Exercice 1 **(Bac STI2D Métropole 2013)**

1. La forme exponentielle du nombre complexe $z = -5 + 5\mathrm{i}$ est :
   (a) $z = 5\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{3\pi}{4}}$ (b) $z = 5\sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{3\pi}{4}}$ (c) $z = 5\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$ (d) $z = 5\sqrt{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$
2. Si $z_1 = 2\sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{3\pi}{4}}$ et $z_2 = \sqrt{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$, alors le produit $z_1 \times z_2$ est un nombre complexe :
   (a) de module 4 et dont un argument est $\dfrac{2\pi}{7}$
   (b) de module $2\sqrt{2}$ et dont un argument est $\dfrac{5\pi}{12}$
   (c) de module 4 et dont un argument est $\dfrac{5\pi}{12}$
   (d) de module $2\sqrt{2}$ et dont un argument est $\dfrac{13\pi}{12}$
3. Le nombre complexe $\dfrac{\sqrt{2} - \mathrm{i}\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \mathrm{i}\sqrt{2}}$ est égal à :
   (a) 1 (b) i (c) -1 (d) $-\mathrm{i}$
4. Le nombre complexe z de module $2\sqrt{3}$ et dont un argument est $\dfrac{2\pi}{3}$ a pour forme algébrique :
   (a) $\sqrt{3} - 3\mathrm{i}$ (b) $3 - \mathrm{i}\sqrt{3}$ (c) $-\sqrt{3} + 3\mathrm{i}$ (d) $-3 + \mathrm{i}\sqrt{3}$

Exercice 2 **(Bac STI2D Nouvelle calédonie 2014)**

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

On considère les nombres complexes z_1, z_2 et z_3 définis par : $z_1 = 1 + \mathrm{i}\sqrt{3}$, $z_2 = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$ et $z_3 = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{12}}$.

1. Déterminer l'écriture exponentielle de z_1.
2. Déterminer l'écriture algébrique de z_2.
3. Démontrer que $z_1 \times z_2 = 2z_3$.
4. En déduire l'écriture algébrique de z_3.
5. En déduire que $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{-\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$.

Exercice 3 **(Bac STI2D Antilles 2013)**

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
On note $\mathbb{C}$ l'ensemble des nombres complexes, et i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

1. On considère l'équation (E) d'inconnue z : $(2 - \mathrm{i})z = 2 - 6\mathrm{i}$.
   (a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E). On notera z_1 la solution de (E) que l'on écrira sous forme algébrique.
   (b) Déterminer la forme exponentielle de z_1.
   (c) Soit z_2 le nombre complexe défini par : $z_2 = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{2}} \times z_1$.
   Déterminer les formes exponentielle et algébrique de z_2.
2. Soit A, B et C les points du plan d'affixes respectives : $z_{\mathrm{A}} = 2 - 2\mathrm{i}$, $z_{\mathrm{B}} = -2 - 2\mathrm{i}$ et $z_{\mathrm{C}} = -4\mathrm{i}$.
   (a) Placer les points A, B et C dans le plan complexe.
   (b) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{\mathrm{CA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{CB}}$.
   (c) Déterminer la nature du triangle ABC.

Exercice 4 **(Bac STI2D Antilles 2014)**

Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{u}, \vec{v})$ d'unités 5 cm.
On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

Soit z le nombre complexe de module 2 et d'argument $\dfrac{\pi}{3}$,
$\overline{z}$ est le nombre complexe conjugué de z.

PARTIE A

1. Donner les écritures algébriques de z, de $\overline{z}$ et de $\dfrac{1}{2}\overline{z}$.
2. On considère le nombre complexe $p = \dfrac{2 + \overline{z}}{2 - \overline{z}}$.
   (a) Montrer que $p = -\mathrm{i}\sqrt{3}$.
   (b) Les points M, N et P sont les points d'affixes respectives 1, $\dfrac{1}{2}\overline{z}$ et p. Placer ces trois points dans le repère. Justifier l'alignement de ces trois points.

PARTIE B Soit u le nombre complexe défini par $u = \dfrac{1}{2}z$.

1. Écrire u sous la forme exponentielle.
2. (a) Donner l'écriture exponentielle puis l'écriture algébrique de u^3.
   (b) Vérifier les relations suivantes : $u^4 = -u$ et $u^5 = -u^2$.
   (c) Vérifier que $1 + u + u^2 + u^3 + u^4 + u^5 + u^6 = 1$.