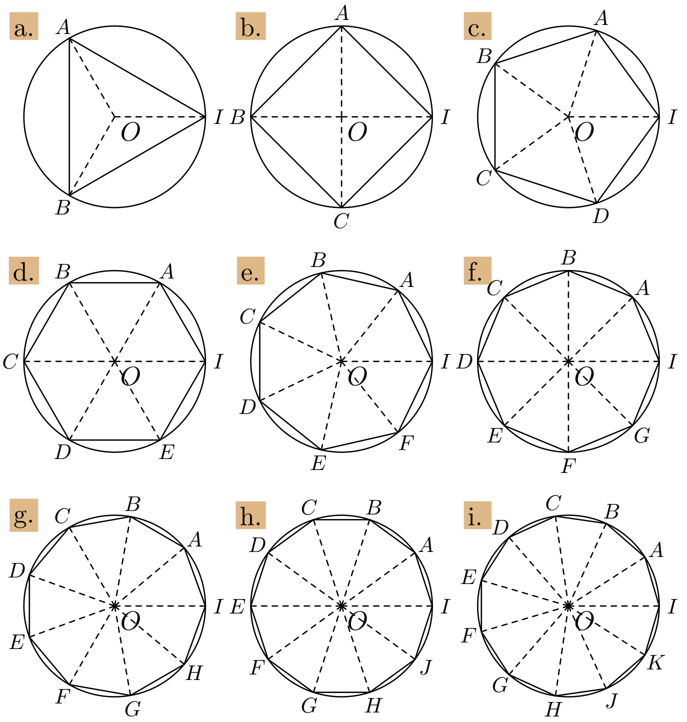
Exercice 1

On a représenté ci-dessous les neufs premiers polygones réguliers inscrit dans le cercle trigonométrique. Donner la mesure, en radians, de l'angle au centre séparant deux sommets consécutifs de chacun de ces polygones :



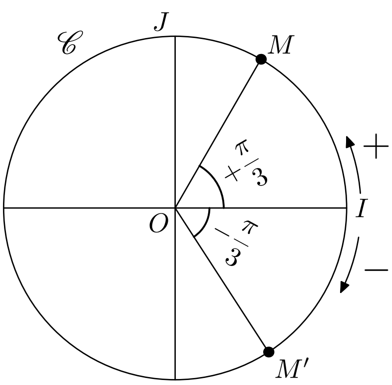
Sauriez-vous les nommer ?

Exercice 2

Dans le plan muni d'un repère orthonomal $(O\,;I\,;J)$, on considère le cercle de centre O et de rayon 1 appelé **cercle trigonométrique**.

Tout point M définit un angle géométrique $\widehat{IOM}$.

Le sens de parcours du cercle trigonométrique permet de caractériser tout point du cercle par son angle géométrique :



- l'angle est positif si l'arc $\widehat{IM}$ est orienté dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
- l'angle est négatif si l'arc $\widehat{IM}$ est orienté dans le sens des aiguilles d'une montre.

Dans la représentation ci-dessus :

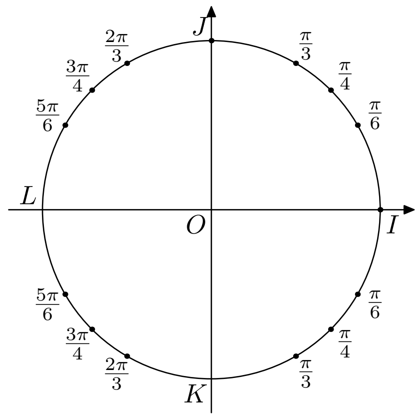
- On a : $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM}\right)=+\frac{\pi}{3}$ rad

  Dans le cercle trigonométrique, on note $M\left(+\frac{\pi}{3}\right)$.

- On a : $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM'}\right)=-\frac{\pi}{3}$ rad

  Dans le cercle trigonométrique, on note $M'\left(-\frac{\pi}{3}\right)$.

1. Dans la figure ci-dessous, rajouter le signe permettant de repérer chaque point marqué du cercle trigonométrique :



2. Dans le cercle trigonométrique ci-dessus, placer sur cette figure les points M, N, P, Q, R, S réalisant les mesures suivantes :

   a. $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{ON}\right)=-\frac{\pi}{4}$ rad　　b. $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OP}\right)=\frac{5\pi}{6}$ rad

   c. $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OQ}\right)=-\frac{2\pi}{3}$ rad　　d. $\left(\overrightarrow{OK}\,;\overrightarrow{OR}\right)=-\frac{\pi}{4}$ rad

   e. $\left(\overrightarrow{OK}\,;\overrightarrow{OS}\right)=\frac{\pi}{6}$ rad　　f. $\left(\overrightarrow{OJ}\,;\overrightarrow{OT}\right)=-\frac{\pi}{4}$ rad

Exercice 3

1. Tracer un cercle trigonométrique et placer les points suivants dont le repérage par leur mesure principale :

   a. $A\left(\frac{2\pi}{3}\right)$　　b. $B\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$　　c. $C\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

   d. $D\left(\frac{\pi}{4}\right)$　　e. $E\left(-\frac{\pi}{4}\right)$　　f. $F\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

2. Préciser les valeurs du cosinus et du sinus associées à chacun des angles repérant les points précédents.

Exercice 4*

On munit le plan d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$. On désigne par M et N deux points du cercle trigonométrique.

1. Parmi les mesures d'angles ci-dessous, lesquelles appartiennent à l'intervalle des mesures principales :

   a. $\frac{5\pi}{3}$　　b. $-\frac{7\pi}{4}$　　c. $\frac{-2\pi}{3}$　　d. $1{,}1\pi$

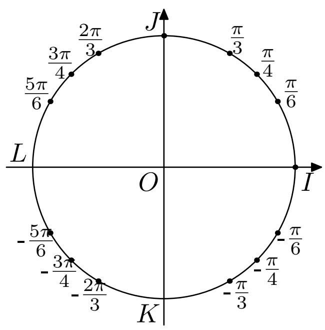
2. Déterminer la mesure principale des angles définis par les points M, N, P et Q ci-dessous, puis placer chacun de ces points sur le cercle trigonométrique ci-contre :

   a. $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM}\right)=\frac{7\pi}{3}$

   b. $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{ON}\right)=-\frac{15\pi}{4}$

   c. $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OP}\right)=\frac{5\pi}{3}$

   d. $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OQ}\right)=\frac{19\pi}{6}$



Exercice 5*

1. Donner la mesure principale des angles suivants :

a. $\dfrac{15\pi}{7}$ b. $\dfrac{13\pi}{9}$ c. $\dfrac{173\pi}{12}$

d. $\dfrac{165\pi}{7}$ e. $-\dfrac{64\pi}{15}$ f. $-\dfrac{429\pi}{33}$

2. Voici deux intervalles de mesures d'angles orientés :

$$I=\left[\frac{2\pi}{3};\frac{7\pi}{3}\right] \quad ; \quad J=\left[\frac{7\pi}{3};\frac{35\pi}{8}\right]$$

Déterminer l'écriture de chacun de ces ensembles en utilisant les mesures principales d'angles orientées.

Exercice 6

1. Simplifier chacune des expressions suivantes :

a. $\cos\left(x-\pi\right)$ b. $\sin\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)$

c. $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$ d. $\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$

2. A l'aide de la relation : $\tan x=\dfrac{\sin x}{\cos x}$ où $x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\cdot\pi$ simplifier les expressions suivantes :

a. $\tan\left(x+\pi\right)$ b. $\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)$

Exercice 7*

Simplifier l'écriture de chacune des expressions ci-dessous :

a. $\sin\left(3\pi+x\right)$ b. $\cos\left(\dfrac{5\pi}{2}-x\right)$

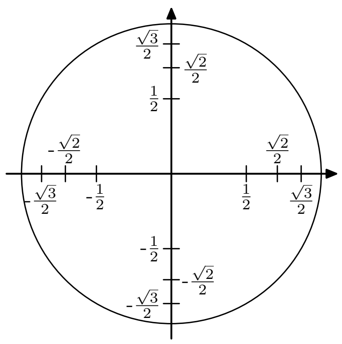
c. $\cos\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)$ d. $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right)$

e. $\sin\left(\pi-x\right)+\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)$

f. $3\cdot\sin\left(\pi+x\right)-2\cdot\sin\left(\pi-x\right)+4\cdot\sin\left(x-\pi\right)$

Exercice 8

Dans le plan muni d'un repère $(O;I;J)$, on considère le cercle trigonométrique représenté ci-dessous :



1. a. Sur le cercle trigonométrique, placer les deux points M et M' ayant pour abscisse $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

b. Dans l'intervalle des mesures principales, résoudre l'équation :

$$\cos x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

2. Dans l'intervalle des mesures principales, résoudre les équations suivantes :

a. $\sin x=\dfrac{1}{2}$ b. $\cos x=\dfrac{1}{2}$ c. $\sin x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation suivante :

$$\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Exercice 9

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a. $\sin x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ b. $\cos x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 10

1. Résoudre dans l'ensemble $\left]-\pi;\pi\right]$ des mesures principales, les équations suivantes :

a. $\cos x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ b. $\sin x=-\dfrac{1}{2}$

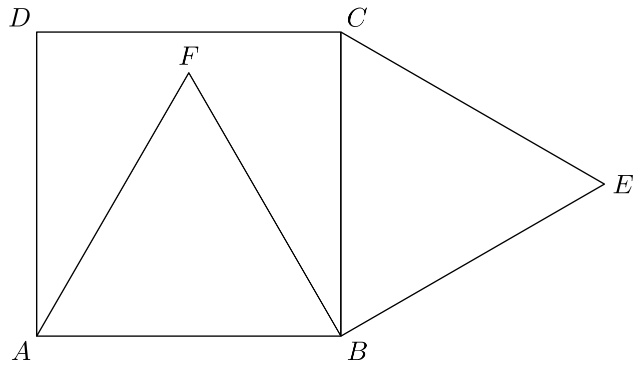
c. $\sin x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ d. $\cos x=-\dfrac{1}{2}$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a. $\cos x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ b. $\sin x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 11

On considère le carré $ABCD$.
Soit le point E extérieur au carré tel que BCE soit équilatéral.
Soit F le point intérieur au carré tel que le triangle ABF soit équilatéral.



On souhaite montrer que les points D, F et E sont alignés.

1. a. Donner la mesure des deux angles orientés suivants :
$\left(\overrightarrow{AF};\overrightarrow{AD}\right)$; $\left(\overrightarrow{DF};\overrightarrow{DA}\right)$

b. En déduire la mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DF}\right)$.

2. a. Donner la mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{CD};\overrightarrow{CE}\right)$.

b. En déduire la mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DE}\right)$.

3. En déduire que les points D, F et E sont alignés.

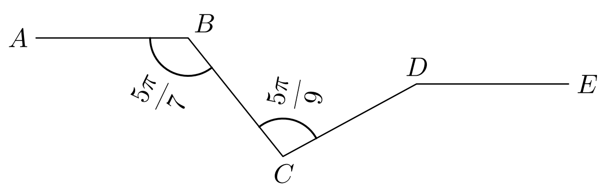
Les questions suivantes ont pour objectif d'utiliser la relation de Chasles.

4. Détermmminer la mesure des angles orientés :

a. $\left(\overrightarrow{BE};\overrightarrow{CF}\right)$ b. $\left(\overrightarrow{AF};\overrightarrow{CE}\right)$

Exercice 12*

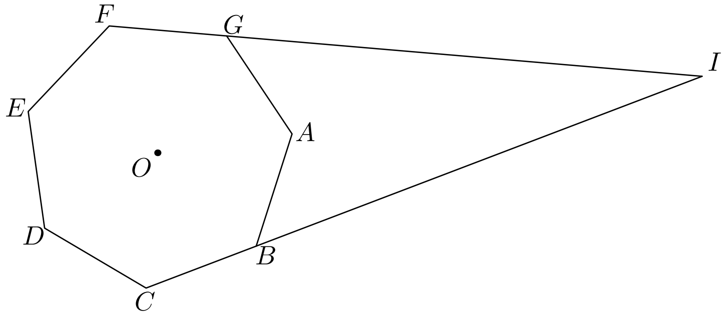
Sur le dessin ci-dessous, est représentée une ligne brisée $ABCDE$ dont les angles géométriques $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCD}$ ont été indiqués.



Les droites (AB) et (DE) sont parallèles. Déterminer la mesure principale de l'angle orientée $\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DE}\right)$.

Exercice 13*

On considère l'heptagone régulier $ABCDEFG$ de centre O.



Le point I est le point d'intersection des droites (BC) et (FG).

1. Donner, en justifiant votre démarche, la mesure des angles orientées suivant *(on passera dans un premier temps par l'angle géométrique)* :

   a. $\left(\overrightarrow{OG}\,;\overrightarrow{OB}\right)$ b. $\left(\overrightarrow{AG}\,;\overrightarrow{AB}\right)$ c. $\left(\overrightarrow{CE}\,;\overrightarrow{CD}\right)$

2. Déterminer, avec l'aide de la relation de Chasles, la mesure des angles orientés suivant :

   a. $\left(\overrightarrow{OE}\,;\overrightarrow{CB}\right)$ b. $\left(\overrightarrow{IG}\,;\overrightarrow{IB}\right)$

