

Durée : 4 heures

A. P. M. E. P.

∞ Baccalauréat STI 2D/STL spécialité SPCL ∞  
Nouvelle-Calédonie 28 novembre 2017

EXERCICE 1

4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée.

Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante choisie.

- Une primitive de  $f$  définie pour  $x > 0$  par  $f(x) = 3x + \frac{2}{x}$  est la fonction  $F$  telle que :
  - $F(x) = 3x^2 + \ln(x^2)$
  - $F(x) = \frac{3x^2}{2} + 2\ln(x)$
  - $F(x) = 3 - \frac{2}{x^2}$
  - $F(x) = 6x - 2\ln(x)$
- $\ln(128)$  est égal à :
  - $\ln(2) + \ln(7)$
  - $7\ln(2)$
  - $2\ln(14)$
  - $\ln(120) + \ln(8)$
- On considère le nombre complexe  $z = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$  où  $i$  est le nombre complexe de module 1 et d'argument  $\frac{\pi}{2}$ . Le cube de  $z$  est égal à :
  - $6i$
  - $-8$
  - $8$
  - $-8i$
- L'équation  $e^{2x} = 3$  admet comme solution dans  $\mathbb{R}$  :
  - $\frac{3}{2}$
  - $\frac{1}{2}\ln(3)$
  - $\frac{3}{2}e$
  - $\ln(9)$

Exercice 2

6 points

Un kiosque numérique propose des magazines consultables sur tablette. Il avait 4 000 abonnés lors de son lancement.

Une étude commerciale montre que chaque année le taux de réabonnement est voisin de 70 % et que le nombre de nouveaux abonnés est d'environ 6 000.

- Déterminer le nombre d'abonnés une année après le lancement.
- Déterminer de même le nombre d'abonnés deux années après le lancement.
- On considère l'algorithme suivant :

<b>Variables :</b>	$n$ est un entier naturel. $u$ est un réel.
<b>Initialisation :</b>	Affecter à $u$ la valeur 4 000 Affecter à $n$ la valeur 0
<b>Traitement :</b>	Tant que $n < 2$ $u$ prend la valeur $\frac{7}{10}u + 6000$ $n$ prend la valeur $n + 1$
<b>Sortie :</b>	Afficher $u$ .

Quel est le résultat affiché par cet algorithme ?

- Modifier l'algorithme pour afficher le nombre d'années à partir duquel il y aura plus de 15 000 abonnés.

5. Soit la suite  $(a_n)$  définie par :

$$a_0 = 4 \text{ et pour tout } n > 0, a_{n+1} = \frac{7}{10}a_n + 6.$$

Quel lien peut-on établir entre cette suite et le nombre d'abonnés au kiosque numérique?

6. Soit  $(b_n)$  la suite définie pour tout entier  $n$  par :  $b_n = 20 - a_n$ .

On admet que la suite  $(b_n)$  est une suite géométrique de raison  $\frac{7}{10}$ .

Exprimer  $a_n$  en fonction de  $n$ .

7. D'après ce modèle peut-on envisager de dépasser les 30 000 abonnés? Expliquer la démarche suivie.

### EXERCICE 3

5 points

Marie a invité quelques amis pour le thé. Elle souhaite leur proposer ses macarons maison.

Elle les sort de son congélateur à  $-18^\circ\text{C}$  et les place dans une pièce à  $20^\circ\text{C}$ .

Au bout de 15 minutes, la température des macarons est de  $1^\circ\text{C}$ .

#### Premier modèle

On suppose que la vitesse de décongélation est constante : chaque minute la hausse de température des macarons est la même.

Estimer dans ce cadre la température au bout de 30 minutes, puis au bout de 45 minutes.

Cette modélisation est-elle pertinente?

#### Deuxième modèle

On suppose maintenant que la vitesse de décongélation est proportionnelle à la différence de température entre les macarons et l'air ambiant (il s'agit de la loi de Newton).

On désigne par  $\theta$  la température des macarons à l'instant  $t$ , et par  $\theta'$  la vitesse de décongélation.

L'unité de temps est la minute et l'unité de température le degré Celsius.

On négligera la diminution de température de la pièce et on admettra donc qu'il existe un nombre réel  $a$  tel que, pour  $t$  positif :

$$\theta'(t) = a[\theta(t) - 20] \quad (E)$$

1. Vérifier que l'équation  $(E)$  s'écrit également :  $\theta' - a\theta = -20a$ .

Donner alors, en fonction de  $a$ , l'ensemble des solutions de  $(E)$ .

On rappelle que la température des macarons à l'instant  $t = 0$  est égale à  $-18^\circ\text{C}$  et que, au bout de 15 min, elle est de  $1^\circ\text{C}$ .

2. Montrer que pour  $t$  positif :  $\theta(t) = 20 - 38e^{-\frac{t \ln 2}{15}}$ .

3. La température idéale de dégustation des macarons étant de  $15^\circ\text{C}$ , Marie estime que celle-ci sera atteinte au bout de 30 min. A-t-elle raison? Justifier la réponse.

Sinon, combien de temps faudra-t-il attendre?

### EXERCICE 4

5 points

Dans un élevage de poulets fermiers, les volailles sont commercialisées après 90 jours d'élevage.

Un poulet de 90 jours sera dit conforme si sa masse est comprise entre 2,8 kg et 3,2 kg.

1. L'avicultrice a constaté que la masse  $M$ , exprimée en kg, de ses poulets de 90 jours suit une loi normale de moyenne 3 et d'écart type 0,1.

a. Déterminer au centième près la probabilité qu'un poulet de 90 jours prélevé au hasard soit conforme.

b. Déterminer au millième près la probabilité que la masse d'un poulet de 90 jours prélevé au hasard soit supérieure à 3,3 kg.

2. On admet dans cette question que 95 % des poulets de 90 jours sont conformes.

Un rôtiisseur achète tous les samedis 100 de ces poulets. On admet que le nombre de poulets de l'élevage est suffisamment important pour que cet achat puisse être assimilé à un prélèvement avec remise.

On appelle  $X$  la variable aléatoire égale au nombre de poulets non conformes, c'est-à-dire dont la masse n'est pas dans l'intervalle  $[2,8 ; 3,2]$ .

- a. Justifier que  $X$  suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.  
b. Calculer l'espérance mathématique de  $X$ . Que représente ce nombre ?

3. Lors de son dernier achat, le rôtiisseur a compté 9 poulets non conformes. Il se plaint auprès de l'éleveur.

Avec un tableur, on a calculé les probabilités  $P(X \leq a)$  pour  $a$  allant de 0 à 13.

$a$	0	1	2	3	4	5	6
$P(X \leq a)$	0,0059	0,0371	0,1183	0,2578	0,4360	0,6160	0,7660
$a$	7	8	9	10	11	12	13
$P(X \leq a)$	0,8720	0,9369	0,9718	0,9885	0,9957	0,9985	0,9995

- a. Déterminer l'intervalle de fluctuation à 95 % de la fréquence de poulets non conformes.  
b. Le rôtiisseur a-t-il eu raison de se plaindre ?