Durée : 4 heures

∽ Baccalauréat Polynésie 9 juin 2016 ∾
STI2D–STL spécialité SPCL

EXERCICE 1 **3 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte 1 *point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point. Pour répondre, vous recopierez* ***sur votre copie*** *le numéro de la question et la seule réponse choisie.*

Dans cet exercice, i *désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument* $\dfrac{\pi}{2}$.

1. L'écriture exponentielle du nombre complexe $z = \dfrac{-3\text{i}}{1+\text{i}}$ est :

a. $z = \frac{3\sqrt{2}}{2}\text{e}^{-\text{i}\frac{5\pi}{4}}$ **b.** $z = -\frac{3\sqrt{2}}{2}\text{e}^{\text{i}\frac{5\pi}{4}}$ **c.** $z = \frac{3\sqrt{2}}{2}\text{e}^{\text{i}\frac{5\pi}{4}}$ **d.** $z = \frac{3\sqrt{2}}{2}\text{e}^{\text{i}\frac{\pi}{4}}$

2. Soit f la fonction définie pour tout réel t positif par : $f(t) = 8\text{e}^{-0,12t} + 11$.
La valeur moyenne de f arrondie à 10^{-1} sur l'intervalle $[0\,;\,24]$ est :

a. 15,2 **b.** 13,6 **c.** 16,7 **d.** 11,2

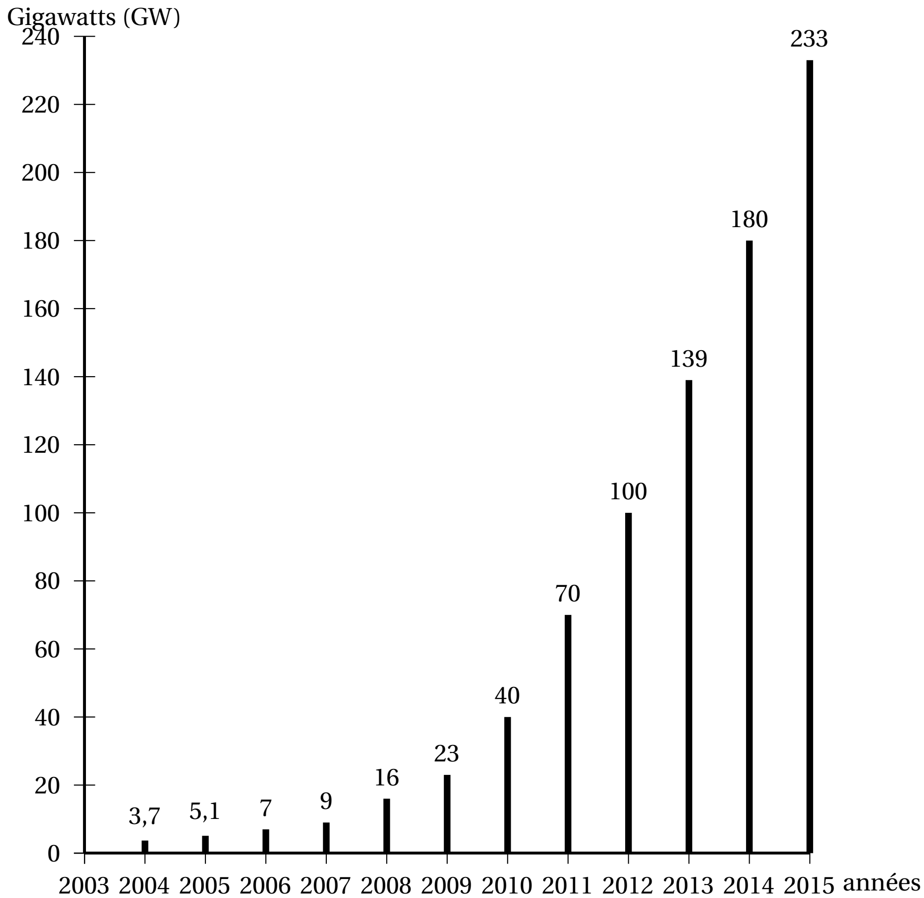
3. On donne dans un repère orthonormé les points : A(0 ; 2) ; B(1 ; 3) ; C(−2 ; 1) et D(−1 ; 0). Le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$ est égal à :

a. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD} = 0$ **b.** $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{0}$ **c.** $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD} = -2$ **d.** $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$

EXERCICE 2 **6 points**

L'énergie photovoltaïque voit son coût baisser de façon importante depuis plusieurs années, ce qui engendre une croissance forte de ce secteur. L'évolution de la puissance solaire photovoltaïque installée dans le monde entre fin 2004 et fin 2015 est résumée dans le graphique ci-dessous :

Puissance solaire photovoltaïque installée dans le monde



1. Calculer les pourcentages d'augmentation annuels entre 2013 et 2014 ainsi qu'entre 2014 et 2015 $\left(\text{arrondir à } 10^{-1}\right)$.

2. On se propose d'estimer la puissance solaire photovoltaïque installée dans le monde dans les 15 ans à venir, si le taux de croissance annuel reste constant et égal à 30 %.

On note P_n la puissance solaire photovoltaïque installée dans le monde, en GW, à la fin de l'année $2015 + n$. On a ainsi $P_0 = 233$.

  a. Calculer P_1 puis P_2 $\left(\text{arrondir à } 10^{-1}\right)$.

  b. Exprimer P_{n+1} en fonction de P_n.

  c. En déduire la nature de la suite (P_n) et donner ses éléments caractéristiques.

  d. Exprimer P_n en fonction de n.

  e. Calculer la puissance solaire photovoltaïque, en GW, installée dans le monde fin 2025 (arrondir à l'unité).

  f. Quel est le pourcentage global d'augmentation de cette puissance solaire mondiale entre 2015 et 2025 (arrondir à l'unité) ?

3. On veut déterminer l'année durant laquelle la puissance solaire photovoltaïque installée dans le monde atteindrait 16 000 GW. Pour atteindre cette puissance, les panneaux photovoltaïques occuperaient au sol l'équivalent d'un carré de 400 km de côté et suffiraient pour produire toute l'électricité consommée dans le monde (consommation domestique, industrielle et des transports).

a. On considère l'algorithme ci-dessous.

Recopier et compléter les lignes 3 et 7 afin que cet algorithme réponde à la question posée.

```
1/  Affecter à N la valeur 0
2/  Affecter à P la valeur 233
3/  Tant que ...
4/  Affecter à N la valeur N + 1
5/  Affecter à P la valeur P × 1,30
6/  Fin Tant que
7/  Afficher ...
```

b. En faisant tourner cet algorithme complété, déterminer l'année durant laquelle la puissance solaire photovoltaïque installée dans le monde dépasserait 16 000 GW.

c. Proposer une autre méthode, directe et non algorithmique, pour répondre à la question précédente en détaillant la démarche utilisée.

EXERCICE 3 **5 points**

Deux amis ont monté un atelier associatif pour réparer des vélos. Le but de cette association est que chaque adhérent puisse venir réparer son vélo dans cet atelier avec l'aide d'un spécialiste. Le matériel et les outils sont fournis.

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante

Partie A : les roulements à billes

Nos deux amis commandent régulièrement des lots de 60 roulements à billes pour les vélos. Ils ont constaté que, lors de leur dernière livraison, sur le lot des 60 roulements à billes, 3 étaient défectueux. Ils s'inquiètent donc de la fiabilité du fabricant. Le contrat précise que seulement 4 % des pièces sont défectueuses.

1. Calculer la fréquence des pièces défectueuses dans le dernier lot.

   On considère que les pièces constituant ce lot forment un échantillon prélevé de façon aléatoire dans un stock dans lequel 4 % des pièces sont défectueuses.
2. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % de la fréquence des roulements à billes non conformes dans un échantillon de 60 roulements. Les valeurs approchées seront arrondies à 10^{-2}.

   On rappelle que l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % *sur un échantillon de taille n, avec p la proportion de pièces défectueuses sur la population, est :*

$$\left[p - 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\ ;\ p + 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$$

3. Nos amis ont-ils raison de s'inquiéter ? Justifier votre réponse.

Partie B : les billes

Nos amis se demandent s'ils ne devraient pas plutôt commander des billes pour réparer les roulements évoqués dans la partie A.
Ils commandent une grande quantité de billes de 6 mm de diamètre.
Malheureusement, certaines présentent un défaut de diamètre. Ils s'aperçoivent qu'ils ne peuvent utiliser que les billes mesurant entre 5,9 mm et 6,1 mm.

Sur la note du fabricant est indiqué que la variable aléatoire D qui, à chaque bille, lui associe son diamètre, suit la loi normale d'espérance $\mu = 6$ mm et d'écart-type $\sigma = 0,05$ mm.
Question : Calculer la probabilité $P(5,9 \leqslant D \leqslant 6,1)$. Le résultat sera arrondi à 10^{-2}.

Partie C : les chaînes de vélo

Un tableau est mis à disposition pour permettre aux utilisateurs de savoir quand ils doivent changer leur chaîne de vélo. Par exemple, pour une personne utilisant son vélo en ville $\left(\text{vitesse moyenne } 16 \text{ km.h}^{-1}\right)$ environ 2 heures par jour, la durée de vie moyenne de la chaîne est de 625 jours.
On admet que la durée de vie en jour, d'une chaîne de vélo pour un tel utilisateur est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètre λ. On rappelle que la probabilité que X soit inférieure ou égale à t (exprimé en jour) vaut :
$P(X \leqslant t) = 1 - \text{e}^{-\lambda t}$.

1. Démontrer que $\lambda = 0,0016$.
2. Le graphique en ANNEXE 1 représente la fonction de densité de la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,0016$ $\left(\text{exprimé en jour}^{-1}\right)$.
   a. Représenter sur ce graphique la probabilité que X soit comprise entre 350 jours et 700 jours.
   b. Calculer la probabilité que X soit comprise entre 350 jours et 700 jours. Arrondir le résultat à 10^{-3}.
3. Calculer la probabilité que X soit de moins de 550 jours. Arrondir à 10^{-3}.
4. Déterminer la valeur de x pour que $P(X < x) = 0,8$. Le résultat sera arrondi à l'unité. Interpréter ce résultat en le restituant dans le contexte.

EXERCICE 4 **6 points**

Partie A : Lecture graphique

On considère la courbe C associée à une fonction f représentée en **ANNEXE 2** avec la droite T, tangente à la courbe C au point d'abscisse 0.

1. Résoudre graphiquement sur l'intervalle $[-1 ; 1,5]$ et avec la précision permise par le dessin les deux inéquations suivantes :
   a. $f(x) \geqslant 1$
   b. $f'(x) \geqslant 0$.
2. a. Donner l'équation de la tangente T à la courbe C au point de coordonnées $(0 ; 1)$ en sachant que cette tangente passe par le point de coordonnées $(2 ; 7)$.
   b. En déduire le nombre dérivé $f'(0)$.

Partie B : Étude de la fonction f

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par la relation $f(x) = \text{e}^{-2x} + 5x$.

1. Déterminer, en la justifiant, la limite de f en $+\infty$.
   On admet pour la suite que la limite de f en $-\infty$ est $+\infty$.
2. Calculer $f'(x)$ et étudier son signe sur $\mathbb{R}$.
3. En déduire le tableau des variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
4. a. Déterminer à partir du tableau des variations le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 2$.

b. Donner une valeur arrondie à 10^{-2} près de chaque solution.

Partie C. : Calcul d'aire

On admet :

- que la courbe C de la partie A est la représentation de la fonction f définie dans la partie B ;
- que la courbe C se situe « au-dessus » de la droite tangente T sur $\mathbb{R}$.

L'objectif de cette partie est de déterminer par un calcul l'aire $\mathscr{A}$ comprise entre la courbe C, la droite T et les droites verticales d'équations $x = 0$ et $x = 1,5$.

1. Hachurer sur le dessin, en ANNEXE 2, l'aire $\mathscr{A}$ que l'on veut déterminer.

2. **a.** Déterminer une primitive de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\text{pour tout réel } x,\ g(x) = \mathrm{e}^{-2x} + 2x - 1.$$

b. Justifier que l'aire $\mathscr{A}$ recherchée vaut, en unité d'aire :

$$\mathscr{A} = \int_0^{1,5} g(x)\,\mathrm{d}x.$$

c. En déduire la valeur exacte puis l'arrondi à 10^{-2} de $\mathscr{A}$.

ANNEXE 1
à rendre avec la copie

Exercice n° 3

Partie C : les chaînes de vélo

ANNEXE 2

à rendre avec la copie

Exercice n° 4

Parties A et C