Exercice 1

Aux heures d'ouverture de la gare routière de Saint-Denis, le « Z'éclair » passe toutes les heures à destination de Saint-Pierre. Un voyageur, qui n'a pas eu le temps de se renseigner sur les horaires, se présente dans la gare. On note X la variable aléatoire donnant le temps d'attente, en minutes, de ce voyageur dans la gare.

1. Quelle loi suit la variable aléatoire X ?
2. Calculer la probabilité que le voyageur attende :
   (a) exactement 15 minutes (b) entre 15 et 30 minutes (c) plus de 40 minutes.
3. Quel est le temps d'attente moyen ?

Exercice 2

Soit $[AB]$ un segment de longueur 10 cm. On choisit au hasard un point M sur $[AB]$ et on note X la variable aléatoire donnant la distance AM, en cm.

1. Quelle loi suit la variable aléatoire X ainsi définie ?
2. Calculer la probabilité que le point M :
   (a) soit le milieu I de $[AB]$;
   (b) appartienne au segment $[AC]$, où C est le point de $[AB]$ tel que $AC = 3$;
   (c) soit plus près de B que de I.

Exercice 3

On choisit un nombre réel au hasard entre 0 et 2. Déterminer la probabilité qu'il soit compris ente $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{2}$.

Exercice 4

Noé et Quentin se sont donné rendez-vous devant le cinéma entre 14h00 et 14h30. Noé arrive à 14h10 tandis que Quentin considère que son arrivée, entre 14h00 et 14h30 est le fruit du hasard. Déterminer les probabilités suivantes :

1. Quentin arrive moins d'une minute après Noé ;
2. Quentin arrive avant Noé ;
3. Noé attend Quentin plus de 10 minutes.

Exercice 5

Soit T une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre 0,02. Déterminer les probabilités suivantes :

1. $P(T \leq 50)$ 2. $P(T > 100)$ 3. $P(2\,000 \leq T \leq 3\,000)$.

Exercice 6

1. À la caisse d'un magasin, on admet que la variable aléatoire T qui, à un client pris au hasard, fait correspondre le temps de son passage en caisse exprimé en secondes, suit la loi exponentielle de paramètre $\mu = 0,008$.
   (a) Pour un client pris au hasard, quelle est la probabilité que son passage en caisse dure moins de 2 minutes ? Plus de 5 minutes ?
   (b) Quel est le temps moyen de passage en caisse dans ce magasin ?
2. Une file d'attente se forme devant cette caisse. Un client arrive dans la file. On admet que la variable aléatoire T' qui donne le temps (en secondes) entre l'arrivée de deux clients successifs dans la file d'attente suis une loi exponentielle de paramètres λ.
   (a) Sur la plage horaire considérée, il arrive en moyenne un client toutes les 150 secondes devant cette caisse. En déduire la valeur du paramètre λ.
   (b) On démontre que, dans une telle modélisation, le nombre moyen de clients dans le système (personne servie en caisse et personnes dans la file d'attente) est $\frac{\rho}{1-\rho}$ où $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$. Donner, à l'entier près, le nombre de personnes en moyenne dans la file d'attente.

Exercice 7 **(Bac STI2D, Antilles 2014)**

Dans cet exercice, on s'intéresse à deux types A et B de téléviseurs à écran plat.
Les réponses aux questions 1.(a.), 1.(b) et 1.(c) seront arrondies au centième.

1. La durée de fonctionnement, exprimée en heures, d'un téléviseur du type A, avant que survienne la première panne, est modélisée par une variable aléatoire X suivant la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 2 \times 10^{-5}$.
   (a) Calculer la probabilité que la première panne survienne avant la $32\,000^{\text{e}}$ heure de fonctionnement.
   (b) On s'intéresse à un téléviseur de type A fonctionnant chaque jour pendant 4 heures. Calculer la probabilité que la première panne d'écran ne survienne pas avant 10 ans. *On prendra 1 année = 365 jours.*
   (c) Calculer la probabilité que la première panne survienne après 10 000 heures et avant 4 000 heures de fonctionnement.
   (d) Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X et en donner une interprétation.
2. La durée de fonctionnement avant la première panne d'un téléviseur de type B est modélisée par une variable aléatoire Y suivant la loi exponentielle de paramètre λ'. Une étude statistique a permis d'évaluer $P(Y \leqslant 32\,000) = 0,8$. Calculer la valeur arrondie à 10^{-5} de λ'.