Exercice 1 (Suites géométriques)

Dans chacun des cas, (u_n) est une suite géométrique de raison q.

1. $u_0 = 5$ et $q = -3$ calculer u_1 puis u_8 ;
2. $u_1 = -3$ et $q = \dfrac{1}{4}$ calculer u_2 puis u_{10} ;
3. $u_0 = 3$ et $q = -0,5$ calculer u_3 puis u_{12}.

Exercice 2 (Bac STI2D Polynésie 2014)

« *En 2009, les Français ont en moyenne produit* 374 *kg de déchets ménagers par habitant.* » *Source Ademe*

Le maire d'une commune de 53 700 habitants constata avec déception que ses administrés avaient produit 23 000 tonnes de déchets en 2009, Il décida alors de mettre en place une nouvelle campagne de sensibilisation au recyclage des papiers, plastiques, verres et métaux.
Cela permit à la ville d'atteindre 400 kg de déchets ménagers en moyenne par habitant en 2011 et d'espérer réduire ensuite cette production de 1,5 % par an pendant 5 ans.

1. Justifier la déception du maire en 2009.
2. On note $d_0 = 400$. Pour tout nombre entier naturel non nul n, on note d_n la quantité (en kg) de déchets ménagers produite par habitant de cette ville durant l'année $2011 + n$.
   (a) Montrer que $d_1 = 0,985 d_0$.
   (b) Déterminer la nature de la suite (d_n). Exprimer d_n en fonction de n puis calculer la limite de la suite (d_n).
   (c) Quelle devrait être, à ce rythme là , la production en kilogrammes de déchets ménagers par habitant dans cette ville en 2014 ?
3. On considère l'algorithme suivant :

Les variables sont l'entier naturel N et le réel d.	
Initialisation :	Affecter à N la valeur 0
	Affecter à d la valeur 400
Traitement :	Tant que $d > 374$
	Affecter à N la valeur $N + 1$
	Affecter à d la valeur $0,985d$
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher N

Donner la valeur affichée pour N et interpréter ce résultat.

Exercice 3 (Bac STI2D Nouvelle calédonie 2014)

L'iode 131 est un produit radioactif utilisé en médecine. II peut cependant être dangereux lorsqu'on le reçoit en grande quantité.
On considère un échantillon d'une population de noyaux d'iode 131 comportant 10^6 noyaux au début de l'observation. On considère que le nombre de noyaux diminue chaque jour de 8,3 %.
On note u_n le nombre de noyaux de cet échantillon au bout de n jours.
On a donc $u_0 = 10^6$.

1. Calculer u_1 puis u_2.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. En déduire la nature de la suite (u_n).
3. Exprimer u_n en fonction de n.
4. Déterminer à partir de combien de jours la population de noyaux aura diminué au moins de moitié. Cette durée s'appelle la demi-vie de l'iode 131.
5. On considère l'algorithme suivant :

Variables :	n et u sont des nombres
Initialisation :	Affecter la valeur 0 à n
	Affecter la valeur 10^6 à u
Traitement :	Tant que $u > \dfrac{10^6}{2}$
	n prend la valeur $n + 1$
	u prend la valeur $u \times 0,917$
	Fin tant que
Sortie :	Afficher n

   (a) à quoi correspond la valeur n en sortie de cet algorithme ?
   (b) Si on programme cet algorithme, quel résultat affiche-t-il ?
   (c) Pour le Césium 137, le nombre de noyaux diminue chaque année de 2,3 %. Quelles modifications faut-il apporter à l'algorithme précédent pour trouver la demi-vie du césium 137 sachant que la population au départ est de 10^8 noyaux ?

Exercice 4 **(Bac STI2D Nouvelle calédonie 2013)**

La suite (u_n) est définie pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = 0,4u_n + 3 \text{et} u_0 = -1$.

PARTIE A :

1. à l'aide d'un tableur, on a calculé les 11 premières valeurs de u_n.
   On obtient les résultats suivants :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Valeur de n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Valeur de u_n	-1	2,6	4,04	4,616	4,8464	4,9386	4,9754	4,9902	4,9961	4,9984	4,9994

   Parmi les quatre formules ci-dessous, laquelle a-t-on entrée dans la cellule C2 pour obtenir par copie vers la droite les valeurs affichées dans les cellules D2 à L2 (on indiquera la réponse sur la copie sans justification) ?
   a $= 0,4^n + 3$ **b** $= \$B\$2 * 0,4 + 3$ **c** $= \text{B2} * 0,4 + 3$ **d** $= 0,4\hat{}\text{C1} + 3$
2. Quelle conjecture peut-on faire sur la limite de la suite (u_n) ?
3. On considère l'algorithme suivant :

Variables :	p et n sont des entiers naturels, u est un nombre réel
Entrée :	saisir la valeur de p
Initialisation :	n prend la valeur 0, u prend la valeur -1
Traitement :	tant que $\lvert u - 5 \rvert > 10^{-p}$
	n prend la valeur $n + 1$
	u prend la valeur $0,4u + 3$
	fin tant que
Sortie :	afficher la valeur de n

   à l'aide du tableau de la question 1, donner la valeur affichée par cet algorithme lorsque $p = 2$.

PARTIE B :

On étudie maintenant la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par
$v_n = 6 \times (0,4)^n$.

1. Donner la nature de la suite (v_n) et ses éléments caractéristiques.
2. Déterminer la limite de (v_n) quand n tend vers $+\infty$.
3. On admet que pour tout entier naturel n : $u_n = 5 - v_n$. Déterminer la limite de (u_n).
4. (a) Déterminer en fonction de n la somme $v_0 + v_1 + \ldots + v_n$.
   (b) En déduire en fonction de n la somme $u_0 + u_1 + \ldots + u_n$.

Exercice 5 **(Bac STI2D Métropole 2013)**

Depuis 2000, l'Union Européenne cherche à diminuer les émissions de polluants sur les moteurs diesel des véhicules roulants. En 2000, la norme tolérée était fixée à 635 milligrammes par kilomètre en conduite normalisée. L'objectif de l'Union Européenne est d'atteindre une émission de polluants inférieure à 100 milligrammes par kilomètre. La norme est réactualisée chaque année à la baisse et depuis 2000, sa baisse est de 11,7 % par an.

1. (a) Justifier que la norme tolérée était d'environ 561 milligrammes par kilomètre en 2001.
   (b) Un véhicule émettait 500 milligrammes par kilomètre en 2002. Indiquer, en justifiant, s'il respectait ou non la norme tolérée cette année-là.
2. Dans le cadre d'une recherche, Louise veut déterminer à partir de quelle année l'Union Européenne atteindra son objectif.
   Louise a amorcé l'algorithme suivant :

```
Variables
    n : un nombre entier naturel
    p : un nombre réel
Initialisation
    Affecter à n la valeur 0
    Affecter à p la valeur 635
Traitement
    Tant que ......
        Affecter à n la valeur n + 1
        Affecter à p la valeur 0,883 × p
    Fin Tant que
Sortie
    Afficher ......
```

   (a) Expliquer l'instruction « Affecter à p la valeur $0,883 \times p$ ».
   (b) Deux lignes de l'algorithme comportent des pointillés. Recopier ces lignes et les compléter afin de permettre à Louise de déterminer l'année recherchée.
3. Pour tout entier naturel n, on note u_n la norme tolérée, exprimée en milligrammes l'année $(2000 + n)$. On a ainsi $u_0 = 635$.
   (a) Établir que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
   (b) Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.
4. Déterminer à partir de quelle année l'Union Européenne atteindra son objectif.