∽ Baccalauréat STI2D et STL spécialité SPCL Polynésie ∾
14 juin 2017

EXERCICE 1 **(4 points)**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

Pour répondre, vous recopierez sur votre copie le numéro de la question et indiquerez la seule réponse choisie.
Dans tout l'exercice :

- on désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.
- $x \mapsto \mathrm{e}^x$ désigne la fonction exponentielle.
- $x \mapsto \ln x$ désigne la fonction logarithme népérien.

1. La forme exponentielle du nombre complexe $z : -1 + \mathrm{i}\sqrt{3}$ est :

A. $-2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$	**B.** $2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$
C. $\mathrm{i}\sqrt{3} - 1$	**D.** $\sqrt{3}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$

2. L'intégrale $\displaystyle\int_1^{\ln 2} \mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$ est égale à :

A. $\ln 2 - 1$	**B.** $\frac{1-\mathrm{e}}{\mathrm{e}}$
C. $\frac{2-\mathrm{e}}{2\mathrm{e}}$	**D.** $1 - \ln 2$

3. Si f est la fonction définie sur $]0~;~+\infty[$ par $f(x) = 2x - \ln x$, alors :

A. $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$	**B.** $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 0$
C. $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 2$	**D.** $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \ln 2$

4. Soit G la fonction définie pour tout réel x strictement positif par

$$G(x) : x\ln x - x + 2$$

G est une primitive de la fonction g définie sur $]0,~+\infty[$ par :

A. $g(x) = x\ln x - 1$	**B.** $g(x) = \ln x + 2x$
A. $g(x) = 1 - \frac{x^2}{2} + 2x$	**D.** $g(x) = \ln x$

EXERCICE 2 **(4 points)**

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.
Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} *près.*

En 2016, l'Organisation Mondiale de la Santé (OMS) affirme que 5,1 millions de personnes en France souffraient de diabète, soit 8 % de la population.
Chaque personne dispose d'un dossier médical régulièrement actualisé.

Partie A

Dans le cadre de la semaine nationale de prévention du diabète qui s'est tenue en 2016, une campagne de sensibilisation de cette maladie a été menée.
Sur 85 dossiers médicaux prélevés au hasard, on a compté 3 cas de diabète.

1. Quelle est la fréquence de cas de diabète dans l'échantillon prélevé ?

2. Déterminer l'intervalle de fluctuation avec un niveau de confiance de 95 % de la fréquence de cas de diabète sur cet échantillon de 85 dossiers.

Rappel : Lorsque la proportion p dans la population est connue, l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % d'une fréquence obtenue sur un échantillon de taille n est :

$$I = \left[p - 1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\ ,\ p + 1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$$

3. L'échantillon est-il représentatif de la population française ? Justifier.

Partie B

Dans le corps humain, la régulation du taux de glycémie est assurée grâce à un équilibre permanent entre différentes substances principalement hormonales.
Le tableau suivant présente trois états de la glycémie :

Hypoglycémie	À jeun : inférieur à 0,70 g/l
Glycémie normale	À jeun : entre 0,70 g/l et 1,10 g/l
Hyperglycémie	À jeun : supérieur à 1,10 g/l

On note N la variable aléatoire qui, à chaque dossier médical prélevé au hasard dans la population, associe le taux de glycémie à jeun en g/l de la personne.
On suppose que N suit la loi normale de moyenne 0,9 et d'écart type 0,1.

Dans le cadre de cet exercice, on considère qu'une personne souffre de diabète si cette personne ne présente pas une glycémie normale à jeun.

1. Déterminer la probabilité pour que le dossier prélevé soit celui d'une personne en hypoglycémie.

2. Déterminer la probabilité pour que le dossier prélevé soit celui d'une personne en hyperglycémie.

3. Déterminer la probabilité que le dossier prélevé soit celui d'une personne souffrant de diabète.

EXERCICE 3 **(6 points)**

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Une note de musique est émise en pinçant la corde d'une guitare électrique.
La puissance du son émis, initialement de 100 watts, diminue avec le temps t, mesuré en seconde.
On modélise par $f(t)$ la puissance du son émis, exprimée en watt, t secondes après le pincement de la corde.

Partie A

On considère l'équation différentielle (E) suivante où y est une fonction de la variable t définie et dérivable sur l'intervalle $[0\ ,\ +\infty[$ et où y' est la fonction dérivée de y :

$$(\mathrm{E}) : 25y' + 3y = 0$$

1. Résoudre l'équation différentielle $25y' + 3y = 0$.

2. Déterminer la fonction f solution de l'équation différentielle (E) qui vérifie la condition initiale $f(0) = 100$.

3. Quelle est la puissance du son deux secondes après le pincement de la corde ?

Arrondir au watt près.

Pour la suite de l'exercice, on admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(t) = 100\mathrm{e}^{-0,12t}$$

Partie B

On s'intéresse à l'instant à partir duquel la puissance du son émis après le pincement de la corde sera inférieure à 80watts.
On considère l'algorithme suivant :

```
Initialisation
a prend la valeur 0
b prend la valeur 5
Traitement
Tant que |b − a| > 0,2
    m prend la valeur (a+b)/2
        Si f(m) > 80
            a prend la valeur m
          Sinon
            b prend la valeur m
        Finsi
Fintantque
Sortie
Afficher a, b
```

1. À l'aide de l'algorithme ci-dessus, compléter le tableau donné en Annexe située page 5/5 et à rendre avec la copie.
2. Quelles sont les valeurs affichées en sortie de cet algorithme ?
3. Dans le contexte de cet exercice, que représentent ces valeurs ?

Partie C

1. Résoudre par le calcul l'équation $f(t) = 80$, *on donnera la valeur exacte et la valeur approchée à* 10^{-3} *près.*

   Interpréter ce résultat
2. Calculer et interpréter la limite de f lorsque t tend vers $+\infty$.

EXERCICE 4 **(6 points)**

Dans un parc régional, on étudie une espèce de renards. Cette population était de 1 240 renards à la fin de l'année 2016.
On modélise par u_n le nombre de renards dans le parc régional à la fin de l'année $2016 + n$. On a donc $u_0 = 1\,240$.
On estime à 15 % par an la baisse du nombre u_n.
On suppose que cette évolution restera identique pour les années à venir.
Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à l'unité.

Partie A

1. Montrer qu'à la fin de l'année 2017 ,la population de renards sera de 1 054.
2. **a.** Donner la valeur de u_1 puis calculer u_2.

   b. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

   c. En déduire la nature de la suite (u_n) et préciser ses éléments caractéristiques.
3. Déterminer une estimation du nombre de renards présents dans le parc régional à la fin de l'année 2020.

4. Déterminer la limite de la suite (u_n). Comment interpréter ce résultat ?

5. Des scientifiques considèrent que l'espèce des renards présents dans le parc sera en situation d'extinction à partir du moment où le nombre de renards deviendra strictement inférieur à 100.

   À partir de quelle année l'espèce de renards présents dans le parc sera-t-elle en situation d'extinction ?

Partie B

Afin de préserver l'espèce, on décide d'introduire à chaque année 30 renards à partir de la fin de l'année 2017.
On note v_n le nombre de renards présents dans le parc à la fin de l'année $2016 + n$.
On estime à 15 % par an la baisse du nombre v_n.
On a $v_0 = 1\,240$.

1. Calculer v_1.

2. *Dans cette question, toute trace de réponse cohérente sera prise en compte.*

   On admet que pour tout entier naturel n on a $v_n = 200 + 1\,040 \times 0,85^n$.

   Que pensez-vous de l'affirmation suivante : « Le nombre de renards va diminuer et se stabiliser vers 200 ».

ANNEXE (à rendre avec la copie).

EXERCICE 3 Partie B

a	0	0				
b	5	2,5				
$b-a$	5					
$\lvert b-a\rvert > 0,2$	Vrai					
m	2,5					
$f(m)$	74,1					
$f(m) > 80$	Faux					