour équation cartésienne :

$$(\Delta) : 3 \cdot x + 2 \cdot y - \frac{10}{3} = 0$$

1. On considère la droite (d) passant par les points A et B .

a. Déterminer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} .

b. En déduire l'équation cartésienne de la droite (d) .

2. a. Donner les coordonnées d'un vecteur \vec{u} directeur de la droite (Δ) .

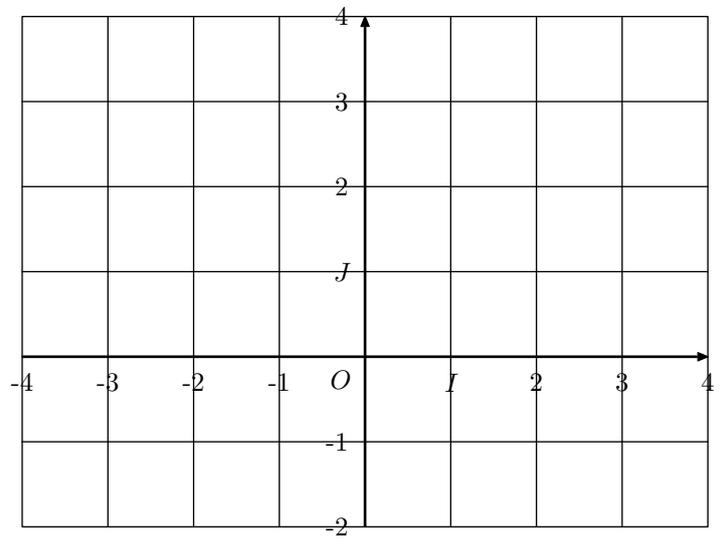
b. Justifier que les droites (d) et (Δ) sont sécantes.

c. Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites (d) et (Δ) .

3. a. Justifier que le point $M\left(2; -\frac{4}{3}\right)$ appartient à la droite (Δ) .

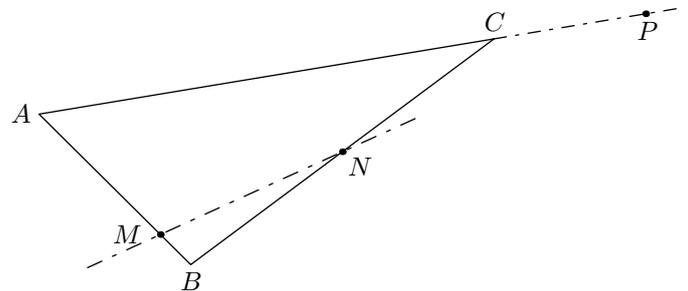
b. Justifier que la droite (Δ) est la médiatrice du segment $[AB]$.

Le repère ci-dessous est donné à titre indicatif



Exercice 6664 

Dans le plan, on considère le triangle ABC représenté ci-dessous :



Les points M , N et P sont définis par les relations :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{4}{5} \cdot \overrightarrow{AB} \quad ; \quad \overrightarrow{BN} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{BC} \quad ; \quad \overrightarrow{AP} = \frac{4}{3} \cdot \overrightarrow{AC}$$

L'étude s'effectuera dans le repère $(B; \overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC})$.

1. Donner les coordonnées des points M et N .

2. a. Déterminer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AC} .

b. En déduire les coordonnées du point P .

3. Justifier que les points M , N et P sont alignés.