Exercice 1 **(Propriétés algébriques de l'exponentielle)**

Écrire les expressions suivantes sous la forme $e^{A}(x)$

1. $e^{3x} \times e^5$
2. $(e^{3x})^2$
3. $(e^{-x})^4$
4. $\dfrac{e^{5x}}{e^{2x}}$
5. $\dfrac{1}{e^{4x}}$
6. $\dfrac{e^x}{e^{-2x}}$
7. $e^{2x} \times e^{-5x}$
8. $(e^{-2x})^4$
9. $e^{-2x} \times e^{5x} \times \dfrac{1}{e^x}$
10. $(e^{\frac{x}{2}})^4$

Exercice 2 **(Dérivée de la fonction $x \mapsto e^x$)**

Calculer la fonction dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

1. $f(x) = 3e^x + x$
2. $f(x) = xe^x$
3. $f(x) = (2x^2 + x)e^x$
4. $f(x) = \dfrac{2e^x - 1}{e^x + 2}$
5. $f(x) = \dfrac{2}{e^x + 1}$
6. $f(x) = e^x \cos(2x)$
7. $f(x) = -\dfrac{1}{2}e^x + x^3 - x$
8. $f(x) = (e^x + 3)^2$

Exercice 3 **(Système d'équations)**

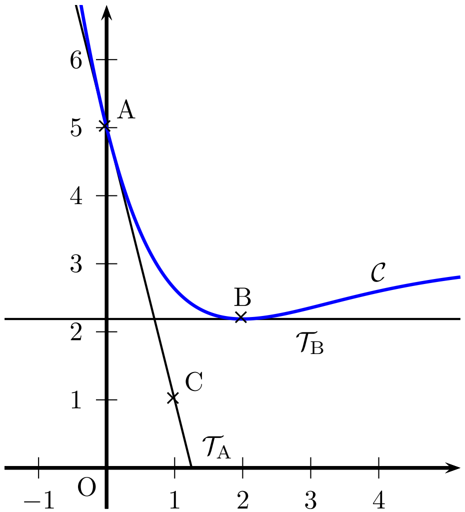
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ où a, b, c sont trois réels. On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé. On suppose que :

- la courbe $\mathcal{C}$ passe par le point A de coordonnées $(0; 2)$;
- la courbe $\mathcal{C}$ admet en A une tangente T qui passe par le point $C(1; 5)$;
- la point B d'abscisse -1 est un point d'intersection de $\mathcal{C}$ avec l'axe des abscisses.

1. Traduire les trois conditions précédentes en utilisant la fonction f.
2. En déduire les valeurs de a, b et c.

Exercice 4 **(Exercice de bac Nouvelle Calédonie 2014)**

Dans tout l'exercice, on désigne par $\mathbb{R}$ l'ensemble des nombres réels.
On donne ci-dessous une petite partie de la courbe représentative $\mathcal{C}$ d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, dans un repère orthonormé du plan.
On note f' la fonction dérivée de f. La courbe $\mathcal{C}$ passe par le point A $(0 ; 5)$ et par le point B d' abscisse 2. La tangente $\mathcal{T}_A$ à la courbe au point A passe par le point C$(1 ; 1)$ et la tangente $\mathcal{T}_B$ au point B est horizontale.



PARTIE A :

1. La valeur de $f(0)$ est :
   a. -4 **b.** 4 **c.** $1{,}2$ **d.** autre réponse
2. La valeur de $f'(0)$ est :
   a. -4 **b.** 4 **c.** $1{,}2$ **d.** autre réponse
3. La valeur de $f'(2)$ est :
   a. 0 **b.** $2{,}1$ **c.** 3 **d.** autre réponse

PARTIE B

La fonction f représentée dans la PARTIE A est définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = \left(-x^2 - 2x + 2\right) \mathrm{e}^{-x} + 3$.

1. Graphiquement, quelles semblent être les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$?
2. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f et on admet que pour tout nombre réel x appartenant à $\mathbb{R}$, $f'(x) = \left(x^2 - 4\right) \mathrm{e}^{-x}$.
   (a) Étudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x.
   (b) En déduire le tableau de variation de la fonction f.
3. On considère la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \left(x^2 + 4x + 2\right) \mathrm{e}^{-x} + 3x$.
   Vérifier que la fonction F est une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
4. Calculer $F(2) - F(0)$