Baccalauréat STI2D 2017

L'intégrale de juin à novembre 2017

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

Baccalauréat STI2D et STL spécialité SPCL Polynésie
14 juin 2017

EXERCICE 1 **(4 points)**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

Pour répondre, vous recopierez sur votre copie le numéro de la question et indiquerez la seule réponse choisie.

Dans tout l'exercice :

— on désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

— $x \mapsto \mathrm{e}^x$ désigne la fonction exponentielle.

— $x \mapsto \ln x$ désigne la fonction logarithme népérien.

1. La forme exponentielle du nombre complexe $z : -1 + \mathrm{i}\sqrt{3}$ est :

A. $-2\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$	**B.** $2\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$
C. $\mathrm{i}\sqrt{3} - 1$	**D.** $\sqrt{3}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$

2. L'intégrale $\displaystyle\int_1^{\ln 2} \mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$ est égale à :

A. $\ln 2 - 1$	**B.** $\frac{1-\mathrm{e}}{\mathrm{e}}$
C. $\frac{2-\mathrm{e}}{2\,\mathrm{e}}$	**D.** $1 - \ln 2$

3. Si f est la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = 2x - \ln x$, alors :

A. $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$	**B.** $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 0$
C. $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 2$	**D.** $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \ln 2$

4. Soit G la fonction définie pour tout réel x strictement positif par

$$G(x) : x\ln x - x + 2$$

G est une primitive de la fonction g définie sur $]0,\ +\infty[$ par :

A. $g(x) = x\ln x - 1$	**B.** $g(x) = \ln x + 2x$
A. $g(x) = 1 - \frac{x^2}{2} + 2x$	**D.** $g(x) = \ln x$

EXERCICE 2 **(4 points)**

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.
Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} près.

En 2016, l'Organisation Mondiale de la Santé (OMS) affirme que 5,1 millions de personnes en France souffraient de diabète, soit 8 % de la population.
Chaque personne dispose d'un dossier médical régulièrement actualisé.

Partie A

Dans le cadre de la semaine nationale de prévention du diabète qui s'est tenue en 2016, une campagne de sensibilisation de cette maladie a été menée.
Sur 85 dossiers médicaux prélevés au hasard, on a compté 3 cas de diabète.

1. Quelle est la fréquence de cas de diabète dans l'échantillon prélevé ?
2. Déterminer l'intervalle de fluctuation avec un niveau de confiance de 95 % de la fréquence de cas de diabète sur cet échantillon de 85 dossiers.
   Rappel : Lorsque la proportion p dans la population est connue, l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % d'une fréquence obtenue sur un échantillon de taille n est :
   $$I = \left[p - 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\ ,\ p + 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$$
3. L'échantillon est-il représentatif de la population française ? Justifier.

Partie B

Dans le corps humain, la régulation du taux de glycémie est assurée grâce à un équilibre permanent entre différentes substances principalement hormonales.
Le tableau suivant présente trois états de la glycémie :

Hypoglycémie	À jeun : inférieur à 0,70 g/l
Glycémie normale	À jeun : entre 0,70 g/l et 1,10 g/l
Hyperglycémie	À jeun : supérieur à 1,10 g/l

On note N la variable aléatoire qui, à chaque dossier médical prélevé au hasard dans la population, associe le taux de glycémie à jeun en g/l de la personne.
On suppose que N suit la loi normale de moyenne 0,9 et d'écart type 0,1.

Dans le cadre de cet exercice, on considère qu'une personne souffre de diabète si cette personne ne présente pas une glycémie normale à jeun.

1. Déterminer la probabilité pour que le dossier prélevé soit celui d'une personne en hypoglycémie.
2. Déterminer la probabilité pour que le dossier prélevé soit celui d'une personne en hyperglycémie.
3. Déterminer la probabilité que le dossier prélevé soit celui d'une personne souffrant de diabète.

EXERCICE 3 **(6 points)**

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Une note de musique est émise en pinçant la corde d'une guitare électrique.
La puissance du son émis, initialement de 100 watts, diminue avec le temps t, mesuré en seconde.
On modélise par $f(t)$ la puissance du son émis, exprimée en watt, t secondes après le pincement de la corde.

Partie A

On considère l'équation différentielle (E) suivante où y est une fonction de la variable t définie et dérivable sur l'intervalle $[0\ ,\ +\infty[$ et où y' est la fonction dérivée de y :

$$\text{(E)} : \quad 25y' + 3y = 0$$

1. Résoudre l'équation différentielle $25y' + 3y = 0$.
2. Déterminer la fonction f solution de l'équation différentielle (E) qui vérifie la condition initiale $f(0) = 100$.
3. Quelle est la puissance du son deux secondes après le pincement de la corde ?
   Arrondir au watt près.

Pour la suite de l'exercice, on admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(t) = 100\,\mathrm{e}^{-0,12t}$$

Partie B

On s'intéresse à l'instant à partir duquel la puissance du son émis après le pincement de la corde sera inférieure à 80watts.
On considère l'algorithme suivant :

```
Initialisation
a prend la valeur 0
b prend la valeur 5
Traitement
Tant que |b − a| > 0,2
    m prend la valeur (a+b)/2
        Si f(m) > 80
            a prend la valeur m
        Sinon
            b prend la valeur m
        Finsi
Fintantque
Sortie
Afficher a, b
```

1. À l'aide de l'algorithme ci-dessus, compléter le tableau donné en Annexe située page 7/**??** et à rendre avec la copie.
2. Quelles sont les valeurs affichées en sortie de cet algorithme ?
3. Dans le contexte de cet exercice, que représentent ces valeurs ?

Partie C

1. Résoudre par le calcul l'équation $f(t) = 80$, *on donnera la valeur exacte et la valeur approchée à* 10^{-3} *près.*
   Interpréter ce résultat
2. Calculer et interpréter la limite de f lorsque t tend vers $+\infty$.

EXERCICE 4 **(6 points)**

Dans un parc régional, on étudie une espèce de renards. Cette population était de 1 240 renards à la fin de l'année 2016.
On modélise par u_n le nombre de renards dans le parc régional à la fin de l'année $2016+n$. On a donc $u_0 = 1\,240$.

On estime à 15 % par an la baisse du nombre u_n.
On suppose que cette évolution restera identique pour les années à venir.
Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à l'unité.

Partie A

1. Montrer qu'à la fin de l'année 2017 ,la population de renards sera de 1 054.
2. **a.** Donner la valeur de u_1 puis calculer u_2.
   b. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

c. En déduire la nature de la suite (u_n) et préciser ses éléments caractéristiques.

3. Déterminer une estimation du nombre de renards présents dans le parc régional à la fin de l'année 2020.

4. Déterminer la limite de la suite (u_n). Comment interpréter ce résultat ?

5. Des scientifiques considèrent que l'espèce des renards présents dans le parc sera en situation d'extinction à partir du moment où le nombre de renards deviendra strictement inférieur à 100.

À partir de quelle année l'espèce de renards présents dans le parc sera-t-elle en situation d'extinction ?

Partie B

Afin de préserver l'espèce, on décide d'introduire à chaque année 30 renards à partir de la fin de l'année 2017.
On note v_n le nombre de renards présents dans le parc à la fin de l'année $2016+n$.
On estime à 15 % par an la baisse du nombre v_n.
On a $v_0 = 1\,240$.

1. Calculer v_1.

2. *Dans cette question, toute trace de réponse cohérente sera prise en compte.*

On admet que pour tout entier naturel n on a $v_n = 200 + 1\,040 \times 0,85^n$.

Que pensez-vous de l'affirmation suivante : « Le nombre de renards va diminuer et se stabiliser vers 200 ».

ANNEXE (à rendre avec la copie).

EXERCICE 3 Partie B

a	0	0				
b	5	2,5				
$b-a$	5					
$\lvert b-a\rvert > 0,2$	Vrai					
m	2,5					
$f(m)$	74,1					
$f(m) > 80$	Faux					

Baccalauréat STI2D et STL spécialité SPCL Antilles-Guyane
16 juin 2017

EXERCICE 1 **(4 points)**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

Pour répondre, vous recopierez sur votre copie le numéro de la question et indiquerez la seule réponse choisie.

Dans cet exercice, i *désigne le nombre complexe de module* 1 *et d'argument* $\frac{\pi}{2}$.

1. La suite (u_n) est définie par $u_0 = -3$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \dfrac{7}{5}u_n$.
La limite quand n tend vers $+\infty$ de (u_n) est :

a. 0 **b.** $-\infty$ **c.** $+\infty$ **d.** -3

2. On considère la suite géométrique (v_n) définie par son premier terme $v_0 = \dfrac{1}{4}$ et sa raison $q = \dfrac{3}{2}$.
La valeur exacte du terme v_{10} est égale à :

a. 14,4 **b.** $7,3 \times 10^{-4}$ **c.** $\dfrac{59\,049}{4\,096}$ **d.** $\dfrac{15}{4}$

3. On considère le nombre complexe $z = \sqrt{3} - 5\text{i}$.
Le nombre complexe $z\overline{z}$ est égal à :

a. $3 - 25\text{i}$ **b.** $\left(-\sqrt{3} + 5\text{i}\right)\left(\sqrt{3} - 5\text{i}\right)$ **c.** -28 **d.** 28

4. Le nombre a est un réel strictement positif.
Le nombre complexe $z = a + \text{i}a\sqrt{3}$ admet pour forme exponentielle :

a. $\text{e}^{\text{i}\frac{a\pi}{3}}$ **b.** $a\,\text{e}^{\text{i}\frac{2a\pi}{3}}$ **c.** $2a\,\text{e}^{\text{i}\frac{\pi}{3}}$ **d.** $2a\,\text{e}^{\text{i}\frac{2\pi}{3}}$

EXERCICE 2 **(7 points)**

En 1648, Blaise Pascal a demandé à son beau-frère Florin Périer de mesurer la hauteur de mercure dans deux baromètres, l'un situé à Clermont-Ferrand et l'autre en haut de la montagne la plus proche, le Puy-de-Dôme.
Florin Périer a constaté que la hauteur de mercure dans le baromètre situé en haut du Puy-de-Dôme était inférieure à la hauteur de mercure dans le baromètre situé plus bas, à Clermont-Ferrand.
Cette expérience a permis de montrer que la pression atmosphérique diminue lorsque l'altitude augmente.

Dans cet exercice, la pression atmosphérique est exprimée en hectopascal (hPa).
On rappelle que la pression atmosphérique vaut 1 013,25 hPa *au niveau de la mer.*

Partie A : Une règle simplifiée

Pour évaluer la pression atmosphérique, les alpinistes utilisent la règle simplifiée suivante : « la pression atmosphérique diminue de 0,11 hectopascal quand l'altitude augmente de 1 mètre ».

1. Recopier et compléter le tableau suivant en utilisant cette règle :

altitude(en mètre)	0	800	1 500	2 000
pression atmosphérique (en hPa)	1 013,25			

2. Pour tout entier naturel n, on note u_n la pression atmosphérique en hPa à l'altitude de n mètres calculée avec la règle simplifiée.
Ainsi $u_0 = 1\,013{,}25$.

  a. Calculer u_1 et u_2.

  b. Justifier que la suite (u_n) n'est pas géométrique.

  c. On admet que pour tout entier naturel n, $u_n = u_0 - 0{,}11n$.
  En déduire l'altitude, exprimée en mètre, à partir de laquelle la pression atmosphérique est inférieure à 950 hPa.

Partie B : La formule barométrique

On considère l'équation différentielle (E) :

$$y' + 0,12y = 0$$

où y est une fonction de la variable réelle x, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et y' est la fonction dérivée de y.
Pour de faibles valeurs de l'altitude, les scientifiques ont démontré que la fonction f qui, à l'altitude x **en kilomètre**, associe la pression atmosphérique en hectopascal est la solution de l'équation différentielle (E) qui vérifie $f(0) = 1\,013{,}25$.

1. **a.** Déterminer les solutions de l'équation différentielle (E).

  b. Démontrer que la solution f de l'équation différentielle (E) qui vérifie la condition initiale $f(0) = 1013,25$ est la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = 1\,013{,}25\,\mathrm{e}^{-0{,}12x}$$

2. En utilisant la fonction f :

  a. Calculer une valeur approchée à 0,01 près de la pression atmosphérique à 150 mètres d'altitude.

  b. Calculer l'altitude, arrondie au mètre, correspondant à une pression atmosphérique de 900 hPa.

3. On pose $v_n = f(n)$, pour tout entier naturel n. Justifier qu'avec ce modèle, la suite (v_n) est géométrique.

Partie C : La formule du nivellement barométrique

La formule de la partie B ne tient pas compte des changements de température et ne peut donc être utilisée que pour de faibles altitudes.
Pour des altitudes plus élevées, on utilise la fonction p qui à l'altitude x **en kilomètre** associe la pression atmosphérique en hPa :

$$p(x) = 1013,25\left(1 - \frac{6,5x}{288,15}\right)^{5{,}255}$$

1. Calculer la pression atmosphérique (en hPa, arrondie à l'unité) au sommet de l'Everest dont l'altitude est 8 848 mètres.

2. Recopier et compléter l'algorithme suivant en utilisant la fonction p, de façon à ce qu'il affiche en sortie l'altitude (estimée à 100 mètres près) à partir de laquelle la pression atmosphérique est inférieure à 400 hPa.

Variables
A un nombre réel
P un nombre réel
Début
A prend la valeur 0
P prend la valeur 1 013,25
Tant que ...**faire**
    A prend la valeur $A + 0,1$
    P prend la valeur ...
Fin tant que
Afficher ...
Fin

EXERCICE 3 **(4 points)**

Dans cet exercice, ln désigne la fonction logarithme népérien et l'unité de longueur est le mètre (m).
Un ingénieur prépare un plan pour fabriquer la voile d'un petit bateau.
La voile est représentée en gris dans le repère orthonormé ci-dessous où une unité représente un mètre.

C_f est la représentation graphique de la fonction f définie sur $[0,1\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = 12 + ax^2 + \ln(x).$$

où a est un nombre réel qui sera déterminé dans la partie A.

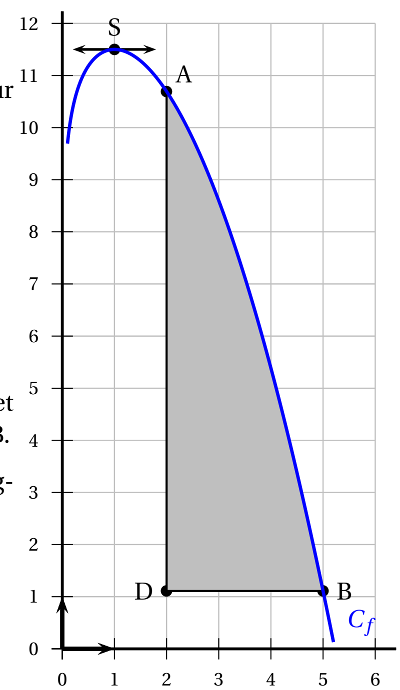
S est le point de C_f d'abscisse 1.

A est le point de C_f d'abscisse 2.

B est le point de C_f d'abscisse 5.

D est le point d'intersection de la droite d'équation $x = 2$ et de la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par B.

La voile est représentée par le domaine délimité par le segment [AD], le segment [DB] et la courbe C_f.



Partie A

La fonction f' désigne la fonction dérivée de f.

1. On suppose que la tangente à la courbe C_f au point S est horizontale.
   Que vaut $f'(1)$?
2. Calculer $f'(x)$ pour tout réel x de $[0,1\ ;\ +\infty[$.
3. **a.** Exprimer $f'(1)$ en fonction de a.
   b. Démontrer que $a = -0,5$.

Partie B

1. Montrer que la fonction F définie sur $[0,1\ ;\ +\infty[$ par

$$F(x) = 11x - \frac{1}{6}x^3 + x\ln(x)$$

est une primitive de f sur $[0,1\ ;\ +\infty[$.

2. a. Calculer la valeur exacte, exprimée en unité d'aire, de l'aire du domaine limité par la courbe C_f, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 2$ et $x = 5$.

   b. Vérifier qu'une valeur approchée de cette aire, arrondie au dixième, est $20,2\,\text{m}^2$.

3. Cette voile doit être légère tout en étant suffisamment résistante. Elle est fabriquée dans un tissu ayant une masse de 260 grammes par mètre carré.

   La voile pèsera-t-elle moins de 5 kg ? Justifier la réponse.

EXERCICE 4 **(5 points)**

Dans cet exercice, les résultats demandés seront arrondis à 10^{-3}, *sauf indication contraire.*

Partie A

Pour dépister les maladies de la glande thyroïde chez un patient, on mesure le taux d'une hormone appelée TSH.
Un médecin étudie les dossiers médicaux des patients de son hôpital.
On désigne par X la variable aléatoire qui, à un dossier pris au hasard dans cet hôpital, associe le taux de TSH du patient correspondant.
On suppose que X suit la loi normale de moyenne $\mu = 2,2$ et d'écart type $\sigma = 0,9$.

1. Déterminer $p(X < 3)$.
2. Déterminer la probabilité qu'un dossier médical pris au hasard dans cet hôpital présente un taux de TSH compris entre $1,5$ et $3,5$.
3. Pour les dossiers médicaux dont le taux de TSH est supérieur à 4, les médecins prescrivent des examens complémentaires au patient.

   Déterminer la probabilité qu'un dossier médical pris au hasard dans cet hôpital corresponde à un patient qui nécessite des examens complémentaires.

Partie B

En 2012, l'Agence Nationale de Sécurité du Médicament (ANSM) s'est inquiétée de la forte augmentation des ventes du médicament qui traite l'hypothyroïdie. Pour obtenir un état des lieux de l'utilisation de ce médicament en France, l'ANSM a effectué un sondage sur 530 877 personnes.
Dans cet échantillon, 21 771 personnes ont déclaré qu'elles utilisaient ce médicament.

1. Quelle est la fréquence des utilisateurs du médicament dans l'échantillon étudié ?
2. Déterminer un intervalle de confiance avec un niveau de confiance de 95 % de la proportion d'utilisateurs de ce médicament dans la population française.

Rappel : Lorsqu'une fréquence f est mesurée dans un échantillon de taille n, l'intervalle de confiance à 95 % de la proportion dans la population est donné par :

$$I = \left[f - 1,96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}\ ,\ f + 1,96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}\right]$$

Partie C

En médecine, on utilise de l'iode radioactif pour traiter certaines maladies de la glande thyroïde.
La durée de vie exprimée en heure d'un atome d'iode radioactif est modélisée par une variable aléatoire D qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,0036$, exprimé en h^{-1}.

1. Calculer la durée de vie moyenne en heure de l'atome d'iode radioactif.
   On arrondira le résultat à l'unité.
2. Déterminer $P(24 < D < 48)$. Interpréter le résultat.
   Rappel : la fonction de densité de la loi exponentielle de paramètre λ est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = \lambda\, e^{-\lambda t}$.
3. On appelle demi-vie d'un élément radioactif le temps T, exprimé en heure, nécessaire pour que la moitié des atomes radioactifs d'une substance se soit désintégrée.
   Autrement dit, ce réel T est tel que $P(D < T) = \frac{1}{2}$.
   a. Démontrer que $T = \frac{\ln 2}{\lambda}$.
   b. En déduire la demi-vie de l'iode radioactif. Donner le résultat en jour.

∽ Baccalauréat STI2D et STL Métropole–La Réunion ∾
16 juin 2017

EXERCICE 1 **5 points**

La climatisation d'un véhicule automobile est un système de qui a une double fonction, refroidir ou réchauffer l'habitacle. Ce système fonctionne grâce à une certaine masse de gaz réfrigérant stocké dans un réservoir.
On suppose que, par défaut d'étanchéité, le système perd naturellement $0,1$ gramme de gaz chaque jour.
Un automobiliste possède un véhicule pour lequel la masse de gaz dans le réservoir est initialement de 660 grammes.

Partie A

Le constructeur préconise de recharger le réservoir lorsque la masse de gaz est inférieure à 440 grammes.
Au bout de combien de jours le constructeur préconise-t-il à l'automobiliste de recharger ce réservoir ?

Partie B

Lors d'une visite d'entretien, le garagiste signale à l'automobiliste que le système de climatisation de son véhicule présente une baisse significative de masse de gaz : en plus de la perte naturelle de $0,1$ gramme, le système perd 1 % de sa masse chaque jour.
Le garagiste recharge alors complètement le réservoir.
Pour tout entier naturel n, on note u_n la masse de gaz dans le réservoir au bout de n jours après cette visite.
On a donc, $u_0 = 660$ et on admet que pour tout entier naturel n, on a :

$$u_{n+1} = 0,99u_n - 0,1.$$

1. Calculer u_1 et u_2.

2. Voici un algorithme qui, lorsque l'on saisit un nombre N non nul de jours écoulés, calcule et affiche la masse de gaz restant dans le système.

```
Variables
   N : un nombre entier naturel
   k : un nombre entier naturel
   u : un nombre entier réel
Entree
   Saisir N
Initialisation
   u prend la valeur 660
Traitement
   Pour k allant de 1 à ...
      u prend la valeur ...
   Fin pour
Sortie
   Afficher u
```

   a. Recopier et compléter la partie relative au **traitement** de cet algorithme.

   b. Quelle masse de gaz restera-t-il au bout de 20 jours? Arrondir au gramme près.

3. Soit la suite (v_n) définie pour tout entier naturel par $v_n = u_n + 10$.

a. Calculer v_0.

b. On admet que (v_n) est une suite géométrique de raison 0,99.
Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.

c. En déduire que, pour tout entier naturel n, on a : $u_n = 670 \times 0,99^n - 10$.

d. À l'aide de cette expression, vérifier le résultat obtenu à la **question 2. b.**

4. On rappelle que le constructeur préconise de recharger le réservoir au plus tard lorsque la masse de gaz est inférieure à 440 g.
Le coût d'une recharge est de 80 euros. Le garagiste propose de réparer le système pour 400 euros.
Pourquoi est-il plus économique pour cet automobiliste de réparer le système ? Justifier la réponse.

EXERCICE 2 **5 points**

La fonte GS (graphite sphéroïdal) possède des caractéristiques mécaniques élevées et proche de celles des aciers. Une entreprise fabrique des pièces de fonte GS qui sont utilisées dans l'industrie automobile.
Ces pièces sont coulées dans des moules de sable et ont une température de 1 400 °C à la sortie du four. Elles sont entreposées dans un Local dont la température ambiante est maintenue à une température de 30 °C . Ces pièces peuvent être démoulées dès lors que leur température est inférieure à 650 °C .
La température en degrés Celsius d'une pièce de fonte est une fonction du temps t, exprimé en heures, depuis sa sortie du four. On admet que cette fonction f, définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$, est une solution sur cet intervalle de l'équation différentielle :

$$y' + 0,065y = 1,95.$$

1. **a.** Résoudre sur $[0\,;\,+\infty[$ l'équation différentielle $y' + 0,065y = 1,95$.

b. Donner $f(0)$ et vérifier que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par

$$f(t) = 1370\,\mathrm{e}^{-0,065t} + 30.$$

2. **a.** Étudier mathématiquement le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

b. Pourquoi ce résultat était-il prévisible ?

3. La pièce de fonte peut-elle être démoulée après avoir été entreposée 5 heures dans le local ?

4. **a.** Déterminer au bout de combien de temps au minimum la pièce pourra être démoulée. Arrondir le résultat à la minute près.

b. Pour éviter la fragilisation de la fonte, il est préférable de ne pas démouler la pièce avant que sa température ait atteint 325 °C.
Dans ce cas faudra-t-il attendre exactement deux fois plus de temps que pour un démoulage à 650 °C ? Justifier la réponse.

EXERCICE 3 **5 points**

Un chef cuisinier décide d'ajouter un « menu terroir » à la carte de son restaurent. S'appuyant sur sa longue expérience, le restaurateur pense qu'environ 30 % des clients choisiront ce menu. Ceci le conduit à faire l'hypothèse que la probabilité qu'un client, pris au hasard commande le « menu terroir » est de $p = 0,3$.

Partie A

Afin de tester la validité de son hypothèse, le restaurateur choisit au hasard 100 clients et observe que 26 d'entre eux ont commandé un « menu terroir ».

Après discussion avec son comptable, le restaurateur décide d'accepter l'hypothèse que $p = 0,3$.
À l'aide d'un intervalle de fluctuation à 95 %, justifier cette décision.

Partie B

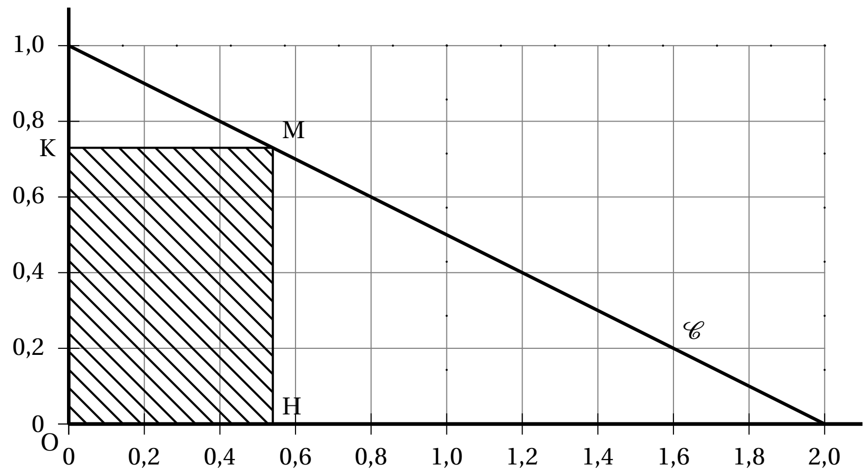
Une agence de voyage a réserver toutes les tables du restaurant pour la semaine à venir. Le restaurateur sait ainsi que 1 000 clients viendront déjeuner chacun une fois durant la semaine.
Le nombre de « menu terroir » qui seront alors commandé est une variable aléatoire X.
On considère que la probabilité qu'un des clients commande un « menu terroir » est $p = 0,3$.

1. On admet que la variable aléatoire X suit une loi binomiale.
   a. Donner ses paramètres.
   b. Déterminer la probabilité que le nombre de « menus terroir » commandés soit inférieur ou égal à 315.
2. On décide d'approcher la loi binomiale précédente par la loi normale d'espérance $\mu = 300$ et d'écart-type $\sigma = 14,49$.
   Justifier les valeurs de μ et σ.
   Dans la suite de l'exercice, on utilisera cette approximation par la loi normale. Les résultats seront arrondis à 10^{-2} *près.*
3. **a.** Estimer $P(285 \leqslant X \leqslant 315)$.
   b. Estimer $P(X \geqslant 350)$ et interpréter le résultat obtenu.

EXERCICE 4 **5 points**

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse choisie. Toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation. *Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.*

1. **Proposition 1 :** Le nombre complexe z de module $4\sqrt{3}$ et dont un argument est $\frac{2\pi}{3}$ a pour forme algébrique $-2\sqrt{3}+6i$.
2. Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{u},\,\vec{v}\right)$. Les points A, B et C ont pour affixe respectives : $z_A = 2\,\mathrm{e}^{i\frac{\pi}{2}}$, $z_B = -1 + i\sqrt{3}$ et $z_C = z_A \times z_B$.
   Proposition 2 : Le point C appartient au cercle de centre O et de rayon 4.
3. On a tracé, ci-dessous dans un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f définie sur $[0\,;2]$ par $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$.
   On considère le point M de coordonnées $\left(x\,;\,-\frac{1}{2}x+1\right)$ sur la courbe $\mathscr{C}$, ainsi que les points $H(x\,;\,0)$ et $K\left(0\,,\,-\frac{1}{2}x+1\right)$.
   Proposition 3 : L'aire, en unités d'aire, du rectangle $OHMK$ est maximale lorsque M a pour abscisse 1.



4. On veut modélise le temps d'attente d'un client, en minutes, à la caisse d'un supermarché par une variable aléatoire T qui suit une loi exponentielle de paramètre λ.

Des études statistiques montre que la probabilité qu'un client attende plus de 7 minutes à cette caisse est de $0,417$.

On rappelle que pour tout réel t positif, $P(T > t) = \text{e}^{-\lambda t}$.

Proposition 4 : Le temps d'attente moyen à cette caisse de supermarché est 9 minutes.

4 heures

∽ Baccalauréat STI2D et STL spécialité SPCL ∾ Métropole La Réunion 7 septembre 2017

EXERCICE 1 — 4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse.

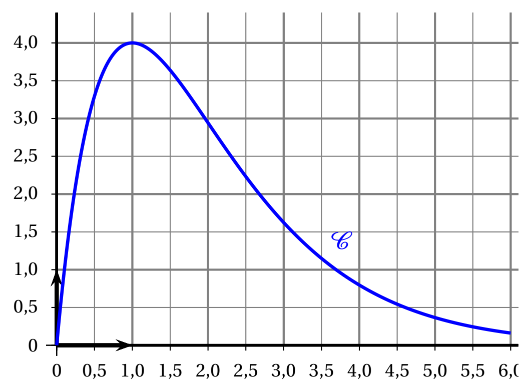
1. On donne ci-dessous la courbe $\mathscr{C}$ représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $[0\,;\,+\infty]$.
On pose $I = \displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$. Un encadrement de I est :

a. $6 < I < 8$

b. $1 < I < 2$

c. $3 < I < 4$

d. $13 < I < 16$



2. La fonction g est définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty]$ par $g(x) = (-2x+1)\ln(x)+5$.
La limite de cette fonction g en $+\infty$ est égale à :

a. $+\infty$ **b.** $-\infty$ **c.** 0 **d.** 5

3. La suite (v_n) est géométrique de premier terme $v_0 = 4$ et de raison $q = 0,5$.
La somme des 9 premiers termes de cette suite est égale à :

a. $4 \times 0,5^8$ **b.** $\dfrac{1-0,5^9}{1-0,5}$ **c.** $8 \times (1-0,5^9)$ **d.** $6,9$

4. La suite (u_n) est la suite géométrique de premier terme $u_0 = 300$ et de raison $q = 1,05$. L'algorithme qui calcule et affiche tous les termes strictement inférieurs à 405 de cette suite est :

a.

```
Variables
    n : un nombre entier naturel
    u : un nombre réel
Initialisation
    n prend la valeur 0
    u prend la valeur 300
Traitement
    Tant que n < 450
        Afficher u
        n prend la valeur n + 1
        u prend la valeur 300 × 1,05^n
    Fin Tant que
```

b.

```
Variables
    u : un nombre réel
Initialisation
    u prend la valeur 300
Traitement
    Tant que u < 450
        u prend la valeur 1,05 × u
    Fin Tant que
Sortie
    Afficher u
```

c.

Variables
 u : un nombre réel
Initialisation
 u prend la valeur 300
Traitement
 Tant que $u < 450$
  Afficher u
  u prend la valeur $1,05 \times u$
 Fin Tant que

d.

Variables
 n : un nombre entier naturel
 u : un nombre réel
Initialisation
 n prend la valeur 0
 u prend la valeur 300
Traitement
 Tant que $u < 450$
  n prend la valeur $n+1$
  u prend la valeur $1,05 \times u$
 Fin Tant que
Sortie
 Afficher u

EXERCICE 2 — 6 points

Le stimulateur cardiaque est un appareil destiné à certaines personnes dont le rythme du cœur est devenu trop lent. Implanté sous la peau, l'appareil envoie des impulsions électriques régulières au cœur lorsque le rythme cardiaque est insuffisant.
Un stimulateur cardiaque est constitué de deux composants :

- un condensateur de capacité C égale à 4×10^{-7} farad ;
- un conducteur ohmique de résistance R égale à 2×10^{6} ohms.

Une fois le condensateur chargé, la tension à ses bornes est égale à 5,6 volts. Il se décharge ensuite dans le conducteur ohmique.

Partie A

La tension u, en volts, aux bornes du condensateur est une fonction du temps t, en secondes. On admet que $u(0) = 5,6$ et que cette fonction u, définie et dérivable sur l'intervalle $[0~;~+\infty]$, vérifie pour tout nombre t de l'intervalle $[0~;~+\infty]$ la relation :

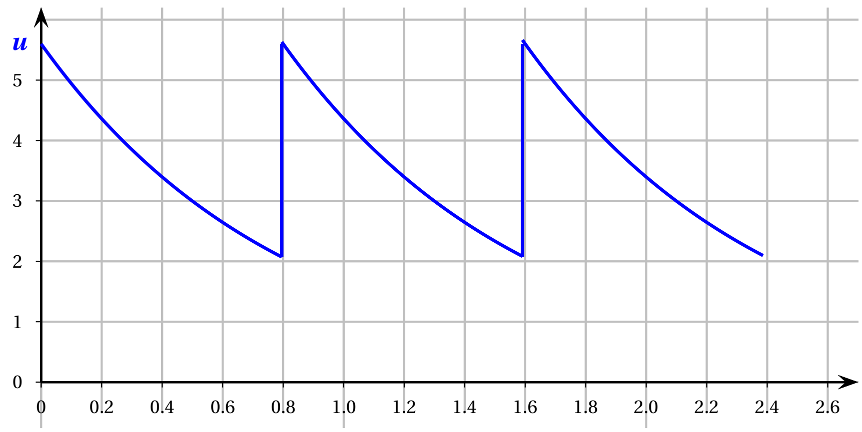
$$u'(t) + \frac{1}{RC} \times u(t) = 0,$$

où u' désigne la fonction dérivée de la fonction u.

1. **a.** Vérifier que la fonction u est solution sur l'intervalle $[0~;~+\infty]$ de l'équation différentielle $y' + 1,25y = 0$.
   b. Résoudre l'équation différentielle $y' + 1,25y = 0$.
   c. Montrer que pour tout nombre réel t de l'intervalle $[0~;~+\infty]$, on a : $u(t) = 5,6\,\mathrm{e}^{-1,25t}$.
2. **a.** Étudier mathématiquement le sens de variation de la fonction u sur l'intervalle $[0~;~+\infty]$.
   b. Ce résultat était-il prévisible. Justifier la réponse.

Partie B

En réalité, lorsque la tension u aux bornes du condensateur a perdu 63 % de sa valeur initiale $u(0)$, le stimulateur cardiaque envoie une impulsion électrique au cœur, ce qui provoque un battement. On considère que le condensateur se recharge instantanément et que la tension mesurée à ses bornes est à nouveau égale à 5,6 volts.



1. **a.** Vérifier que la tension aux bornes du condensateur qui déclenche l'envoi d'une impulsion électrique au cœur est de 2,072 volts.

   b. Résoudre dans l'intervalle $[\ ;\ +\infty]$ l'équation :

$$5,6\,\mathrm{e}^{-1,25t} = 2,072.$$

   c. Interpréter le résultat trouvé.

2. Chez l'adulte en bonne santé, le pouls au repos se situe entre 50 et 80 pulsations par minute.

   On admet que le stimulateur cardiaque d'un patient souffrant d'insuffisance envoie une impulsion électrique au cœur toutes les 0,8 secondes.

   Ce rythme correspond-il à celui d'un adulte au repos et en bonne santé ? Justifier la réponse.

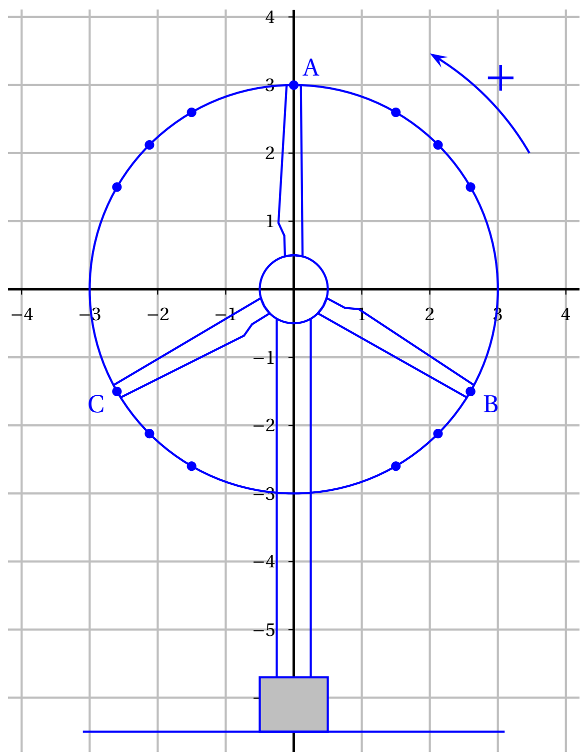
EXERCICE 3 — 5 points

Les partie A et B sont indépendantes.

Partie A

Dans le plan complexe muni d'une repère orthonormé direct $\left(\text{O}\,;\ \overrightarrow{u},\ \overrightarrow{v}\right)$, on représente les extrémités des pales d'une éolienne par le point A de coordonnées (0 ; 3) et par les points B et C d'affixes respectives :

$z_{\text{B}} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2} - \dfrac{3}{2}\,\text{i}$ et $z_{\text{C}} = 3\,\text{e}^{-\text{i}\frac{5\pi}{6}}$.



1. Soit z_{A} l'affixe du point A.

a. Donner la forme algébrique de z_{A}.

b. Donner la forme exponentielle de z_{A}.

2. Déterminer la forme exponentielle de z_{B}.

3. On admet que lorsque l'hélice tourne d'un angle de $\dfrac{\pi}{2}$ radians dans le sens direct, les points A, B et C sont transformés respectivement en A′, B′ et C′ tels que :

- A′ a pour affixe $z_{\text{A}'} = z_{\text{A}} \times \text{e}^{\text{i}\frac{\pi}{2}}$
- B′ a pour affixe $z_{\text{B}'} = z_{\text{B}} \times \text{e}^{\text{i}\frac{\pi}{2}}$
- C′ a pour affixe $z_{\text{C}'} = z_{\text{C}} \times \text{e}^{\text{i}\frac{\pi}{2}}$

Déterminer la forme exponentielle de $z_{\text{C}'}$;

Partie B

La durée de vie, en jours, d'un des composants électroniques d'une éolienne est modélisée par une variable aléatoire T qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,002$.

1. Calculer la durée de vie moyenne, en jours, d'un composant de ce type.

2. a. On considère la fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty]$ par $f(x) = 0,002\,\text{e}^{-0,002x}$.
Montrer que la fonction F définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty]$ par $F(x) = -\,\text{e}^{-0,002x}$ est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty]$.

b. On rappelle que, pour tout nombre réel de $[0\,;\,+\infty]$, $P(T \leqslant t) = \displaystyle\int_0^t f(x)\,\text{d}x$.

On a donc $P(T \leqslant t) = 1 - \text{e}^{-0,002t}$.

Le fabricant affirme : « la probabilité que la durée de vie du composant soit supérieure à 100 jours est d'au moins 0,8. »

Que penser de cette affirmation ? Justifier la réponse.

EXERCICE 4 — 5 points

Dans cet exercice, les résultats demandés seront arrondis à 10^{-3} *près.*

L'entreprise COFRUIT fabrique de la confiture de fruits, qu'elle conditionne en pots. Il est indiqué 680 grammes de confiture sur l'étiquette du pot.

En fin de chaîne de remplissage, les pots sont pesés et ceux dont la masse de confiture est strictement inférieure à 675 grammes ne sont pas commercialisés.

Partie A

Après remplissage, la masse de confiture dans un pot est modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 680$ et d'écart-type $\sigma = 2,65$.

1. Calculer la probabilité que la masse de confiture d'un pot, pris au hasard dans la production, soit comprise entre 677 grammes et 683 grammes.
2. Calculer la probabilité qu'un pot pris au hasard dans la production soit commercialisé.

Partie B

Dans cette partie, on considère qu'une machine de remplissage de pots est bien réglée lorsque la proportion théorique de pots non commercialisables est inférieure ou égale à 3 %.
On s'intéresse à la production journalière de pots remplis par cette machine.

1. Lors d'un contrôle de qualité, il est relevé que, sur un échantillon de 200 pots, 8 ne sont pas commercialisables.

   À l'aide d'un intervalle de fluctuation asymptotique à 95 %, déterminer si la machine nécessite un réglage.
2. On rappelle dans cette question que $\mu = 680$ et $\sigma = 2,65$.

   On suppose que la machine est bien réglée. L'entreprise décide de vendre les pots de confiture par lots de 2. Les lots de moins de 1 350 grammes de confiture sont jugés non conformes.

   On admet que la masse de confiture, en grammes, d'un lot de 2 pots est une variable aléatoire Y qui suit la loi normale d'espérance 2μ et d'écart-type $\sqrt{2} \times \sigma$.

   a. Calculer $P(Y \leqslant 1350)$.

   b. Pourquoi est-il alors plus intéressant pour l'entreprise COFRUIT de vendre ses pots de confiture par lots de 2 ?

Durée : 4 heures

Baccalauréat STI 2D/STL spécialité SPCL
Nouvelle-Calédonie 28 novembre 2017

EXERCICE 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante choisie.

1. Une primitive de f définie pour $x > 0$ par $f(x) = 3x + \dfrac{2}{x}$ est la fonction F telle que :

   a. $F(x) = 3x^2 + \ln\left(x^2\right)$ **b.** $F(x) = \dfrac{3x^2}{2} + 2\ln(x)$ **c.** $F(x) = 3 - \dfrac{2}{x^2}$ **d.** $F(x) = 6x - 2\ln(x)$

2. $\ln(128)$ est égal à :

   a. $\ln(2) + \ln(7)$ **b.** $7\ln(2)$ **c.** $2\ln(14)$ **d.** $\ln(120) + \ln(8)$.

3. On considère le nombre complexe $z = 2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$ où i est le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$. Le cube de z est égal à :

   a. $6\mathrm{i}$ **b.** -8 **c.** 8 **d.** $-8\mathrm{i}$

4. L'équation $\mathrm{e}^{2x} = 3$ admet comme solution dans $\mathbb{R}$:

   a. $\dfrac{3}{2}$ **b.** $\dfrac{1}{2}\ln(3)$ **c.** $\dfrac{3}{2}\mathrm{e}$ **d.** $\ln(9)$

Exercice 2 **6 points**

Un kiosque numérique propose des magazines consultables sur tablette. Il avait 4 000 abonnés lors de son lancement.
Une étude commerciale montre que chaque année le taux de réabonnement est voisin de 70 % et que le nombre de nouveaux abonnés est d'environ 6 000.

1. Déterminer le nombre d'abonnés une année après le lancement.
2. Déterminer de même le nombre d'abonnés deux années après le lancement.
3. On considère l'algorithme suivant :

Variables :	n est un entier naturel.
	u est un réel.
Initialisation :	Affecter à u la valeur 4 000
	Affecter à n la valeur 0
Traitement :	Tant que $n < 2$
	u prend la valeur $\dfrac{7}{10}u + 6000$
	n prend la valeur $n+1$
Sortie :	Afficher u.

Quel est le résultat affiché par cet algorithme ?

4. Modifier l'algorithme pour afficher le nombre d'années à partir duquel il y aura plus de 15 000 abonnés.
5. Soit la suite (a_n) définie par :

$$a_0 = 4 \text{ et pour tout } n > 0,\ a_{n+1} = \frac{7}{10}a_n + 6.$$

Quel lien peut-on établir entre cette suite et le nombre d'abonnés au kiosque numérique ?

6. Soit (b_n) la suite définie pour tout entier n par : $b_n = 20 - a_n$.
   On admet que la suite (b_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{7}{10}$.
   Exprimer a_n en fonction de n.
7. D'après ce modèle peut-on envisager de dépasser les 30 000 abonnés ? Expliquer la démarche suivie.

EXERCICE 3 **5 points**

Marie a invité quelques amis pour le thé. Elle souhaite leur proposer ses macarons maison.
Elle les sort de son congélateur à -18 °C et les place dans une pièce à 20 °C.
Au bout de 15 minutes, la température des macarons est de 1 °C.

Premier modèle

On suppose que la vitesse de décongélation est constante : chaque minute la hausse de température des macarons est la même.
Estimer dans ce cadre la température au bout de 30 minutes, puis au bout de 45 minutes.
Cette modélisation est-elle pertinente ?

Deuxième modèle

On suppose maintenant que la vitesse de décongélation est proportionnelle à la différence de température entre les macarons et l'air ambiant (il s'agit de la loi de Newton).
On désigne par θ la température des macarons à l'instant t, et par θ' la vitesse de décongélation.
L'unité de temps est la minute et l'unité de température le degré Celsius.

On négligera la diminution de température de la pièce et on admettra donc qu'il existe un nombre réel a tel que, pour t positif :

$$\theta'(t) = a[\theta(t) - 20] \quad (E)$$

1. Vérifier que l'équation (E) s'écrit également : $\theta' - a\theta = -20a$.
Donner alors, en fonction de a, l'ensemble des solutions de (E).

On rappelle que la température des macarons à l'instant $t = 0$ est égale à -18 °C et que, au bout de 15 min, elle est de 1 °C.

2. Montrer que pour t positif : $\theta(t) = 20 - 38\mathrm{e}^{-\frac{t\ln 2}{15}}$.

3. La température idéale de dégustation des macarons étant de 15 °C, Marie estime que celle-ci sera atteinte au bout de 30 min. A-t-elle raison ? Justifier la réponse.
Sinon, combien de temps faudra-t-il attendre ?

EXERCICE 4 **5 points**

Dans un élevage de poulets fermiers, les volailles sont commercialisées après 90 jours d'élevage.
Un poulet de 90 jours sera dit conforme si sa masse est comprise entre $2,8$ kg et $3,2$ kg.

1. L'avicultrice a constaté que la masse M, exprimée en kg, de ses poulets de 90 jours suit une loi normale de moyenne 3 et d'écart type $0,1$.

a. Déterminer au centième près la probabilité qu'un poulet de 90 jours prélevé au hasard soit conforme.

b. Déterminer au millième près la probabilité que la masse d'un poulet de 90 jours prélevé au hasard soit supérieure à $3,3$ kg.

2. On admet dans cette question que 95 % des poulets de 90 jours sont conformes.
Un rôtisseur achète tous les samedis 100 de ces poulets. On admet que le nombre de poulets de l'élevage est suffisamment important pour que cet achat puisse être assimilé à un prélèvement avec remise.
On appelle X la variable aléatoire égale au nombre de poulets non conformes, c'est-à-dire dont la masse n'est pas dans l'intervalle $[2,8\ ;\ 3,2]$.

a. Justifier que X suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.

b. Calculer l'espérance mathématique de X. Que représente ce nombre ?

3. Lors de son dernier achat, le rôtisseur a compté 9 poulets non conformes. Il se plaint auprès de l'éleveur.
Avec un tableur, on a calculé les probabilités $P(X \leqslant a)$ pour a allant de 0 à 13.

a	0	1	2	3	4	5	6
$P(X \leqslant a)$	0,005 9	0,037 1	0,118 3	0,257 8	0,436 0	0,616 0	0,766 0

a	7	8	9	10	11	12	13
$P(X \leqslant a)$	0,872 0	0,936 9	0,971 8	0,988 5	0,995 7	0,998 5	0,999 5

a. Déterminer l'intervalle de fluctuation à 95 % de la fréquence de poulets non conformes.

b. Le rôtisseur a-t-il eu raison de se plaindre ?