Baccalauréat STI2D

L'intégrale de juin 2013 à novembre 2015

Polynesie 7 juin 2013 2
Antilles-Guyane 19 juin 2013 6
Métropole 20 juin 2013 9
Métropole 12 septembre 2013 13
Nouvelle-Calédonie 18 novembre 2013 17
Nouvelle-Calédonie 7 mars 2014 21
Polynésie 16 juin 2014 25
Antilles-Guyane 19 juin 2014 30
Métropole 19 juin 2014 34
Métropole 11 septembre 2014 38
Polynésie 11 septembre 2014 42
Nouvelle-Calédonie 17 novembre 2014 46
Métropole–La Réunion 18 juin 2015 50
Antilles-Guyane 18 juin 2015 56
Polynésie 11 juin 2015 61
Nouvelle-Calédonie 19 novembre 2015 66
Concours ENI–GEIPI–POLYTECH 2015 69

À la fin index des notions abordées

À la fin de chaque exercice cliquez sur * pour aller à l'index

Durée : 4 heures

Baccalauréat Polynesie 7 juin 2013
STI2D–STL–SPCL

EXERCICE 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Il sera attribué un point si la réponse est exacte.
Aucun point ne sera enlevé en cas de réponse incorrecte ou d'absence de réponse.

On considère le nombre complexe $z = 2\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$ où i est le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

1. Le carré de z est égal à :

a. $-4\mathrm{i}$ **b.** -4 **c.** $-2\mathrm{i}$ **d.** 4

2. L'inverse de z est égal à :

a. $\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$ **b.** $-2\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$ **c.** $2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$ **d.** $\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$

3. L'équation différentielle $y'' + 4y = 0$ admet pour solution la fonction f définie, pour tout réel x, par :

a. $f(x) = 2\sin\left(x + \dfrac{\pi}{2}\right)$ **b.** $f(x) = 5\sin\left(2x + \dfrac{\pi}{3}\right)$
c. $f(x) = 4\sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)$ **d.** $f(x) = \sin\left(4x + \dfrac{\pi}{2}\right)$

4. On observe la durée de fonctionnement, exprimée en années, d'un appareil électroménager jusqu'à ce que survienne la première panne.
Cette durée de fonctionnement est modélisée par une variable aléatoire X suivant la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,2$.
La probabilité que le moteur fonctionne sans panne pendant plus de 8 ans est au centième près :

a. $0,18$ **b.** $0,20$ **c.** $0,71$ **d.** $0,80$

*

EXERCICE 2 **5 points**

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$$u_0 = 8 \quad \text{et, pour tout entier naturel } n,\ u_{n+1} = 0,4u_n + 3.$$

1. Calculer u_1 et u_2.
On utilise un tableur pour calculer les premiers termes de cette suite.
Une copie d'écran sur laquelle les termes u_1 et u_2 ont été effacés est donnée en annexe 1.

2. Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule B3 de la feuille de calcul afin d'obtenir les premiers termes de cette suite par recopie vers le bas ?

3. En utilisant cette copie d'écran, que peut-on conjecturer sur la limite de la suite (u_n) ?

4. On considère l'algorithme suivant :

Les variables sont l'entier naturel N et le réel U.	
Initialisation :	Affecter à N la valeur 0
	Affecter à U la valeur 8
Traitement :	TANT QUE U $-5 > 0,01$
	Affecter à N la valeur N + 1
	Affecter à U la valeur $0,4$U $+ 3$
	Fin TANT QUE
Sortie :	Afficher N

Par rapport à la suite (u_n), quelle est la signification de l'entier N affiché ?

5. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 5$. On admet que la suite (v_n) est géométrique de premier terme $v_0 = 3$ et de raison $0,4$.

a. Exprimer v_n en fonction de n.

b. Déterminer la limite de la suite (v_n).

c. Le résultat précédent permet-il de valider la conjecture faite à la question 3 ?

Pourquoi ?

*

EXERCICE 3 **4 points** La grand-mère de Théo sort un gratin du four, le plat étant alors à 100 °C. Elle conseille à son petit-fils de ne pas le toucher afin de ne pas se brûler, et de laisser le plat se refroidir dans la cuisine dont la température ambiante est supposée constante à 20 °C.
Théo lui rétorque que quand il sera à 37 °C il pourra le toucher sans risque ; et sa grand-mère lui répond qu'il lui faudra attendre 30 minutes pour cela.
La température du plat est donnée par une fonction g du temps t, exprimé en minutes, qui est solution de l'équation différentielle :

$$(E) \quad y' + 0,04y = 0,8.$$

1. Résoudre l'équation différentielle (E) et donner sa solution particulière g définie par la condition initiale $g(0) = 100$.

2. En utilisant l'expression de $g(t)$ trouvée :

a. La grand-mère de Théo a-t-elle bien évalué le temps nécessaire pour atteindre 37°C ?

b. Quelle est la valeur exacte du temps nécessaire pour obtenir cette température ?

En donner une valeur arrondie à la seconde près.

*

EXERCICE 4 **7 points**

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante. Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} près.

Une entreprise produit en grande quantité des pièces détachées destinées à l'industrie.

L'objectif de cet exercice est d'étudier l'exploitation de divers outils mathématiques pour analyser la qualité de cette production.

A. Loi normale

Une pièce est conforme lorsque sa longueur, exprimée en millimètres, appartient à l'intervalle [74,4 ; 75,6].
On note L la variable aléatoire qui, à chaque pièce prélevée au hasard dans la production, associe sa longueur. On suppose que la variable aléatoire L suit la loi normale d'espérance 75 et d'écart type 0,25.

1. Calculer $P(74,4 \leqslant L \leqslant 75,6)$.
2. Quelle valeur doit-on donner à h pour avoir $P(75-h \leqslant L \leqslant 75+h) = 0,95$?

B. Loi binomiale

Les pièces produites par l'entreprise sont livrées par lots de 20.
On note D l'évènement : « une pièce prélevée au hasard dans la production n'est pas conforme ».
On suppose que $P(D) = 0,02$.
On prélève au hasard 20 pièces dans la production. La production est assez importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise.
On considère la variable aléatoire X qui, à un lot de 20 pièces, associe le nombre de pièces non conformes qu'il contient.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres 20 et 0,02.
2. Calculer la probabilité $P(X = 0)$.
3. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins une pièce non conforme dans ce lot de 20 pièces.
4. Calculer l'espérance mathématiques, $E(X)$, de cette variable aléatoire et interpréter le résultat.

C. Intervalle de fluctuation

Le cahier des charges établit que la proportion de 2 *% de pièces non conformes dans la production est acceptable.*

1. Donner l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % de la fréquence des pièces non conformes dans un échantillon de taille 80.

   On veut savoir si la machine de production est correctement réglée. Pour cela on prélève au hasard dans la production un échantillon de taille 80 *dans lequel* 3 *pièces se révèlent être non conformes.*

2. Quelle est la fréquence des pièces non conformes dans l'échantillon prélevé ?
3. La machine de production doit-elle être révisée ? Justifier votre réponse.

*

Annexe 1

	A	B
1	n	$u(n)$
2	0	8
3	1	
4	2	
5	3	5,192
6	4	5,076 81
7	5	5,030 72
8	6	5,012 288
9	7	5,004 915 2
10	8	5,001 966 08
11	9	5,000 786 43
12	10	5,000 314 57
13	11	5,000 125 83
14	12	5,000 050 33
15	13	5,000 020 13
16	14	5,000 003 05
17	15	5,000 003 22
18	16	5,000 001 29
19	17	5,000 000 52
20	18	5,000 000 21

Baccalauréat STI 2D/STL
Antilles-Guyane 19 juin 2013

EXERCICE 1 **4 points**

1. L'algorithme ci-dessous permet de calculer les termes successifs d'une suite que l'on appellera (u_n).

Entrée :	Saisir la valeur de l'entier naturel n
Traitement :	Affecter 2 à la variable u
	Pour i variant de 1 à n
	Affecter $1,5u$ à u
	Fin de Pour
Sortie :	Afficher u

Quelles valeurs affiche cet algorithme lorsque l'on saisit $n = 1$, puis $n = 2$ et enfin $n = 3$?

2. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 1,5u_n$.

a. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser ses éléments caractéristiques.

b. Pour tout entier naturel n, donner l'expression du terme u_n en fonction de n.

3. On considère la suite (S_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n.$$

a. Calculer les valeurs des termes S_0, S_1 et S_2.

b. Quelles modifications doit-on faire à l'algorithme précédent pour qu'il affiche la valeur du terme S_n pour un n donné ?

Écrire ce nouvel algorithme sur sa copie.

c. Calculer le terme S_n en fonction de l'entier naturel n.

d. En déduire la limite de la suite (S_n).

*

EXERCICE 2 **5 points**

Une entreprise spécialisée produit des boules de forme sphérique pour la compétition. Le responsable de la qualité cherche à analyser la production.
Il mesure pour cela la masse des boules d'un échantillon (E) de 50 pièces de la production concernée, et obtient les résultats suivants pour la série statistique des masses :

Masse en g	1 195	1 196	1 197	1 198	1 199	1 200	1 201	1 202	1 203	1 204
Nombre de boules	1	3	4	6	8	11	6	5	3	3

Une boule est dite « de bonne qualité » si sa masse en grammes m vérifie :

$$1\,197 \leqslant m \leqslant 1\,203.$$

1. **a.** Calculer, pour l'échantillon (E), le pourcentage de boules de bonne qualité.

b. Déterminer la moyenne et l'écart type de la série des masses de cet échantillon. (On donnera des valeurs approchées au gramme près.)

Dans la suite de l'exercice, on admet que la probabilité qu'une boule soit de bonne qualité est : $p = 0,86$.

Les résultats des différentes probabilités seront donnés au millième près.

2. L'entreprise livre des lots de boules à un client. On assimile le choix de chaque pièce d'un lot à un tirage avec remise.

On désigne par X la variable aléatoire qui, à un lot donné de 50 boules, associe le nombre de boules de bonne qualité.

a. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres n et p.

b. Déterminer la probabilité qu'il y ait au moins 48 boules de bonne qualité dans le lot.

3. On décide d'approcher la loi binomiale suivie par la variable aléatoire X par une loi normale d'espérance m et d'écart type σ.

a. Justifier que $m = 43$ et $\sigma \approx 2,45$.

b. Déterminer, à l'aide de cette loi normale, une approximation de la probabilité qu'il y ait au moins 48 boules de bonne qualité dans le lot.

4. Le client reçoit un lot de 50 boules.

a. Préciser l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % de la fréquence des boules de bonne qualité pour un lot de 50 pièces.

b. Dans son lot, le client a 42 boules qui sont de bonne qualité.

Il affirme au fabricant que la proportion de boules de bonne qualité est trop faible au regard de la production habituelle de l'entreprise.

Peut-on donner raison au client au seuil de confiance de 95 % ? Justifier.

*

EXERCICE 3 **5 points**

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$.
On note $\mathbb{C}$ l'ensemble des nombres complexes, et i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

1. On considère l'équation (E) d'inconnue z :

$$(2 - \mathrm{i})z = 2 - 6\mathrm{i}.$$

a. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E). On notera z_1 la solution de (E) que l'on écrira sous forme algébrique.

b. Déterminer la forme exponentielle de z_1.

c. Soit z_2 le nombre complexe défini par : $z_2 = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{2}} \times z_1$.

Déterminer les formes exponentielle et algébrique de z_2.

2. Soit A, B et C les points du plan d'affixes respectives : $z_A = 2 - 2\mathrm{i}$, $z_B = -2 - 2\mathrm{i}$ et $z_C = -4\mathrm{i}$.

a. Placer les points A, B et C dans le plan complexe.

b. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$.

c. Déterminer la nature du triangle ABC.

*

EXERCICE 4 **6 points**

Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

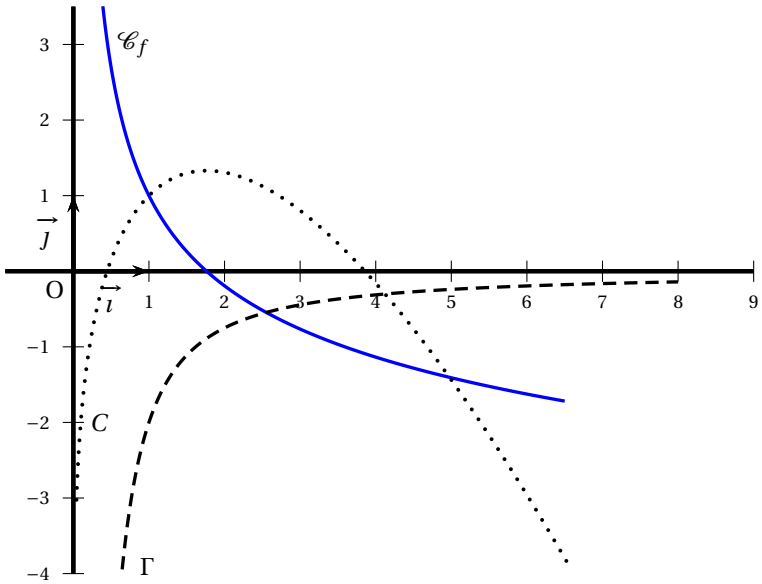
$$f(x) = \frac{1}{x} - \ln x.$$

On appelle $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath}\,,\ \vec{\jmath}\right)$.

1. Sur le graphique ci-dessous, on donne $\mathscr{C}_f$ et les courbes C et Γ. L'une de ces deux courbes représente graphiquement la dérivée f' de f, et l'autre une des primitives F de f.

a. Indiquer laquelle des deux courbes C et Γ représente graphiquement f'. Justifier.

b. Par lecture graphique, donner $F(1)$.



2. Dans cette question, on pourra vérifier la cohérence des résultats obtenus avec les courbes représentatives données sur le dessin.

a. Déterminer la limite de la fonction f quand x tend vers 0. Interpréter graphiquement cette limite.

b. Déterminer la limite de la fonction f quand x tend vers $+\infty$.

c. Calculer $f'(x)$ et montrer que l'on peut écrire : $f'(x) = \dfrac{-x-1}{x^2}$.

d. Étudier le signe de $f'(x)$ puis donner le tableau de variations de f.

3. Soit H la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$H(x) = x - (x-1)\ln x.$$

a. Montrer que H est une primitive de f sur $]0\,;\,+\infty[$.

b. En déduire l'expression de la fonction F de la question 1.

c. Calculer $\displaystyle\int_1^{\text{e}} f(x)\,\text{d}x$.

*

Baccalauréat STI 2D/STL–SPCL
Métropole 20 juin 2013

EXERCICE 1 **5 points**

Une fabrique de desserts dispose d'une chaîne automatisée pour remplir des pots de crème glacée.
La masse en grammes de crème glacée contenue dans chacun des pots peut être modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance 100 et d'écart type 0,43.

1. Afin de contrôler le remplissage des pots, le responsable qualité souhaite disposer de certaines probabilités.

Le tableau ci-dessous présente le calcul, effectué à l'aide d'un tableur, des probabilités de quelques évènements pour une loi normale d'espérance 100 et d'écart type 0,43.

a	$p(X \leqslant a)$
98	0,000 001 65
98,5	0,000 242 99
99	0,010 020 45

a	$p(X \leqslant a)$
99,5	0,122 457 22
100	0,500 000 00
100,5	0,877 542 78

a	$p(X \leqslant a)$
101	0,989 979 55
101,5	0,999 757 01
102	0,999 998 35

Les résultats seront donnés à 10^{-2} *près.*
Pour les calculs de probabilités, on utilisera éventuellement le tableau précédent ou la calculatrice.

a. Déterminer la probabilité de l'évènement « $X > 99$ ».

b. Déterminer la probabilité de l'évènement « $99 \leqslant X \leqslant 101$ ».

c. Le pot est jugé conforme lorsque la masse de crème glacée est comprise entre 99 grammes et 101 grammes. Déterminer la probabilité pour qu'un pot prélevé aléatoirement soit non conforme.

Dans le cadre d'un fonctionnement correct de la chaîne de production, on admet que la proportion p de pots conformes dans la production est 98 %.

a. L'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % de la fréquence des pots conformes sur un échantillon de taille n est

$$I = \left[p - 1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \; ; \; p + 1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right]$$

Déterminer les bornes de l'intervalle I pour un échantillon de taille 120.

b. On contrôle régulièrement la chaîne de production en prélevant des échantillons de 120 pots de manière aléatoire. Au cours d'un de ces contrôles, un technicien compte 113 pots conformes.

En utilisant l'intervalle de fluctuation précédent, prendra-t-on la décision d'effectuer des réglages sur la chaîne de production ?

*

EXERCICE 2 **5 points**

On éteint le chauffage dans une pièce d'habitation à 22 h. La température y est alors de 20 °C.
Le but de ce problème est d'étudier l'évolution de la température de cette pièce, puis de calculer l'énergie dissipée à l'extérieur, au cours de la nuit, de 22 h à 7 h le lendemain matin.

On suppose, pour la suite du problème, que la température extérieure est constante et égale à 11 °C.
On désigne par t le temps écoulé depuis 22 h, exprimé en heures, et par $f(t)$ la température de la pièce exprimée en °C. La température de la pièce est donc modélisée par une fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;9]$

Partie A :

1. Prévoir le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;9]$. On admet désormais que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;9]$ par

$$f(t) = 9\mathrm{e}^{-0,12t} + 11.$$

2. Donner une justification mathématique du sens de variation trouvé à la question précédente.
3. Calculer $f(9)$. En donner la valeur arrondie au dixième puis interpréter ce résultat.
4. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, l'heure à partir de laquelle la température est inférieure à 15 °C.
5. Retrouver le résultat précédent en résolvant une inéquation.

Partie B :

Le flux d'énergie dissipée vers l'extérieur, exprimé en kilowatts (kW), est donné par la fonction g telle que, pour tout nombre réel t de l'intervalle $[0\,;9]$,

$$g(t) = 0,7\mathrm{e}^{-0,12t}.$$

L'énergie $\mathscr{E}$ ainsi dissipée entre 22 h et 7 h, exprimée en kilowattheures (kWh), s'obtient en calculant l'intégrale

$$\mathscr{E} = \int_0^9 g(t)\,\mathrm{d}t.$$

1. Calculer la valeur exacte de l'énergie dissipée.
2. En déduire une valeur arrondie de $\mathscr{E}$ à 0,1 kWh près.

*

EXERCICE 3 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante choisie.

1. Une écriture sous forme exponentielle du nombre complexe $z = \sqrt{6} - \mathrm{i}\sqrt{2}$ est :

a. $z = 4\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}$ **b.** $z = 2\sqrt{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}$ **c.** $z = 4\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$ **d.** $z = 2\sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}$

2. Si $z_1 = 3\sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$ et $z_2 = \sqrt{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{5\pi}{6}}$, alors le quotient $\dfrac{z_1}{z_2}$ vaut :

a. $3\sqrt{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{7\pi}{12}}$ **b.** $3\mathrm{e}^{-2\mathrm{i}\pi}$ **c.** $3\sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{13\pi}{12}}$ **d.** $3\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{13\pi}{12}}$

3. On considère l'équation différentielle $y'' + 9y = 0$, où y désigne une fonction deux fois dérivable sur l'ensemble des réels. Une solution f de cette équation est la fonction de la variable x vérifiant pour tout réel x :

a. $f(x) = 4\mathrm{e}^{9x}$

b. $f(x) = -0,2\mathrm{e}^{-9x}$

c. $f(x) = 7\cos(9x) - 0,2\sin(9x)$

d. $f(x) = 0,7\sin(3x)$

4. On considère l'équation différentielle $y' + 7y = 0$, où y désigne une fonction dérivable sur l'ensemble des réels. La solution f de cette équation telle que $f(0) = 9$ est la fonction de la variable x vérifiant pour tout réel x :

a. $f(x) = 9\mathrm{e}^{7x}$ **b.** $f(x) = 9\mathrm{e}^{-7x}$ **c.** $f(x) = -9\mathrm{e}^{7x}$ **d.** $f(x) = -9\mathrm{e}^{-7x}$

*

EXERCICE 4 **6 points**

Document 1

La plupart des lignes électriques font circuler du courant alternatif. Certaines font circuler du courant continu à très haute tension qui occasionne moins de pertes que le courant alternatif, notamment lorsque les lignes sont immergées, mais aussi lorsque les distances sont très importantes.
En 2012, la plus longue liaison électrique à courant continu en service dans le monde relie la centrale hydro-électrique de Xiangjiaba à la ville de Shanghai. Elle mesure environ 1 900 *km ; sa puissance électrique initiale est de* 6 400 *MW ; le courant est transporté sous une tension de* 800 *kV.*

Lorsque du courant électrique circule dans un câble, une partie de la puissance électrique est perdue. On estime les pertes de puissance électrique d'un courant continu à très haute tension à 0,3 % pour une distance de 100 kilomètres.

Partie A :

On note $p_0 = 6400$. Pour tout nombre entier naturel non nul n, on note p_n la puissance électrique restant dans la ligne Xiangjiaba-Shanghai au bout d'une distance de n centaines de kilomètres. Ainsi p_1 est la puissance électrique restant dans la ligne au bout de 100 km.

1. Montrer que $p_1 = 0,997p_0$.

2. Quelle est la puissance électrique au MW près par défaut restant dans la ligne Xiangjiaba–Shanghai au bout de 200 km ?

3. Déterminer la nature de la suite (p_n) puis exprimer p_n en fonction de n.

Partie B :

On considère l'algorithme ci-dessous :

Variables
n : un nombre entier naturel
q : un nombre réel
p : un nombre réel
Entrée
Saisir n
Initialisation
Affecter à p la valeur 6 400
Affecter à q la valeur 0,997
Traitement
Répéter n fois
Affecter à p la valeur $p \times q$
Sortie
Afficher p

1. On entre dans l'algorithme la valeur $n = 3$.

Faire fonctionner cet algorithme pour compléter les cases non grisées du tableau suivant, que l'on recopiera (on donnera des valeurs arrondies à l'unité près par défaut).

	n	q	p
Entrées et initialisation	3	0,997	6 400
1er passage dans la boucle de l'algorithme	lightgray	lightgray	
2e passage dans la boucle de l'algorithme	lightgray	lightgray	
3e passage dans la boucle de l'algorithme	lightgray	lightgray	

2. Interpréter la valeur de p obtenue au troisième passage dans la boucle de l'algorithme.

3. Quel est le pourcentage de perte de puissance électrique en ligne au bout de 300 km ?

Partie C :

1. Quelle est la puissance électrique à l'arrivée de la ligne Xiangjiaba–Shanghai ?

2. D'autres lignes électriques à très haute tension, en courant continu, sont en cours d'étude.

On souhaite limiter la perte de puissance électrique à 7 % sur ces lignes.

a. La ligne Xiangjiaba–Shanghai répond-t-elle à cette contrainte ?

b. Déterminer, à cent kilomètres près, la longueur maximale d'une ligne à très haute tension en courant continu pour laquelle la perte de puissance reste inférieure à 7 %.

*

Baccalauréat STI 2D/STL
Métropole 12 septembre 2013

EXERCICE 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

1. La forme exponentielle du nombre complexe $z = -5 + 5\text{i}$ est :
   - **a.** $z = 5\text{e}^{\text{i}\frac{3\pi}{4}}$
   - **b.** $z = 5\sqrt{2}\text{e}^{\text{i}\frac{3\pi}{4}}$
   - **c.** $z = 5\text{e}^{-\text{i}\frac{\pi}{4}}$
   - **d.** $z = 5\sqrt{2}\text{e}^{-\text{i}\frac{\pi}{4}}$
2. Si $z_1 = 2\sqrt{2}\text{e}^{\text{i}\frac{3\pi}{4}}$ et $z_2 = \sqrt{2}\text{e}^{-\text{i}\frac{\pi}{3}}$, alors le produit $z_1 \times z_2$ est un nombre complexe :
   - **a.** de module 4 et dont un argument est $\dfrac{2\pi}{7}$
   - **b.** de module $2\sqrt{2}$ et dont un argument est $\dfrac{5\pi}{12}$
   - **c.** de module 4 et dont un argument est $\dfrac{5\pi}{12}$
   - **d.** de module $2\sqrt{2}$ et dont un argument est $\dfrac{13\pi}{12}$
3. Le nombre complexe $\dfrac{\sqrt{2} - \text{i}\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \text{i}\sqrt{2}}$ est égal à :
   - **a.** 1
   - **b.** i
   - **c.** -1
   - **d.** $-\text{i}$
4. Le nombre complexe z de module $2\sqrt{3}$ et dont un argument est $\dfrac{2\pi}{3}$ a pour forme algébrique :
   - **a.** $\sqrt{3} - 3\text{i}$
   - **b.** $3 - \text{i}\sqrt{3}$
   - **c.** $-\sqrt{3} + 3\text{i}$
   - **d.** $-3 + \text{i}\sqrt{3}$

*

EXERCICE 2 **4 points**

Une entreprise fabrique en grande série des barres de pâte d'amande. La masse annoncée sur leur emballage est de 125 grammes. La machine qui fabrique les barres de pâte d'amande est préréglée afin que ces dernières respectent la masse de 125 grammes avec une certaine tolérance. Une barre de pâte d'amande est dite conforme lorsque sa masse est comprise dans un intervalle de tolérance de [124 ; 127,5].

1. On désigne par X la variable aléatoire qui, à une barre de pâte d'amande prélevée au hasard dans la production, associe sa masse en grammes. Le service qualité estime que la variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance 125,5 et d'écart type 0,75.

   a. Calculer la probabilité qu'une barre de pâte d'amande prélevée au hasard ait une masse supérieure à 125,5 grammes.

   b. Calculer la probabilité qu'une barre de pâte d'amande prélevée au hasard soit conforme.

   c. En déduire la probabilité qu'une barre de pâte d'amande prélevée au hasard soit non conforme.

   On utilisera éventuellement le tableau suivant présentant le calcul, effectué à l'aide d'un tableur, des probabilités de quelques événements pour une loi normale d'espérance 125,5 *et d'écart type* 0,75.

a	$p(X \leqslant a)$
122,00	0,000 001 5
122,25	0,000 007 3
122,50	0,000 031 7
122,75	0,000 122 9
123,00	0,000 429 1
123,25	0,001 349 9

a	$p(X \leqslant a)$
123,50	0,003 830 4
123,75	0,009 815 3
124,00	0,022 750 1
124,25	0,047 790 4
124,50	0,091 211 2
124,75	0,158 655 3

a	$p(X \leqslant a)$
125,00	0,252 492 5
125,25	0,369 441 3
125,50	0,500 000 0
125,75	0,630 558 7
126,00	0,747 507 5
126,25	0,841 344 7

a	$p(X \leqslant a)$
126,50	0,908 788 8
126,75	0,952 209 6
127,00	0,977 249 9
127,25	0,990 184 7
127,50	0,996 169 6
127,75	0,998 650 1

2. Lors d'un contrôle, le responsable qualité prélève de façon aléatoire un échantillon de 300 barres de pâte d'amande dans la production et constate que 280 barres de pâte d'amande sont conformes.

   On admet que, lorsque la machine est correctement réglée, la proportion de barres de pâte d'amande conformes dans l'ensemble de la production est de 97 %.

   On souhaite savoir si le réglage de la machine peut être jugé satisfaisant.

   a. Donner l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % de la fréquence des barres de pâte d'amande de masse conforme obtenue sur un échantillon de taille 300 (les bornes de l'intervalle seront arrondis à 10^{-3} près).

   b. Le résultat obtenu lors du contrôle qualité remet-il en question le réglage de la machine ?

*

EXERCICE 3 **6 points**

Depuis 2000, l'Union Européenne cherche à diminuer les émissions de polluants (hydrocarbures et oxydes d'azote) sur les moteurs diesel des véhicules roulants. En 2000, la norme tolérée était fixée à 635 milligrammes par kilomètre en conduite normalisée. L'objectif de l'Union Européenne est d'atteindre une émission de polluants inférieure à 100 milligrammes par kilomètre.
La norme est réactualisée chaque année à la baisse et depuis 2000, sa baisse est de 11,7 % par an.

1. **a.** Justifier que la norme tolérée était d'environ 561 milligrammes par kilomètre en 2001.

   b. Un véhicule émettait 500 milligrammes par kilomètre en 2002.

   Indiquer, en justifiant, s'il respectait ou non la norme tolérée cette année-là.

2. Dans le cadre d'une recherche, Louise veut déterminer à partir de quelle année l'Union Européenne atteindra son objectif.

   Louise a amorcé l'algorithme suivant :

Variables
n : un nombre entier naturel
p : un nombre réel
Initialisation
Affecter à n la valeur 0
Affecter à p la valeur 635
Traitement
Tant que .....
Affecter à n la valeur $n+1$
Affecter à p la valeur $0,883 \times p$
Fin Tant que
Sortie
Afficher .....

a. Expliquer l'instruction « Affecter à p la valeur $0,883 \times p$ ».

b. Deux lignes de l'algorithme comportent des pointillés. Recopier ces lignes et les compléter afin de permettre à Louise de déterminer l'année recherchée.

3. Pour tout entier naturel n, on note u_n la norme tolérée, exprimée en milligrammes l'année $(2000+n)$. On a ainsi $u_0 = 635$.

a. Établir que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

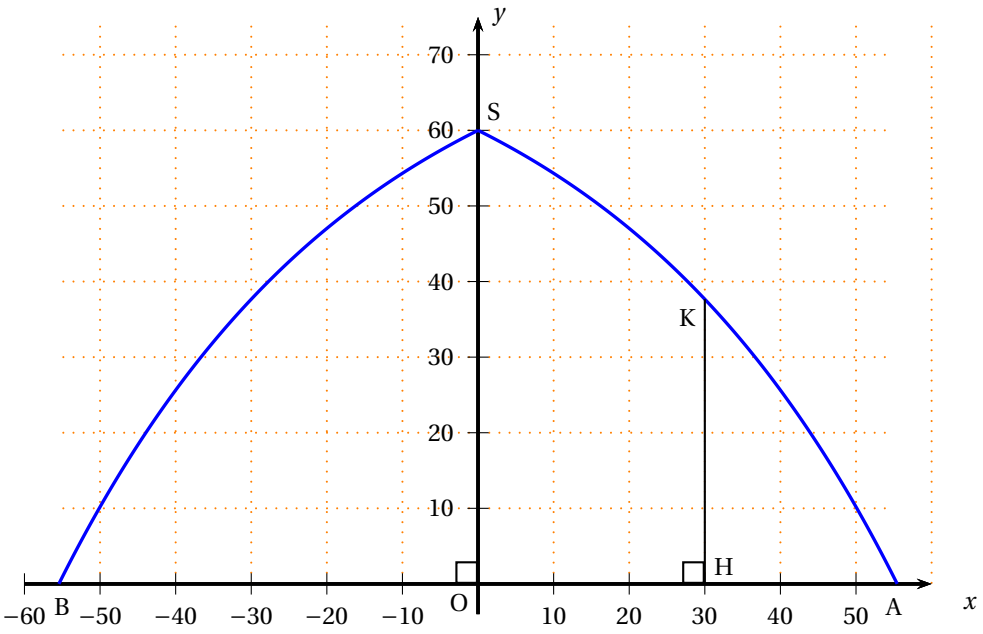
b. Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.

4. Déterminer à partir de quelle année l'Union Européenne atteindra son objectif.

*

EXERCICE 4 **6 points**

Un architecte veut établir les plans d'un hangar pour ballon dirigeable.
La forme de la façade avant de ce hangar et les points O, A, B, S, H et K sont donnés sur le schéma ci-dessous.



Cette façade avant est symétrique par rapport au segment vertical [OS] et OH = 30 m.

L'arc $\overset{\frown}{SA}$ de la façade avant correspond à une partie de la représentation graphique d'une fonction définie sur l'intervalle [0 ; 60], dans un repère orthonormal direct d'origine O du plan, l'unité étant le mètre.
Le cahier des charges impose les quatre conditions suivantes :

- OS = 60 ;
- HK > 35 ;
- la fonction évoquée ci-dessus doit être strictement décroissante sur l'intervalle [0 ; 60] ;
- OA $\leqslant$ 60.

Partie A - Étude d'une fonction numérique

1. Vérifier que la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 60] par

$$f(x) = 80 - 20\mathrm{e}^{0,025x}$$

vérifie les trois premières conditions du cahier des charges.

2. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, la valeur décimale approchée à 10^{-1} près par excès du réel a qui vérifie $f(a) = 0$.
Vérifier que la quatrième condition du cahier des charges est remplie.

Partie B - Calcul d'intégrale et application

1. **a.** La fonction F est définie sur l'intervalle [0 ; 60] par

$$F(x) = 80x - 800\mathrm{e}^{0,025x}.$$

Vérifier que la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 60].

b. Calculer la valeur exacte de l'intégrale

$$J = \int_0^{55,5} f(x)\,\mathrm{d}x$$

c. Donner la valeur approchée, arrondie à 10^{-2} près de J.

2. On souhaite peindre la surface extérieure de la façade avant.

a. Déterminer à 10^{-2} près l'aire de cette surface exprimée en m^2.

b. La peinture utilisée pour peindre la surface extérieure de la façade avant est vendue en bidons de 68 litres. Sachant que cette peinture a une propriété de recouvrement de 0,2 mètre carré par litre, combien de bidons sont nécessaires pour peindre la surface extérieure de la façade avant ?

*

Baccalauréat STI 2D/STL
Nouvelle-Calédonie 18 novembre 2013

EXERCICE 1 **5 points**

La suite (u_n) est définie pour tout entier naturel n par

$$u_{n+1} = 0,4u_n + 3 \quad \text{et} \quad u_0 = -1.$$

PARTIE A :

1. À l'aide d'un tableur, on a calculé les 11 premières valeurs de u_n.
On obtient les résultats suivants :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Valeur de n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Valeur de u_n	−1	2,6	4,04	4,616	4,8464	4,9386	4,9754	4,9902	4,9961	4,9984	4,9994

Parmi les quatre formules ci-dessous, laquelle a-t-on entrée dans la cellule C2 pour obtenir par copie vers la droite les valeurs affichées dans les cellules D2 à L2 (on indiquera la réponse sur la copie sans justification) ?

a. $=0,4^n+3$ **b.** $=\text{B2}*0,4+3$ **c.** $=\text{B2}*0,4+3$ **d.** $=0,4\text{^C1}+3$

2. Quelle conjecture peut-on faire sur la limite de la suite (u_n) ?

3. On considère l'algorithme suivant :

Variables :	p et n sont des entiers naturels, u est un nombre réel
Entrée :	saisir la valeur de p
Initialisation :	n prend la valeur 0, u prend la valeur -1
Traitement :	tant que $\lvert u-5\rvert > 10^{-p}$
	n prend la valeur $n+1$
	u prend la valeur $0,4u+3$
	fin tant que
Sortie :	afficher la valeur de n

À l'aide du tableau de la question 1, donner la valeur affichée par cet algorithme lorsque $p = 2$.

PARTIE B :

On étudie maintenant la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = 6 \times (0,4)^n$.

1. Donner la nature de la suite (v_n) et ses éléments caractéristiques.

2. Déterminer la limite de (v_n) quand n tend vers $+\infty$.

3. On admet que pour tout entier naturel n : $u_n = 5 - v_n$. Déterminer la limite de (u_n).

4. **a.** Déterminer en fonction de n la somme $v_0 + v_1 + \ldots + v_n$.

b. En déduire en fonction de n la somme $u_0 + u_1 + \ldots + u_n$.

*

EXERCICE 2 **3 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, une seule réponse est correcte.

$\mathbb{R}$ *désigne l'ensemble des nombres réels.*
Toute bonne réponse rapporte 0,5 *point. Une réponse erronée ou l'absence de réponse n'enlève ni ne rapporte aucun point. Aucune justification n'est demandée.*
Le candidat notera le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie sur sa copie.

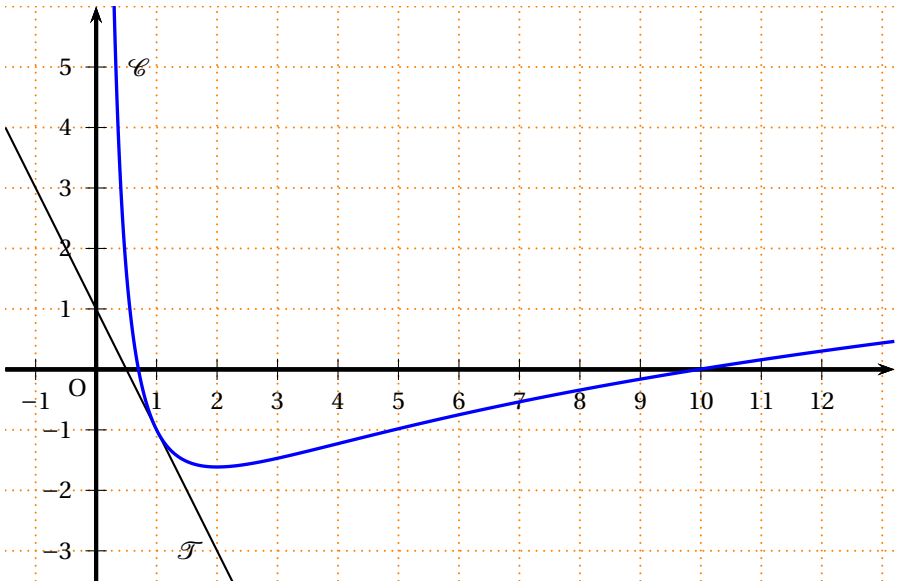
		Réponse a	Réponse b	Réponse c
1	Soit $z = -\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$. Alors son module est :	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	2
2	Soit $z = -\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$. Alors un argument est :	$\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{3\pi}{4}$
3	f est définie par : $f(t) = 3\cos\left(5t - \frac{\pi}{2}\right)$ f est solution de :	$y' + 3y = 0$	$y'' + 25y = 0$	$y'' - 5y = 0$
4	Les solutions de l'équation $y' - 2y = 0$ sont les fonctions du type :	$x \longmapsto ke^{2x}$ avec $k \in \mathbb{R}$	$x \longmapsto ke^{-2x}$ avec $k \in \mathbb{R}$	$x \longmapsto ke^{2x} + k$ avec $k \in \mathbb{R}$
5	La solution de l'équation $\ln(x+1) = 3$ est :	$\{1 - e^3\}$	$\{1 + e^3\}$	$\{e^3 - 1\}$
6	L'ensemble des solutions de l'inéquation $2^x - 3 \leqslant 5$ est :	$]-\infty\,;\,\ln 8]$	$]-\infty\,;\,3]$	$]-\ln 3\,;\,\ln 5]$

*

EXERCICE 3 **7 points**

PARTIE A :

f est une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
f' désigne la fonction dérivée de f.



$\mathscr{C}$ est la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormal.
$\mathscr{T}$ est la tangente à $\mathscr{C}$ au point de coordonnées $(1\,;\,-1)$.
$\mathscr{T}$ passe par le point de coordonnées $(0\,;1)$.

1. **a.** Par lecture graphique, déterminer $f(1)$.
   b. Déterminer $f'(1)$.
   c. Donner une équation de $\mathscr{T}$.
2. On sait que $f(x)$ est de la forme $f(x) = 2\ln x + \dfrac{a}{x} + b$ où a et b sont des nombres réels.
   a. Calculer $f'(x)$.
   b. Déterminer alors les valeurs de a et b.

PARTIE B :

Soit la fonction f définie et dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = 2\ln x + \frac{4}{x} - 5.$$

1. **a.** Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
   b. On admet que $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = +\infty$. Que peut-on en déduire graphiquement ?
2. **a.** Pour tout nombre réel x appartenant à $]0\,;\,+\infty[$, vérifier que
   $$f'(x) = \frac{2x-4}{x^2}.$$
   b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $]0\,;\,+\infty[$.
3. Établir le tableau de variations de f sur $]0\,;\,+\infty[$.
4. En précisant votre démarche, donner le nombre de solution(s) de l'équation $f(x) = 0$, pour x appartenant à $]0\,;\,+\infty[$.
5. **a.** Donner le signe de $f(x)$ pour x appartenant à $[1\,;3]$.

b. On admet que la fonction F définie pour x appartenant à $]0\,;\,+\infty[$ par

$$F(x) = (2x+4)\ln x - 7x$$

est une primitive de f.

Déterminer l'aire $\mathscr{A}$ du domaine limité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 3$ en unités d'aires.

On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près de $\mathscr{A}$.

*

EXERCICE 4 **5 points**

Une entreprise fabrique en grande quantité des médailles circulaires en argent. Un contrôle de qualité consiste à vérifier que le diamètre et l'épaisseur (exprimés en millimètres) sont conformes afin de les ranger dans un étui spécifique.
Dans cet exercice, les valeurs approchées seront arrondies à 10^{-3} près.

PARTIE A :

On suppose dans cette partie que la probabilité pour qu'une pièce prélevée au hasard soit conforme est égale à $0,9$.
Soit X la variable aléatoire, qui à tout échantillon de 10 pièces associe le nombre de pièces conformes.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.
2. Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ et l'écart type $\sigma(X)$ de la variable aléatoire X.
3. Calculer la probabilité que dans un échantillon de 10 pièces, au moins 8 pièces soient conformes.

PARTIE B :

Les pièces sont fabriquées par une machine automatique. Soit M la variable aléatoire qui à chaque pièce prélevée au hasard associe son diamètre.
On suppose que M suit la loi normale d'espérance 80 et d'écart type $0,6$.

1. Déterminer la probabilité $P(79 \leqslant M \leqslant 81)$.
2. Quelle est la probabilité que le diamètre d'une pièce prélevée au hasard soit supérieur à 80 ?

PARTIE C :

On s'intéresse dans cette partie à l'épaisseur des médailles.
On fait l'hypothèse que le réglage de la machine est tel que 5 % des médailles fabriquées ont une épaisseur non conforme.

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % de la fréquence des médailles non conformes obtenues dans un échantillon de 300 médailles.
2. On prélève un échantillon de 300 médailles.

   On constate que dans cet échantillon, 24 médailles ont une épaisseur non conforme.

   Doit-on réviser le réglage de la machine ?

*

Baccalauréat STI 2D/STL
Nouvelle-Calédonie 7 mars 2014

EXERCICE 1 **4 points**

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.
On considère les nombres complexes z_1, z_2 et z_3 définis par :

$$z_1 = 1 + \mathrm{i}\sqrt{3}, \quad z_2 = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{4}} \quad \text{et} \quad z_3 = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{12}}.$$

1. Déterminer l'écriture exponentielle de z_1.
2. Déterminer l'écriture algébrique de z_2.
3. Démontrer que $z_1 \times z_2 = 2z_3$.
4. En déduire l'écriture algébrique de z_3.
5. En déduire que $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$.

*

EXERCICE 2 **4 points**

Un groupe agricole vend des sachets de graines donnant des plantes résistantes aux maladies. Le directeur de ce groupe affirme que 92 % des sachets sont efficaces et donnent des plantes résistantes. Dans cet exercice, les valeurs approchées seront arrondies à 10^{-2} près.

1. On prélève au hasard un échantillon de 100 sachets.
   - **a.** Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % de la fréquence de sachets efficaces sur un échantillon de taille 100.
   - **b.** Dans le prélèvement de 100 sachets, 88 donnent des plantes résistantes. Peut-on rejeter l'hypothèse du directeur ?
2. On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 100 sachets, associe le nombre de sachets donnant des plantes résistantes. On admet que la variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0,92$.
   - **a.** Déterminer l'espérance et l'écart type de X (arrondi à $0,01$ près).
   - **b.** La variable aléatoire X peut être approchée par la variable aléatoire Y qui suit la loi normale d'espérance 92 et d'écart type $2,7$.
     En utilisant la variable aléatoire Y, calculer la probabilité que le nombre de sachets donnant des plantes résistantes soit compris entre 89 et 94, c'est-à-dire calculer $P(89 \leqslant Y \leqslant 94)$.

*

EXERCICE 3 **5 points**

L'iode 131 est un produit radioactif utilisé en médecine. II peut cependant être dangereux lorsqu'on le reçoit en grande quantité.
On considère un échantillon d'une population de noyaux d'iode 131 comportant 10^6 noyaux au début de l'observation. On considère que le nombre de noyaux diminue chaque jour de 8,3 %.
On note u_n le nombre de noyaux de cet échantillon au bout de n jours. On a donc $u_0 = 10^6$.

1. Calculer u_1 puis u_2.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. En déduire la nature de la suite (u_n).

3. Exprimer u_n en fonction de n.

4. Déterminer à partir de combien de jours la population de noyaux aura diminué au moins de moitié.

Cette durée s'appelle la demi-vie de l'iode 131.

5. On considère l'algorithme suivant :

1	**Variables :**	n et u sont des nombres
2	**Initialisation :**	Affecter la valeur 0 à n
3		Affecter la valeur 10^6 à u
4	**Traitement :**	Tant que $u > \dfrac{10^6}{2}$
5		n prend la valeur $n+1$
6		u prend la valeur $u \times 0,917$
7		Fin tant que
8	**Sortie :**	Afficher n

a. À quoi correspond la valeur n en sortie de cet algorithme ?

b. Si on programme cet algorithme, quel résultat affiche-t-il ?

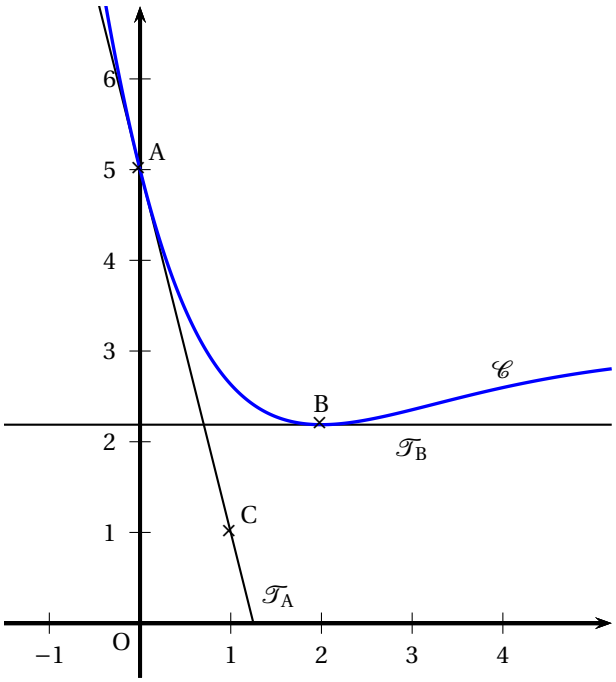
c. Pour le Césium 137, le nombre de noyaux diminue chaque année de 2,3 %.
Quelles modifications faut-il apporter à l'algorithme précédent pour trouver la demi-vie du césium 137 sachant que la population au départ est de 10^8 noyaux ?

*

EXERCICE 4 **7 points**

Dans tout l'exercice, on désigne par $\mathbb{R}$ l'ensemble des nombres réels.

On donne ci-dessous une petite partie de la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, dans un repère orthonormé du plan.
On note f' la fonction dérivée de f.
La courbe $\mathscr{C}$ passe par le point A (0 ; 5) et par le point B d' abscisse 2.
La tangente $\mathscr{T}_A$ à la courbe au point A passe par le point C(1 ; 1) et la tangente $\mathscr{T}_B$ au point B est horizontale.



PARTIE A :

Dans ce questionnaire à choix multiples, aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, une seule des réponses proposées est correcte.
Une bonne réponse rapporte 0,5 *point.*
Une mauvaise réponse ou l'absence de réponses n'enlève ni ne rapporte aucun point.
On notera sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

1. La valeur de $f(0)$ est :

a. -4 **b.** 4 **c.** 1,2 **d.** autre réponse

2. La valeur de $f'(0)$ est :

a. -4 **b.** 4 **c.** 1,2 **d.** autre réponse

3. La valeur de $f'(2)$ est :

a. 0 **b.** 2,1 **c.** 3 **d.** autre réponse

4. Un encadrement de $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ par des entiers naturels est :

a. $3 \leqslant \displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 4$ **b.** $5 \leqslant \displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 7$ **c.** $2 \leqslant \displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 5$ **d.** $0 \leqslant \displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 2$

PARTIE B

La fonction f représentée dans la PARTIE A est définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \left(-x^2 - 2x + 2\right)\mathrm{e}^{-x} + 3.$$

1. On admet que la limite de la fonction f en $+\infty$ est 3. Déterminer la limite de f en $-\infty$.
2. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f et on admet que pour tout nombre réel x appartenant à $\mathbb{R}$, $f'(x) = \left(x^2 - 4\right)\mathrm{e}^{-x}$.
   a. Étudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x.
   b. En déduire le tableau de variation de la fonction f.
3. On considère la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par

$$F(x) = \left(x^2 + 4x + 2\right)\mathrm{e}^{-x} + 3x.$$

   Vérifier que la fonction F est une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
4. On considère le domaine $\mathscr{D}$ du plan limité par la courbe $\mathscr{C}$ l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$.
   a. Calculer la valeur exacte de l'aire $\mathscr{A}$, exprimée en unités d'aire, du domaine $\mathscr{D}$.
   b. Donner une valeur approchée de $\mathscr{A}$ au centième.

*

Baccalauréat Polynesie 16 juin 2014
STI2D–STL spécialitéSPCL

EXERCICE 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie la réponse choisie

Dans les questions 1. et 2., on considère le complexe $z = -2\mathrm{e}^{-2\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$.

1. Le complexe z^3 est égal à :

a. 8 **b.** -8 **c.** $8\mathrm{i}$ **d.** $-8\mathrm{i}$

2. Un argument de z est

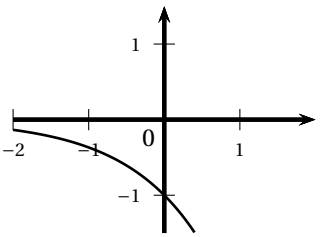
a. $-\dfrac{2\pi}{3}$ **b.** $\dfrac{2\pi}{3}$ **c.** $-\dfrac{\pi}{3}$ **d.** $\dfrac{\pi}{3}$

3. On considère l'équation différentielle $y' - 3y = 2$, où y désigne une fonction dérivable sur l'ensemble des réels.
Une solution f de cette équation est la fonction de la variable x vérifiant pour tout réel x :

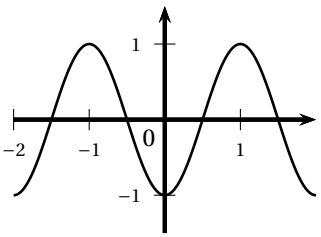
a. $f(x) = 2\mathrm{e}^{-3x}$ **b.** $f(x) = \mathrm{e}^{3x} + \dfrac{2}{3}$ **c.** $f(x) = \mathrm{e}^{\frac{2}{3}x}$ **d.** $f(x) = \mathrm{e}^{3x} - \dfrac{2}{3}$

4. La solution f de l'équation différentielle $y'' + 4\pi^2 y = 0$ qui vérifie $f(0) = -1$ et $f'(0) = 0$ admet comme représentation graphique :

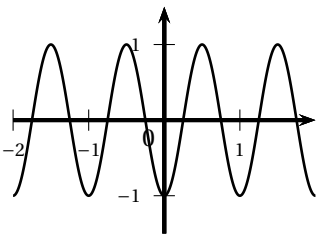
a.



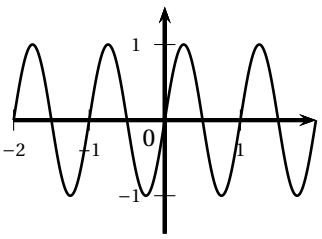
b.



c.



d.



*

EXERCICE 2 **4 points**

« *En 2009, les Français ont en moyenne produit* 374 *kg de déchets ménagers par habitant.* »

Source Ademe

Le maire d'une commune de 53 700 habitants constata avec déception que ses administrés avaient produit 23 000 tonnes de déchets en 2009, Il décida alors de mettre en place une nouvelle campagne de sensibilisation au recyclage des papiers, plastiques, verres et métaux.
Cela permit à la ville d'atteindre 400 kg de déchets ménagers en moyenne par habitant en 2011 et d'espérer réduire ensuite cette production de 1,5 % par an pendant 5 ans.

1. Justifier la déception du maire en 2009.
2. On note $d_0 = 400$. Pour tout nombre entier naturel non nul n, on note d_n la quantité (en kg) de déchets ménagers produite par habitant de cette ville durant l'année $2011 + n$.
   a. Montrer que $d_1 = 0,985 d_0$.
   b. Déterminer la nature de la suite (d_n). Exprimer d_n en fonction de n puis calculer la limite de la suite (d_n).
   c. Quelle devrait être, à ce rythme là, la production en kilogrammes de déchets ménagers par habitant dans cette ville en 2014 ?
3. On considère l'algorithme suivant :

Les variables sont l'entier naturel N et le réel d.	
Initialisation :	Affecter à N la valeur 0
	Affecter à d la valeur 400
Traitement :	Tant que $d > 374$
	Affecter à N la valeur $N+1$
	Affecter à d la valeur $0,985d$
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher N

   Donner la valeur affichée pour N et interpréter ce résultat.

*

EXERCICE 3 **5 points**

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante. Les résultats seront arrondis à 10^{-3} près
Une entreprise produit en grande quantité des emballages alimentaires de forme cubique en polypropylène.

Elle utilise pour cela la technique du thermoformage, qui consiste à chauffer une plaque de plastique puis à la former à l'aide d'un moule. Lors du refroidissement, la pièce rétrécit légèrement mais conserve la forme du moule.
L'objectif de cet exercice est d'analyser la qualité d'une production de boîtes cubiques.

A. Loi normale

Une boîte est jugée conforme lorsque la mesure de son arête, exprimée en millimètres, appartient à l'intervalle [16,7 ; 17,3].
La mesure de l'arête d'une boîte est modélisée par une variable aléatoire C qui suit la loi normale d'espérance 17 et d'écart type 0,14.

1. Calculer $P(16,7 \leqslant C \leqslant 17,3)$.
2. Déterminer la probabilité qu'une boîte prélevée au hasard dans la production soit non conforme.

B. Loi binomiale

L'entreprise conditionne ces boîtes par lots de 200. On prélève au hasard une boîte dans la production.
On note p la probabilité de l'évènement : « la boîte prélevée au hasard dans la production est non conforme ».

On prélève au hasard 200 boîtes dans la production. La production est assez importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise.
On considère la variable aléatoire X qui, à un lot de 200 boîtes, associe le nombre de boîtes non conformes qu'il contient. On admet que X suit une loi binomiale de paramètres 200 et p, et, qu'en moyenne chaque lot de 200 boîtes en contient 6 non conformes.

1. Justifier que $p = 0,03$.
2. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins deux boîtes non conformes dans ce lot de 200 boîtes.

C. Intervalle de fluctuation

On rappelle que, pour une proportion p connue dans une production, l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % d'une fréquence calculée sur un échantillon de taille n est :

$$I = \left[p - 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \; ; \; p + 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right.$$

Dans le cadre d'un fonctionnement correct du thermoformage, on admet que la proportion p de boîtes non conformes dans la production est 3 %.

1. Déterminer les bornes de l'intervalle I pour un échantillon de taille 200.
2. On contrôle le bon fonctionnement du thermoformage en prélevant au hasard dans la production des échantillons de 200 boîtes. Au cours de l'un de ces contrôles, un technicien a compté 10 boîtes non conformes.

   Doit-il prendre la décision d'effectuer des réglages sur la thermoformeuse ? Justifier la réponse.

*

EXERCICE 4 **7 points**

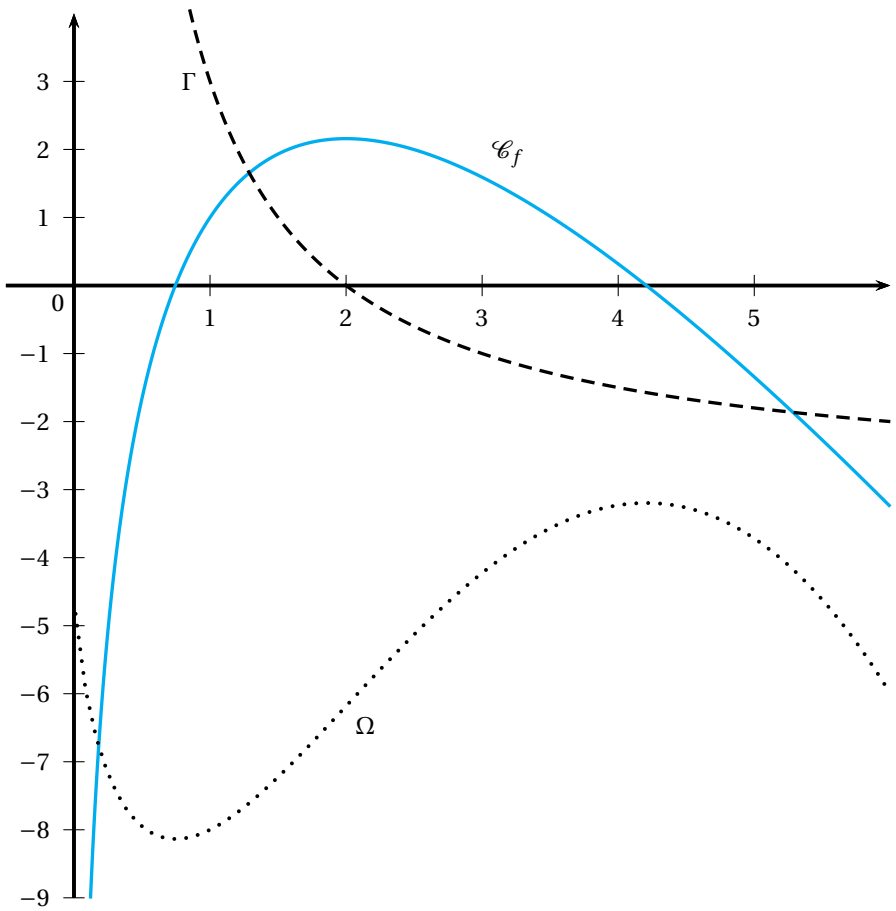
Soit f la fonction définie sur $]0 \; ; \; +\infty[$ par :

$$f(x) = 6\ln x + ax + b$$

où a et b sont des constantes réelles,
On appelle $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
Le point A(1 ; 1) appartient à $\mathscr{C}_f$.
$\mathscr{C}_f$ admet une tangente horizontale en son point d'abscisse 2.

PARTIE A

Sur le graphique ci-dessous, on a tracé $\mathscr{C}_f$ (trait plein) ainsi que les courbes Γ et Ω.
L'une de ces deux courbes est la représentation graphique de la fonction dérivée f' de f et l'autre représente une primitive F de f.



1. Indiquer laquelle des deux courbes est la représentation graphique de F.
2. Par lecture graphique, déterminer $f(1)$ et $f'(2)$.
3. Donner l'expression de $f'(x)$ en fonction de x et de a.
4. À l'aide des résultats précédents, montrer que pour tout x de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$,

$$f(x) = 6\ln x - 3x + 4.$$

PARTIE B

Dans cette partie, on pourra vérifier la cohérence des résultats obtenus avec la courbe $\mathscr{C}_f$ fournie dans la partie A.

1. Calculer la limite de la fonction f lorsque x tend vers 0. Interpréter graphiquement cette limite.
2. Montrer que pour tout x de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{3}{x}(2-x)$.
3. Étudier le signe de $f'(x)$ puis donner les variations de la fonction f.
4. En déduire que la fonction f admet un extremum dont on calculera la valeur exacte.

PARTIE C

Soit H la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$H(x) = 6x\ln x - \frac{3}{2}x^2 - 2x.$$

1. Montrer que H est une primitive de f sur $]0\,;\,+\infty[$.

2. Calculer la valeur exacte de $I = \displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} f(x)\,\mathrm{d}x$.

3. Donner une interprétation graphique du nombre I.

4. **a.** À l'aide du graphique, donner la valeur de $F(1)$.

b. En déduire une expression de $F(x)$ pour tout x dans l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

*

Baccalauréat STI 2D/STL spécialité SPCL
Antilles-Guyane 19 juin 2014

EXERCICE 1 **5 points** Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante choisie.

1. Soit x un réel quelconque, e^{-4x} est égal à : **a.** $\mathrm{e}^{x}\times\mathrm{e}^{-4}$ **b.** $-\mathrm{e}^{4x}$ **c.** $x\times\mathrm{e}^{-4}$ **d.** $\dfrac{1}{\mathrm{e}^{4x}}$

2. L'intégrale $\displaystyle\int_{\ln 2}^{\ln 3}\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$ est égale à : **a.** 5 **b.** 10 **c.** 2,5 **d.** 1

3. (u_n) est la suite géométrique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison 0,98.
(v_n) est la suite géométrique de premier terme $v_0 = 2,8$ et de raison 1,02.
Le plus petit entier n vérifiant $u_n \leqslant v_n$ est :

a. 14 **b.** 15 **c.** 16 **d.** 17

4. (u_n) est la suite géométrique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $\dfrac{5}{3}$.
On donne l'algorithme suivant :

Variables	n, u
Initialisation	u prend la valeur 1
	n prend la valeur 0
Traitement	Tant que $u < 1\,000$
	n prend la valeur $n+1$
	u prend la valeur $u\times\dfrac{5}{3}$
	Fin tant que
Sortie	Afficher n

Cet algorithme affiche en sortie :

a. la valeur de $u_{1\,001}$
b. la plus grande valeur de n vérifiant $u_n < 1\,000$
c. la plus petite valeur de n vérifiant $u_n \geqslant 1\,000$
d. la plus petite valeur de u_n vérifiant $u_n \geqslant 1\,000$

5. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2\cos\left(\dfrac{4}{3}x - \dfrac{\pi}{6}\right)$.
La fonction f est une solution de l'équation différentielle :

a. $y'' + y = 0$ **b.** $16y'' - 9y = 0$ **c.** $9y'' + 16y = 0$ **d.** $9y'' - 16y = 0$

*

EXERCICE 2 **4 points**

Dans cet exercice, on s'intéresse à deux types A et B de téléviseurs à écran plat.
Les réponses aux questions 1. a., 1. b. et 1. c. seront arrondies au centième.

1. La durée de fonctionnement, exprimée en heures, d'un téléviseur du type A, avant que survienne la première panne, est modélisée par une variable aléatoire X suivant la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 2 \times 10^{-5}$.
   a. Calculer la probabilité que la première panne survienne avant la 32 000e heure de fonctionnement.
   b. On s'intéresse à un téléviseur de type A fonctionnant chaque jour pendant 4 heures. Calculer la probabilité que la première panne d'écran ne survienne pas avant 10 ans.
   On prendra 1 *année* = 365 *jours*.
   c. Calculer la probabilité que la première panne survienne après 10 000 heures et avant 40 000 heures de fonctionnement.
   d. Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X et en donner une interprétation.
2. La durée de fonctionnement avant la première panne d'un téléviseur de type B est modélisée par une variable aléatoire Y suivant la loi exponentielle de paramètre λ'.
   Une étude statistique a permis d'évaluer $P(Y \leqslant 32\,000) = 0,8$.
   Calculer la valeur arrondie à 10^{-5} de λ'.

*

EXERCICE 3 **5 points**

Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$ d'unités 5 cm.

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

Soit z le nombre complexe de module 2 et d'argument $\dfrac{\pi}{3}$, $\overline{z}$ est le nombre complexe conjugué de z.

PARTIE A

1. Donner les écritures algébriques de z, de $\overline{z}$ et de $\dfrac{1}{2}\overline{z}$.
2. On considère le nombre complexe $p = \dfrac{2+\overline{z}}{2-\overline{z}}$.
   a. Montrer que $p = -\mathrm{i}\sqrt{3}$.
   b. Les points M, N et P sont les points d'affixes respectives 1, $\dfrac{1}{2}\overline{z}$ et p. Placer ces trois points dans le repère. Justifier l'alignement de ces trois points.

PARTIE B

Soit u le nombre complexe défini par $u = \dfrac{1}{2}z$.

1. Écrire u sous la forme exponentielle.
2. a. Donner l'écriture exponentielle puis l'écriture algébrique de u^3.
   b. Vérifier les relations suivantes : $u^4 = -u$ et $u^5 = -u^2$.
   c. Vérifier que $1 + u + u^2 + u^3 + u^4 + u^5 + u^6 = 1$.

* **EXERCICE 4** **6 points**

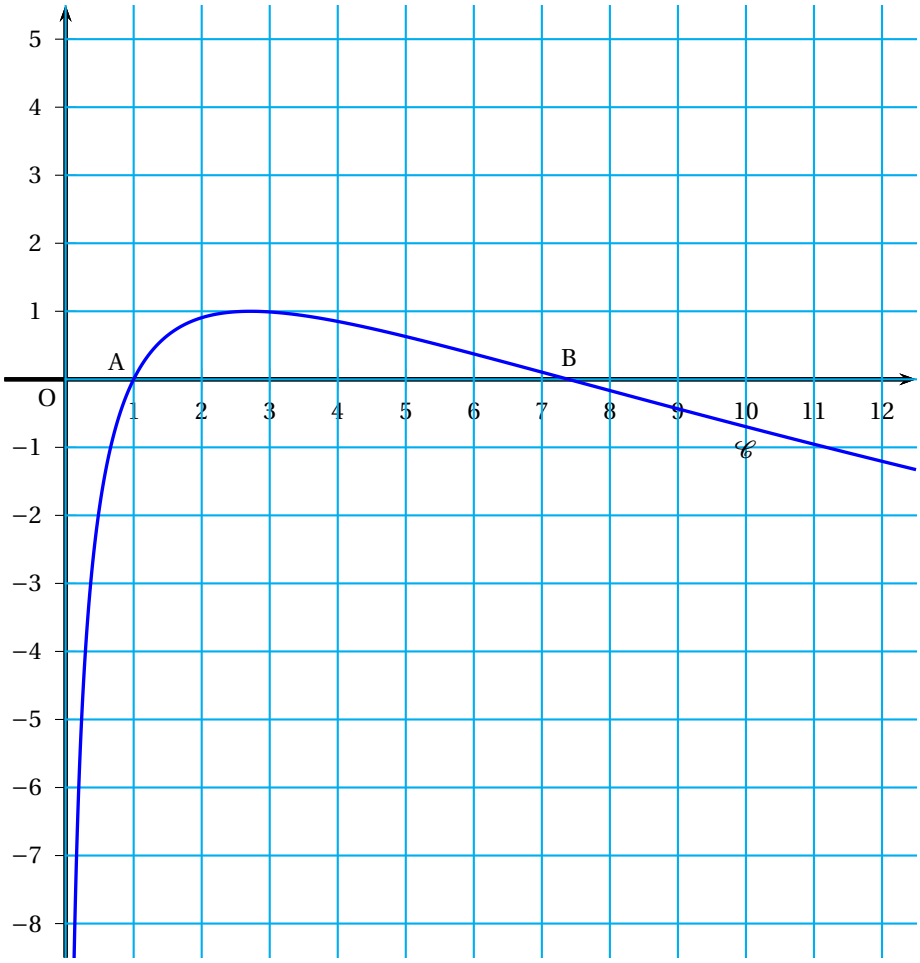
On note f la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = (2 - \ln x)\ln x.$$

Sa courbe représentative $\mathscr{C}_f$ dans un repère orthonormal est donnée sur la feuille **ANNEXE**.

1. Lire sur le graphique la limite de la fonction f en 0. Retrouver ce résultat à l'aide de l'expression de $f(x)$.
2. Montrer que la fonction dérivée de f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ est définie par $f'(x) = \dfrac{2(1-\ln x)}{x}$.
3. Étudier le signe de $f'(x)$ lorsque x est dans l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ puis donner les variations de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
4. **a.** On appelle A et B les points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses (Voir le graphique). Calculer les abscisses des points A et B.
   b. Calculer le coefficient directeur de la tangente $\mathscr{T}$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A. Tracer la droite $\mathscr{T}$ sur le graphique donné en annexe.
5. Montrer que la fonction F définie par
   $$F(x) = -x(\ln x)^2 + 4x\ln x - 4x$$
   est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
6. On note $\mathscr{D}$ le domaine du plan limité par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = \mathrm{e}^2$.
   a. Hachurer sur le graphique donné en annexe le domaine $\mathscr{D}$.
   b. Calculer l'aire du domaine $\mathscr{D}$.

ANNEXE à remettre avec la copie



*

∽ Baccalauréat STI 2D/STL spécialité SPCL ∾
Métropole 19 juin 2014

EXERCICE 1 **4 points**

Une chocolaterie industrielle fabrique des tablettes de chocolat de 200 grammes. Une machine qui fabrique les tablettes est préréglée afin de respecter cette masse de 200 grammes.
Lors de la fabrication, toutes les tablettes de chocolat sont pesées et celles dont la masse est inférieure à 195 grammes sont rejetées. L'entreprise ne les commercialisera pas sous cette forme.

1. On désigne par X la variable aléatoire qui, à une tablette de chocolat prélevée au hasard dans la production, associe sa masse en grammes. On admet que X suit la loi normale d'espérance 200 et d'écart type 2,86.
   Les résultats seront arrondis à 10^{-4}.

   a. Déterminer la probabilité de l'évènement « $195 \leqslant X \leqslant 205$ ».

   b. Déterminer la probabilité qu'une tablette de chocolat prise au hasard dans la production ne soit pas rejetée après pesée.

2. Une étude statistique a établi que, si la machine est bien réglée, la proportion de tablettes de chocolat rejetées est de 4 %.
   Afin de vérifier le réglage de la machine, le responsable qualité prélève de manière aléatoire un échantillon de 150 tablettes et observe que 10 tablettes sont rejetées.
   Cette observation remet-elle en cause le réglage de la machine ? (On pourra utiliser un intervalle de fluctuation.)

*

EXERCICE 2 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

On considère les deux nombres complexes $z = 2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$ et $z' = 2\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$.

1. La forme algébrique de z est égale à :
   a. $z = -1 + \mathrm{i}\sqrt{3}$
   b. $z = 1 + \mathrm{i}\sqrt{3}$
   c. $z = 2 + \mathrm{i}\sqrt{3}$
   d. $z = \sqrt{3} - \mathrm{i}$
2. Le nombre complexe z' est le nombre complexe :
   a. opposé de z
   b. inverse de z
   c. conjugué de z
   d. opposé du conjugué de z
3. Le nombre complexe $z \times z'$:
   a. est un nombre réel

b. est un nombre imaginaire pur

c. a pour module 2

d. est un nombre complexe dont un argument est $\frac{4\pi}{3}$

4. Un argument du nombre complexe z'' tel que $z \times z'' = \text{i}$ est :

a. $\frac{\pi}{3}$

b. $\frac{5\pi}{6}$

c. $\frac{\pi}{6}$

d. $-\frac{\pi}{6}$

*

EXERCICE 3 **6 points**

Dans cet exercice, la température est exprimée en degrés Celsius (°C) et le temps t est exprimé en heures.
Une entreprise congèle des ailerons de poulet dans un tunnel de congélation avant de les conditionner en sachets. À l'instant $t = 0$, les ailerons, à une température de 5 °C, sont placés dans le tunnel. Pour pouvoir respecter la chaîne du froid, le cahier des charges impose que les ailerons aient une température inférieure ou égale à -24 °C.

PARTIE A

La température des ailerons dans le tunnel de congélation est modélisée en fonction du temps t par la fonction f définie sur l'intervalle $[0, +\infty[$ par $f(t) = 35\text{e}^{-1,6t} - 30$.

1. Déterminer la température atteinte par les ailerons au bout de 30 minutes, soit 0,5 h.

2. Étudier le sens de variation de la fonction f.

3. Si les ailerons de poulet sont laissés une heure et demie dans le tunnel de congélation, la température des ailerons sera-t-elle conforme au cahier des charges ?

4. Résoudre par le calcul l'équation $f(t) = -24$ et interpréter le résultat trouvé.

PARTIE B

Pour moderniser son matériel, l'entreprise a investi dans un nouveau tunnel de congélation.
La température des ailerons dans ce nouveau tunnel est modélisée, en fonction du temps, par une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $[0, +\infty[$, qui est solution de l'équation différentielle $y' + 1,5y = -52,5$

1. Résoudre l'équation différentielle $y' + 1,5y = -52,5$.

2. **a.** Justifier que $g(0) = 5$.

b. Vérifier que la fonction g est définie par $g(t) = 40\text{e}^{-1,5t} - 35$.

3. Ce nouveau tunnel permet-il une congélation plus rapide ?

*

EXERCICE 4 **6 points**

Au cours de son évolution, une tornade se déplace dans un corridor de quelques centaines de mètres de large sur quelques kilomètres de long.

DOCUMENT 1 :

L'échelle de Fujita est une échelle servant à classer les tornades par ordre de gravité, en fonction des dégâts qu'elles occasionnent. Une partie de cette échelle est présentée dans le tableau ci-dessous.

Catégorie	**Vitesse des vents en km.h^{-1}**	**Dégâts occasionnés**
F0	60 à 120	**Dégâts légers :** dégâts sur cheminées, arbres, fenêtres,…
F1	120 à 180	**Dégâts modérés :** automobiles renversées, arbres déracinés,…
F2	180 à 250	**Dégâts importants :** toits arrachés, hangars et dépendances démolis, …
F3	250 à 330	**Dégâts considérables :** murs extérieurs et toits projetés, maisons et bâtiments de métal effondrés, forêts abattues, …
F4	330 à 420	**Dégâts dévastateurs :** murs effondrés, objets en acier ou en béton projetés comme des missiles, …
F5	420 à 510	**Dégâts incroyables :** maisons rasées ou projetées sur de grandes distances, murs extérieurs et toits arrachés sur de gros bâtiments, …

DOCUMENT 2 :

À partir des mesures relevées lors d'observations de phénomènes semblables, des météorologues ont admis la règle suivante : « la vitesse des vents dans les tornades diminue régulièrement de 10 % toutes les 5 minutes ».
On appelle « durée de vie » d'une tornade le temps nécessaire, depuis sa formation, pour que la vitesse des vents devienne inférieure à 120 km.h^{-1}.

Lors de la formation d'une tornade, on a mesuré la vitesse des vents par un radar météorologique et on a trouvé une vitesse initiale de 420km.h^{-1}.
L'objectif de ce problème est d'estimer la durée de vie de cette tornade.
Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à 10$km.h^{-1}$.

1. **a.** Cinq minutes après la mesure initiale, la vitesse des vents est de 378km.h^{-1}.
   Vérifier que ce résultat correspond à la règle admise.
   À quelle catégorie appartient la tornade à ce moment là ?
   b. Vérifier que, quinze minutes après la mesure initiale, cette tornade occasionne des dégâts classés comme « dégâts considérables ».
2. Pour déterminer la durée de vie de cette tornade, un étudiant propose de modéliser le phénomène par une suite géométrique de raison q. Il commence à élaborer l'algorithme ci-dessous.

Variables
n : un nombre entier naturel
v : un nombre réel
q : un nombre réel
Initialisation
Affecter à n la valeur 0
Affecter à v la valeur 420
Affecter à q la valeur 0,9
Traitement
Tant que .....
.....
.....
Fin Tant que
Sortie
Afficher $5 \times n$

a. Justifier la valeur 0,9 dans la phrase « Affecter à q la valeur 0,9 ».

b. Donner le premier terme et la raison de la suite géométrique proposée par l'étudiant.

c. Dans l'algorithme ci-dessus, des pointillés indiquent des parties manquantes.
Recopier la partie relative au traitement et la compléter pour que l'étudiant puisse déterminer la durée de vie de cette tornade.

d. Expliquer l'instruction « Afficher $5 \times n$ » proposée par l'étudiant.

3. On désigne par (v_n) la suite géométrique proposée par l'étudiant.
Exprimer v_n en fonction de n.

4. Déterminer la durée de vie de cette tornade au sens défini dans le document 2.

*

Baccalauréat STI 2D/STL spécialité SPCL
Métropole 11 septembre 2014

EXERCICE 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

1. La forme exponentielle du nombre complexe $z_1 = \sqrt{6} + \mathrm{i}\sqrt{6}$ est :

a. $z_1 = 2\sqrt{3}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$

b. $z_1 = 2\sqrt{6}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$

c. $z_1 = 6\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$

d. $z_1 = \sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{7\pi}{4}}$

2. On considère les nombres complexes $z_1 = \sqrt{6} + \mathrm{i}\sqrt{6}$ et $z_2 = -\sqrt{6} + \mathrm{i}\sqrt{6}$.
Le nombre complexe z_2 est égal à :

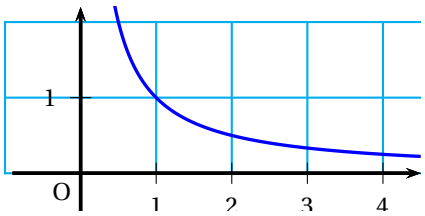
a. $\overline{z_1}$

b. $-z_1$

c. $-\overline{z_1}$

d. $\mathrm{i} + z_1$

3. La fonction f est définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1}{x}$.
Sa courbe représentative est donnée ci-dessous :



Le domaine du plan défini comme l'ensemble des points M de coordonnées $(x\,;\,y)$ qui vérifient $1 \leqslant x \leqslant 2$ et $\dfrac{1}{x} \leqslant y \leqslant 1$ a pour aire (exprimée en unité d'aire) :

a. $\ln 2$

b. $\dfrac{1}{2}$

c. $1 - \ln 2$

d. $1 - \mathrm{e}^2$

4. La tangente au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$ à la courbe représentative de la fonction f, définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1}{x}$, a pour équation :

a. $y = -4x + 4$

b. $y = 4x + 4$

c. $y = -4x - 4$

d. $y = 4x - 4$

*

EXERCICE 2 **5 points**

Une équipe aérospatiale se propose d'envoyer un satellite de 10 tonnes en orbite autour de la Terre par l'intermédiaire d'une fusée à un seul étage. Cette fusée a une masse à vide, c'est-à-dire sans carburant ni satellite, de 40 tonnes.
L'éjection des gaz permet à la fusée de décoller et de s'élever dans les airs jusqu'à la consommation totale du propergol, carburant contenu dans ses réservoirs. La vitesse d'éjection des gaz est $V_e = 3\,200$ m.s^{-1}.
La vitesse finale de la fusée vitesse atteinte lorsque les réservoirs sont vides, varie en fonction de la masse de propergol contenue au départ dans les réservoirs. Elle doit être de 8 000 m.s^{-1} pour permettre la mise en orbite souhaitée.
Le but de l'exercice est de déterminer la masse de propergol à mettre dans les réservoirs pour permettre cette mise en orbite du satellite.
On note x la masse, en tonnes, de propergol contenu au décollage dans les réservoirs de la fusée. La masse x est comprise entre 100 et 900 tonnes. La masse totale de la fusée est alors $(x+50)$ tonnes.
Il est établi que la vitesse finale de la fusée, $f(x)$, exprimée en m$\cdot$ s^{-1}, est donnée par

$$f(x) = V_e \times [\ln(x+50) - \ln 50]$$

où x est un réel de l'intervalle $[100\,;\,900]$.

1. Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[100\,;\,900]$, $f(x) = 3\,200 \times \ln(0,02x+1)$.

   On pourra choisir l'une ou l'autre des expressions de $f(x)$ pour répondre à chacune des questions suivantes.

2. **a.** Si les réservoirs contiennent au décollage 100 tonnes de propergol, quelle sera la vitesse finale de la fusée ?

   b. Avec 400 tonnes de propergol au décollage la mise en orbite sera-t-elle possible ?

3. **a.** Calculer la fonction dérivée f' de la fonction f.

   b. En déduire le sens de variation de la fonction f.

4. Déterminer la masse de propergol à mettre dans les réservoirs pour permettre la mise en orbite souhaitée.

*

EXERCICE 3 **7 points**

Chloé, âgée de 15 ans au 1er janvier 2014, réside dans une agglomération française. Pour anticiper le financement de son permis de conduire, elle décide de placer sur un produit d'épargne ses 600 euros d'économies à partir du 1er janvier 2014.

Information 1 : conditions de souscription du livret jeune

• Montant maximum de placement : 1 600 euros
• Taux d'intérêt annuel de 2,75 %
• Avoir entre 12 et 25 ans
• Résider en France
• Montant minimum à l'ouverture : 10 euros

Information 2 : coût moyen du permis de conduire

La loi impose un minimum de 20 heures de conduite avant de se présenter au permis.
Une enquête de la CLCV (Consommation, Logement et Cadre de Vie) publiée en août 2013 et menée auprès de 447 auto-écoles souligne que ce forfait de 20 heures est facturé du simple au double selon les régions.
Par ailleurs, même si le minimum imposé par la loi est de vingt heures de conduite, il en faut plutôt trente en moyenne.
Ainsi, en comptant les frais de dossier, il est préférable de prévoir un budget de 1 500 euros.

Partie A

1. Expliquer pourquoi Chloé remplit les conditions permettant de souscrire au livret jeune.
2. Aura-t-elle une somme suffisante disponible au 1er janvier 2017 pour passer son permis si elle choisit de souscrire au livret jeune ?

Partie B

Chloé aura besoin de 1 500 euros pour financer son permis. Ses parents lui conseillent de verser chaque mois sur le livret la somme supplémentaire de 25 euros, à partir du 1er février 2014. Ils lui expliquent que le taux annuel du livret jeune correspond à un taux mensuel de 0,226 %.

1. Ses parents lui présentent un extrait d'une page de tableur qui simule l'évolution d'épargne :

	A	B
1	01/01/2014	600,00 €
2	01/02/2014	626,36 €
3	01/03/2014	652,77 €
4	01/04/2014	679,25 €
5	01/05/2014	705,78 €
6	01/06/2014	732,38 €
7	...	...

   a. Justifier que, dans la feuille de calcul ci-dessus, la formule à saisir dans la cellule B2 est : $= 1{,}00226 \times B1 + 25$.

   b. Déterminer la somme qui serait disponible sur le livret au 1er juillet 2014.

2. Chloé veut déterminer au bout de combien de mois elle aurait l'argent nécessaire pour financer son permis en suivant le conseil de ses parents.

   Elle décide de noter u_n la somme, en euros, disponible le n-ième mois après l'ouverture du livret. Ainsi, u_0 vaut 600 euros.

   a. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

   b. Chloé décide d'écrire l'algorithme suivant :

Variables
n : un nombre entier naturel
u : un nombre réel
Initialisation
Affecter à n la valeur 0
Affecter à u la valeur 600
Traitement
Tant que ……
Affecter à n la valeur $n+1$
Affecter à u la valeur ……
Fin Tant que
Sortie
Afficher …

Trois lignes de l'algorithme comportent des pointillés. Recopier ces lignes et les compléter pour que Chloé puisse déterminer le nombre de mois cherché.

c. Au bout de combien de mois Chloé aura-t-elle l'argent nécessaire pour financer son permis si elle suit les conseils de ses parents ?

*

EXERCICE 4 **4 points**

Une entreprise de transport dispose d'un nombre important de camions. On admet que la distance quotidienne parcourue par chaque camion, exprimée en kilomètres, peut être modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance 500 et d'écart type 40.

1. Donner la distance moyenne parcourue en un jour par un camion.

2. Déterminer la probabilité qu'un camion parcoure au moins 500 km en un jour.

3. Déterminer la probabilité qu'un camion parcoure entre 380 km et 460 km en un jour.

4. Déterminer la probabilité qu'un camion parcoure plus de 460 km en un jour.

5. Le directeur de l'entreprise affirme qu'environ 95 % de ses camions parcourent entre 460 et 540 km par jour. A-t-il raison ?

*

Baccalauréat Polynesie 11 septembre 2014
STI2D–STL spécialité SPCL

EXERCICE 1 **4 points**

On considère les nombres complexes Z_1 et Z_2 :

$$Z_1 = \frac{3\sqrt{2}}{1+\mathrm{i}} \quad \text{et} \quad Z_2 = \frac{4\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}\sqrt{3}}.$$

1. Écrire les nombres Z_1 et Z_2 sous forme algébrique et trigonométrique.
2. Placer les points A_1 et A_2 d'affixes respectives Z_1 et Z_2 dans le repère donné en annexe.
3. Calculer sous forme algébrique le produit $Z_1 \times Z_2$ et donner sa forme trigonométrique.
4. En déduire les valeurs exactes de $\cos\dfrac{\pi}{12}$ et $\sin\dfrac{\pi}{12}$.

*

EXERCICE 2 **6 points** Une entreprise informatique a réalisé en 2013 un bénéfice de 22 000 €. La direction de cette entreprise se fixe pour objectif une hausse annuelle de son bénéfice de 4,5 %.
Pour tout entier naturel n, on note b_n le bénéfice prévu pour l'année $2013+n$, on a donc $b_0 = 22\,000$.

Partie A

1. Calculer les bénéfices b_1 et b_2 espérés pour 2014 et 2015.
2. Montrer que (b_n) est une suite géométrique dont on précisera les éléments caractéristiques.
3. Exprimer alors b_n en fonction de n.

Partie B

On considère l'algorithme ci-dessous :

```
N prend la valeur 0
B prend la valeur 22 000
Tant que B ⩽ 40 000
    N prend la valeur N + 1
    B prend la valeur 1,045 * B
Fin Tant que
A prend la valeur N + 2013
Afficher A
```

1. Expliquer à quoi correspondent les variables N et B.
2. Exécuter cet algorithme et donner le dernier résultat affiché.
3. Expliquer à quoi correspond cette valeur.
4. La direction souhaite savoir à partir de quelle année le bénéfice de l'entreprise sera supérieur à 40 000 €.
   a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante :

$$22\,000 \times 1,045^x > 40\,000.$$

b. Quel lien existe-t-il entre le résultat de la question 2. de la partie B et l'ensemble des solutions de l'inéquation précédente ?

*

EXERCICE 3 **6 points**

Lorsque l'on consomme de l'alcool, le taux d'alcool dans le sang varie en fonction du temps écoulé depuis l'absorption. Ce taux est appelé « alcoolémie » et est mesuré en grammes par litre (g/L).
Après l'absorption de trois verres d'alcool, l'alcoolémie d'une personne donnée, en fonction du temps (exprimé en heures), est modélisée par la fonction définie sur $\mathbb{R}_+$ par :

$$f(t) = 2,5te^{-t}.$$

Partie A

1. Donner la valeur de l'alcoolémie de la personne considérée au bout de 2 heures.
2. Montrer que pour tout réel t de l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$, $f'(t) = 2,5(1-t)e^{-t}$.
3. Vérifier que la fonction f est solution de l'équation différentielle :

$$(E) : \qquad y' + y = 2,5e^{-t}.$$

4. En remarquant que pour tout réel t de l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ on a $f(t) = \dfrac{2,5t}{e^t}$, déterminer $\lim\limits_{t\to+\infty} f(t)$ et donner une interprétation géométrique de cette limite.
5. Déterminer les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
6. Quelle est l'alcoolémie la plus élevée pour la personne considérée ?

Partie B

1. Sur une feuille de papier millimétré, tracer la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$. On prendra 2 cm pour unité sur l'axe des abscisses et 10 cm pour unité sur l'axe des ordonnées.
2. En France, la législation autorise pour un conducteur une alcoolémie maximale de 0,5 g/L.
   Sachant que la personne a absorbé trois verres d'alcool à 12 h, à partir de quelle heure pourra-t-elle reprendre la route pour effectuer sans s'arrêter un trajet d'une durée d'une heure ?
   On utilisera la représentation graphique de la fonction f.

*

EXERCICE 4 **4 points**

Partie A Loi exponentielle et radioactivité

On modélise la durée de vie T (exprimée en jours) d'un élément radioactif par une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre λ. On rappelle que pour tout $t > 0$, $P(T \leqslant t) = \displaystyle\int_0^t \lambda e^{-\lambda x}\,dx$.
Le Thorium 227 a une demi-vie de 18 jours, ce qui signifie que :

$$P(T \geqslant 18) = P(T \leqslant 18) = 0,5.$$

1. Montrer que pour tout $t > 0$, $P(T \leqslant t) = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda t}$.
2. Calculer la valeur du paramètre λ pour le Thorium 227.
   On donnera le résultat arrondi à 10^{-4}.
3. On suppose que $\lambda = 0,04$.
   Donner alors la durée de vie moyenne d'un atome de Thorium 227.

Partie B Loi normale et usinage

Une entreprise fabrique en grande quantité des pièces tubulaires destinées à l'industrie aérospatiale. Le diamètre (exprimé en centimètres) d'une de ces pièces est modélisé par une variable aléatoire X suivant la loi normale d'espérance 3,65 et d'écart type 0,004.
Les résultats seront donnés à 10^{-3} *près.*

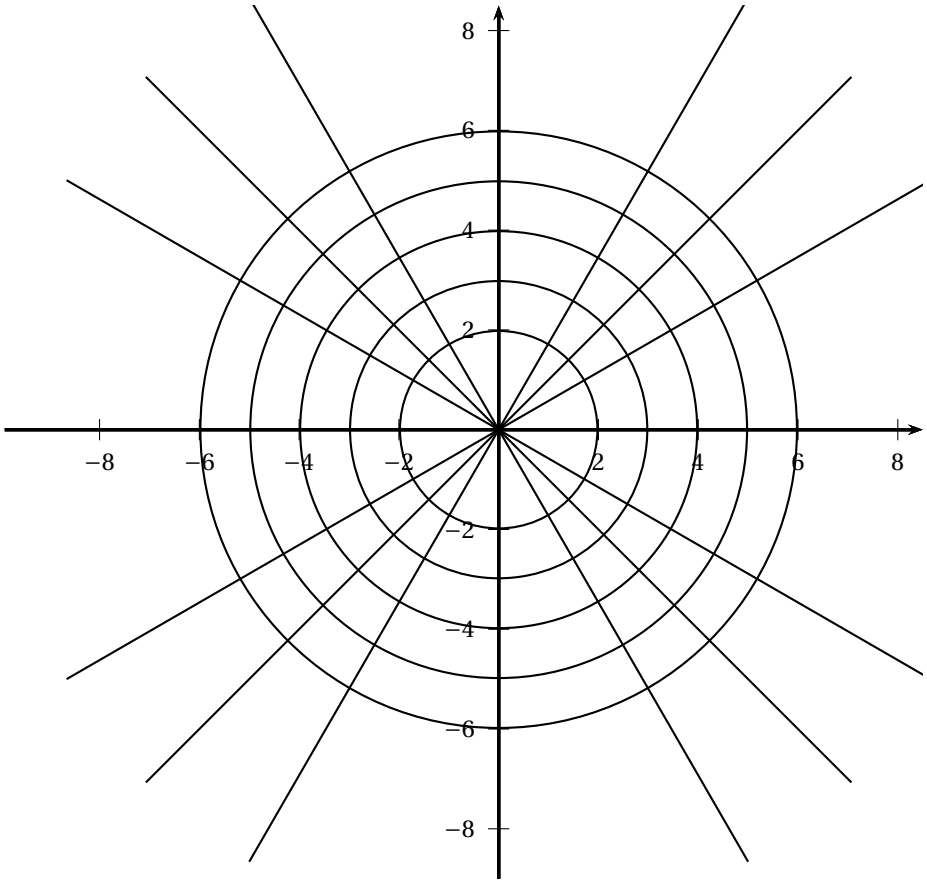
1. Une pièce est décrétée conforme lorsque son diamètre en centimètres est compris entre 3,645 et 3,655.
   Calculer la probabilité qu'une pièce tubulaire de la production soit décrétée conforme.
2. Dans le cadre d'un fonctionnement correct de la chaîne de production, on admet que la proportion p de pièces conformes est 79 %. On rappelle que l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % de la fréquence de pièces conformes sur un échantillon de taille n est

$$I = \left[p - 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \; ; \; p + 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right].$$

   On contrôle régulièrement la chaîne de production en prélevant des échantillons de 100 pièces.
   Lors d'un contrôle, on trouve 25 pièces défectueuses. Le responsable qualité doit-il prendre la décision d'effectuer des réglages sur la chaîne de production ?
   Justifier la réponse.

ANNEXE à rendre avec la copie

Exercice 1



*

Baccalauréat STI 2D/STL
Nouvelle-Calédonie 17 novembre 2014

EXERCICE 1 **6 points**

Au 1er janvier 2014, un particulier installe 20 m^2 de panneaux photovoltaïques à son domicile. Pour estimer la rentabilité de cette installation, il utilise la documentation suivante :

En France 1 m^2 de panneaux photovoltaïques correctement orientés produit environ 95 kWh/an. La première année, une installation produit effectivement cette quantité et on estime que la perte de rendement est de 3 % par an. La rentabilité financière est assurée à partir du moment où la quantité totale d'énergie produite depuis le début de l'installation dépasse 20 000

Pour tout entier $n \geqslant 0$, on note u_n la quantité d'énergie produite par l'installation durant l'année $2014 + n$.

Partie A

1. **a.** Déterminer la quantité d'énergie produite en 2014 et la quantité d'énergie produite en 2015.

   b. Vérifier que $u_{n+1} = 0,97 \times u_n$ pour tout entier naturel n.

2. Quelle estimation, à la dizaine de kWh près, peut-on donner de la quantité d'énergie produite en 2044 ?

3. Que devient la quantité d'énergie produite annuellement au bout d'un grand nombre d'années ?

4. En quelle année l'installation aura perdu plus de la moitié de son rendement ?

Partie B

On considère l'algorithme ci-dessous :

```
1   VARIABLES
2   u EST_DU_TYPE NOMBRE
3   S EST_DU_TYPE NOMBRE
4   n EST_DU_TYPE NOMBRE
5   DÉBUT ALGORITHME
6   n PREND_LA_VALEUR 0
7   u PREND LA VALEUR 1 900
8   S PREND LA VALEUR 1 900
9   TANT_QUE (S < 20 000) FAIRE
10  DÉBUT_TANT_QUE
11  n PREND LA VALEUR n + 1
12  u PREND_LA_VALEUR u × 0,97
13  S PREND_LA_VALEUR S + u
14  FIN_TANT_QUE
15  AFFICHER n
16  FIN_ALGORITHME
```

1. **a.** À quoi sert la ligne 8 ?

   b. La valeur affichée en exécutant cet algorithme est 12. Que signifie ce résultat ?

2. On estime que la durée de vie de l'installation sera d'environ 25 ans.
Calculer $u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{24}$ et interpréter le résultat.

*

EXERCICE 2 **5 points**

Un grand constructeur automobile propose une nouvelle gamme de véhicules électriques équipés de batteries au nickel-cadmium.

Partie A

On s'intéresse à l'autonomie en kilomètres de cette nouvelle gamme de véhicules.
Soit X la variable aléatoire qui à un véhicule tiré au hasard associe son autonomie en km.
On suppose que X suit la loi normale de moyenne $\mu = 104$ et d'écart type $\sigma = 6$.
On arrondira les résultats à 10^{-2} près.
On considère qu'un véhicule est conforme lorsque son autonomie est comprise entre 92 et 116.
Déterminer la probabilité que le véhicule soit déclaré conforme.

Partie B

Les véhicules sont parqués par lots de 75 avant de recevoir leur certificat de conformité.
Soit Y la variable aléatoire qui, à tout échantillon de 75 véhicules choisis au hasard dans la production associe le nombre de véhicules non-conformes dans cet échantillon.
La production est assez importante pour qu'on puisse assimiler tout échantillon de 75 véhicules à un échantillon aléatoire prélevé avec remise.
On suppose que la probabilité qu'un véhicule soit non-conforme est 0,05.

1. Expliquer pourquoi Y suit une loi binomiale et donner les paramètres de cette loi.
2. Calculer la probabilité de l'évènement « dans l'échantillon prélevé au hasard, tous les véhicules sont conformes ». On arrondira le résultat à 10^{-2} près.

Partie C

Le constructeur automobile veut juger de l'impact d'une campagne publicitaire menée dans les médias pour la vente de cette nouvelle gamme de véhicules.
Dans un échantillon, considéré comme prélevé au hasard et avec remise, de 1 000 véhicules produits, on constate la vente de 148 véhicules avant la campagne publicitaire.
Sur une même période, après la campagne publicitaire, pour un échantillon de même taille et prélevé dans les mêmes conditions, on constate la vente de 177 véhicules.
Que peut-on en conclure sur la campagne publicitaire ?
Vous pourrez déterminer les intervalles de confiance avec un niveau de confiance de 95 % correspondant à chacune de ces situations. *

EXERCICE 3 **4 points**

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Aucune justification n'est attendue. Une bonne réponse apporte 1 point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse n'apporte ni n'enlève de points.
Dans les questions 1. et 2. on considère la fonction f définie sur $]7\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = 3x^2 + x + \frac{1}{(x-7)^2}$$

1. Une primitive F de f est donnée par :

a. $F(x) = 6x + 1 + \dfrac{2}{(x-7)^3}$

b. $F(x) = x^3 + \dfrac{x^2}{2} - \dfrac{1}{(x-7)}$

c. $F(x) = 9x^3 + 2x^2 + \dfrac{1}{(x-7)}$

d. $F(x) = x^3 + \dfrac{x^2}{2} + \ln(x-7)$

2. Laquelle des limites suivantes est correcte ?

a. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

b. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

c. $\lim\limits_{\substack{x\to 7\\ x>7}} f(x) = +\infty$

d. $\lim\limits_{\substack{x\to 7\\ x>7}} f(x) = 154$

3. Soit $z = -\dfrac{1}{2} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ alors l'écriture exponentielle du conjugué de z est :

a. $\overline{z} = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$

b. $\overline{z} = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}$

c. $\overline{z} = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$

d. $\overline{z} = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$

4. Un argument de $z = \sqrt{7}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{2}} \times \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{3\pi}{7}}$ est :

a. $\dfrac{\pi}{14}$

b. $\dfrac{13\pi}{14}$

c. $-\dfrac{2\pi}{9}$

d. $\sqrt{7}$

*

EXERCICE 4 **5 points**

Un réservoir contient 1 000 litres d'eau potable.
À la suite d'un incident de l'eau de mer pénètre dans ce réservoir à raison de 10 litres par minute.
On s'intéresse à la salinité de cette eau, c'est-à-dire au taux de sel (en grammes par litre), qui doit rester inférieure à 3,9 $\mathrm{g.L^{-1}}$.
On modélise la situation en notant s la salinité exprimée en grammes par litre et t le temps écoulé en minutes depuis le début de l'incident.
On suppose que l'évolution de s est représentée par l'équation différentielle

$$\text{(E)} : \quad y' + 0{,}01\,y = 0{,}39.$$

1. Résoudre l'équation (E).

On admet pour la suite qu'en considérant les conditions initiales, la fonction s est définie par

$$s(t) = 39 - 38{,}88\mathrm{e}^{-0{,}01t}.$$

2. **a.** Quelle est la salinité de l'eau dans le réservoir avant l'incident c'est-à-dire à $t = 0$?

b. Justifier que la fonction s est strictement croissante.

c. Déterminer la salinité de l'eau du réservoir 60 minutes après le début de l'incident. Arrondir à 10^{-2} près.

d. Que devient la salinité de l'eau du réservoir si on n'intervient jamais ?

3. La salinité doit rester inférieure à 3,9 $g.L^{-1}$.

De combien de temps le service de surveillance dispose-t-il pour arrêter l'arrivée de l'eau salée afin de limiter l'impact de l'incident ?

Justifier la réponse.

*

∽ Baccalauréat STI 2D/STL spécialité SPCL ∾
Métropole–La Réunion 18 juin 2015

EXERCICE 1 **4 points** *Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.*

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse.

1. On considère le nombre complexe $z = 3\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}$. La forme algébrique du nombre complexe z est :

a. $-\dfrac{3\sqrt{3}}{2} + \dfrac{3}{2}\mathrm{i}$ **b.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{2} - \dfrac{3}{2}\mathrm{i}$ **c.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{2} + \dfrac{3}{2}\mathrm{i}$ **d.** $-\dfrac{3\sqrt{3}}{2} - \dfrac{3}{2}\mathrm{i}$

2. $z_1 = 1+\mathrm{i}\sqrt{3}$ et $z_2 = \sqrt{3}-\mathrm{i}$. La forme exponentielle du nombre complexe $z_1 \times z_2$ est :

a. $4\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}$ **b.** $-4\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}$ **c.** $2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}$ **d.** $4\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{2}}$

3. Les solutions de l'équation différentielle $y'' + \dfrac{1}{3}y = 0$ sont de la forme :

a. $t \mapsto \dfrac{1}{\sqrt{3}}t^2$

b. $t \mapsto A\cos\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}t\right) + B\sin\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}t\right)$

c. $t \mapsto A\mathrm{e}^{-\sqrt{3}t}$

d. $t \mapsto -\dfrac{1}{3}$

4. La fonction f est définie sur l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = 2 + \dfrac{1}{x+1}$. La limite de cette fonction f en $+\infty$ est égale à :

a. $-\infty$ **b.** $+\infty$ **c.** 0 **d.** 2

*

EXERCICE 2 **5 points**

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.

Une fibre optique est un fil très fin, en verre ou en plastique, qui a la propriété d'être un conducteur de la lumière et sert dans la transmission d'un signal véhiculant des données.
La puissance du signal, exprimée en milliwatts (mW), s'atténue au cours de la propagation.
On note P_E et P_S les puissances respectives du signal à l'entrée et à la sortie d'une fibre.
Pour une fibre de longueur L exprimée en kilomètres (km), la relation liant P_E, P_S et L est donnée par :

$$P_S = P_E \times \mathrm{e}^{-aL}$$

où a est le coefficient d'atténuation linéaire dépendant de la fibre.
Une entreprise utilise deux types de fibre optique de coefficients d'atténuation différents.
Dans tout l'exercice :

— la puissance du signal à l'entrée de la fibre est 7 mW ;
— à la sortie, un signal est détectable si sa puissance est d'au moins 0,08 mW ;
— pour rester détectable, un signal doit être amplifié dès que sa puissance devient strictement inférieure à 0,08 mW.

Partie A

Le premier type de fibre de longueur 100 km utilisé par l'entreprise a un coefficient d'atténuation linéaire $a = 0,046$.
Pour ce type de fibre, sera-t-il nécessaire de placer au moins un amplificateur sur la ligne pour que le signal soit détectable en sortie ?

Partie B

La puissance du signal le long du second type de fibre est modélisée par une fonction g de la variable x, où x étant la distance en kilomètres parcourue par le signal depuis l'entrée de la fibre. On admet que cette fonction g est définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ et qu'elle est solution sur cet intervalle de l'équation différentielle

$$y' + 0,035y = 0.$$

1. Résoudre l'équation différentielle $y' + 0,035y = 0$.

2. **a.** Sachant que $g(0) = 7$, vérifier que la fonction g est définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par $g(x) = 7\mathrm{e}^{-0,035x}$.

b. En déduire le coefficient d'atténuation de cette fibre.

3. **a.** Étudier le sens de variation de la fonction g.

b. Déterminer la limite de la fonction g en $+\infty$.

4. **a.** Le signal sera-t-il encore détecté au bout de 100 km de propagation ?

b. Déterminer la longueur maximale de la fibre permettant une détection du signal à la sortie sans amplification.

*

EXERCICE 3 **6 points**

Le parc de véhicules particuliers (VP) et de véhicules utilitaires légers (VUL) circulant en France est essentiellement constitué de véhicules thermiques (principalement essence, gasoil et GPL).
Pour lutter contre la pollution, il intègre de plus en plus de véhicules à « faible émission de CO_2 » c'est-à-dire des véhicules hybrides (véhicules thermiques assistés d'un moteur électrique) et des véhicules électriques.

Document 1

Au regard du parc et des ventes de véhicules en 2010, l'ADEME (Agence de l'Environnement et de la Maîtrise de l'Energie) a mobilisé ses services techniques et économiques en 2012, afin d'élaborer des visions énergétiques. Afin de répondre aux enjeux environnementaux, l'ADEME prévoit d'atteindre pour le parc 2030 un taux moyen d'émission de CO_2 par véhicule de 100 g/km.

Ventes et prévisions

Véhicules (VP-VUL)	**Ventes 2010**	**Parc 2010**	**Prévisions ventes 2030**	**Prévisions parc 2030**
Véhicules thermiques	100 %	100 %	64 %	89 %
Véhicules hybrides	0 %	0 %	24 %	7 %
Véhicules électriques	0 %	0 %	12 %	4 %
Total des voitures VP et VUL	2,2 millions	35 millions	2 millions	35 millions
Emission moyenne de CO_2 par véhicule	127 g/km	165 g/km	49 g/km	100 g/km

Document 2

Ventes nationales de véhicules entre 2011 et 2013			
Véhicules (VP- VUL)	**Ventes 2011**	**Ventes 2012**	**Ventes 2013**
Véhicules hybrides	13 600	27 730	41 340
Véhicules électriques	4 313	9 314	13 954
Total des ventes y compris véhicules thermiques	2 204 065	1 898 872	1 790 000

Partie A

1. Selon les prévisions de l'ADEME, quel serait en 2030 le nombre de véhicules hybrides vendus ?
2. Selon les prévisions de l'ADEME, quel serait en 2030 le pourcentage de véhicules à faible émission de CO_2 dans le parc automobile ?

Partie B

1. Le tableau suivant est incomplet. Déterminer le pourcentage d'augmentation des ventes de véhicules hybrides de 2012 à 2013.

Véhicules VP et VUL	Augmentation des ventes de véhicules	
	de 2011 à 2012	de 2012 à 2013
Véhicules hybrides	103,9 %	...
Véhicules électriques	116 %	49,8 %

2. Après un fort démarrage des ventes de véhicules hybrides, les professionnels de l'automobile envisagent une augmentation de leurs ventes de 16 % par an de 2013 à 2030.

   Le nombre de véhicules hybrides vendus en 2013 est de 41 340.

   On décide de modéliser les ventes annuelles de véhicules hybrides par une suite géométrique de raison 1,16.

   On note u_n le nombre de véhicules hybrides vendus durant l'année $2013+n$.

   a. Donner u_0.

   b. Exprimer u_n en fonction de n.

   c. L'augmentation de 16 % par an des ventes de véhicules hybrides permettrait-elle d'atteindre la prévision de l'ADEME pour l'année 2030 ?

3. Les professionnels de l'automobile s'intéressent aussi aux ventes de véhicules électriques de 2013 à 2030.

Le nombre de véhicules électriques vendus en 2013 est de 13 954.

a. On réalise sur tableur une feuille de calcul qui détermine le nombre de véhicules électriques vendus de 2013 à 2030 en supposant une augmentation annuelle de 16 % à partir de 2013.

	A	B
1	Année	Prévisions des ventes de voitures électriques
2	2013	13 954
3	2014	16 186,64
4	2015	18 776,502 4
5	2016	21 780,742 78
6	2017	25 265,661 63
7	2018	29 308,167 49
8	2019	33 997,474 29
9	2020	39 437,070 17
10	2021	45 747,001 4
11	2022	53 066,521 63
12	2023	61 557,165 09
13	2024	71 406,311 5
14	2025	82 831,321 34
15	2026	96 084,332 76
16	2027	111 457,826
17	2028	129 291,078 2
18	2029	149 977,650 7
19	2030	173 974,074 8

Donner la formule saisie dans la cellule B3 de la feuille de calcul ci-dessus pour compléter le tableau par « recopie vers le bas ».

b. Ce taux d'augmentation annuel permettrait-il d'atteindre les prévisions de l'ADEME des ventes de véhicules électriques en 2030 ?

4. Les professionnels de l'automobile cherchent un pourcentage d'augmentation annuelle des ventes de véhicules électriques qui permettrait d'atteindre les prévisions de l'ADEME en 2030.

On considère l'algorithme suivant :

Variables
u : un nombre réel
q : un nombre réel
Initialisation
Affecter à u la valeur 173 974
Affecter à q la valeur 1,16
Traitement
Tant que $u \leqslant 240\,000$
q prend la valeur $q + 0,01$
u prend la valeur $13\,954 \times q^{17}$
Fin Tant que
Sortie
Afficher $(q-1) \times 100$

a. Que représente la valeur 173 974 prise par la variable u dans l'initialisation de l' algorithme ?

b. Faire fonctionner cet algorithme. Pour cela reproduire et compléter le tableau ci-dessous. Des lignes supplémentaires pourront être ajoutées.

Étapes de l'algorithme	Variables	
	q	u
Initialisation	1,16	173 974
Étape 1	…	…
Étape 2	…	…
…	…	…

c. Quelle est la valeur affichée par l'algorithme ? Interpréter le résultat.

*

EXERCICE 4 **5 points**

Dans l'ensemble de l'exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-4} *près.*

L'usine OCEFRAIS embouteille des jus de fruits. L'étiquette de la bouteille indique 1,5 litre de jus de fruits. Le volume de la bouteille est de 1, 55 litre.
À l'embouteillage, le volume de jus de fruits versé dans une bouteille est une variable aléatoire X qui suit la loi normale de moyenne $\mu = 1,5$ et d'écart-type $\sigma = 0,015$.

1. a. L'une des trois figures donne la courbe représentative C_f de la densité f de cette loi normale. Indiquer sur la copie le numéro de la figure correspondante en expliquant votre choix.

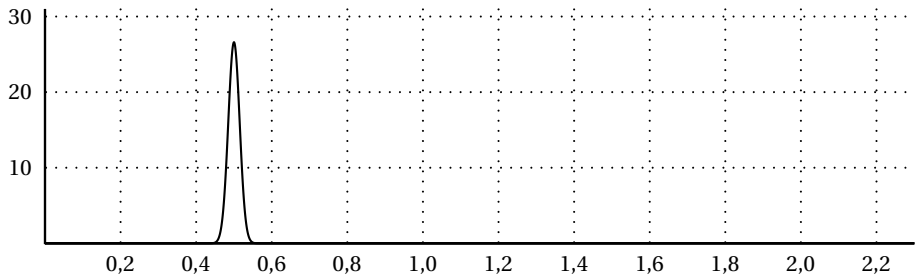


Figure 1

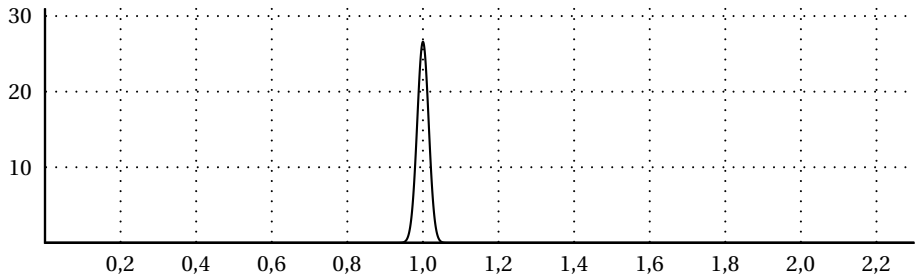


Figure 2

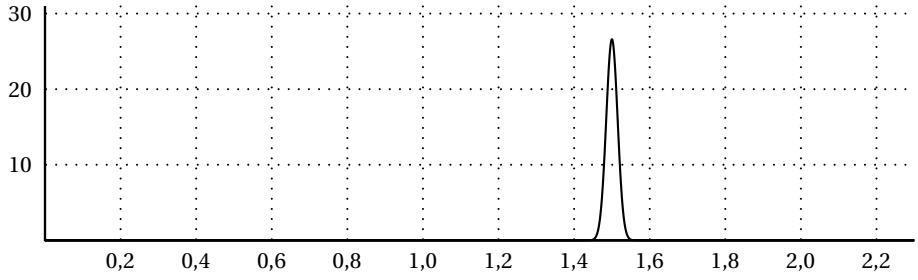


Figure 3

b. Déterminer $P(1,485 \leqslant X \leqslant 1,515)$.

2. On choisit au hasard une bouteille de jus de fruits.

a. Quelle est la probabilité que cette bouteille contienne exactement 1,48 litre de jus de fruits ?

b. Calculer la probabilité que cette bouteille contienne entre 1,46 litre et 1,54 litre de jus de fruits.

c. Quelle est la probabilité que cette bouteille déborde sur la chaîne d'embouteillage ? On rappelle que toutes les bouteilles utilisées ont un volume de 1,55 litre.

3. Une bouteille est dite conforme si elle contient entre 1,46 litre et 1,54 litre de jus de fruits. Selon l'usine OCEFRAIS, la probabilité qu'une bouteille soit non conforme est 0,007 7. Un supermarché achète un lot de 10 000 bouteilles.

a. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % de la fréquence observée de bouteilles non conformes dans un tel lot.

b. Dans le lot de 10 000 bouteilles, on a compté 90 bouteilles non conformes. Le gérant du supermarché trouve le nombre de bouteilles non conformes anormalement élevé.

L'usine OCEFRAIS a-t-elle des raisons de s'inquiéter ?

*

Baccalauréat STI2D/STL spécialité SPCL
Antilles-Guyane 18 juin 2015

EXERCICE 1 **3 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.
*Pour répondre, vous recopierez **sur votre copie** le numéro de la question et la seule réponse choisie.*

Dans cet exercice, i désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

1. Le temps d'attente en minute à un péage est une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,2$ (exprimé en min^{-1}).
En moyenne une personne attend à ce péage :

a. 2 min **b.** 5 min **c.** 10 min **d.** 20 min

2. La forme exponentielle du nombre complexe $z = -3 + \text{i}3\sqrt{3}$ est :

a. $3\text{e}^{\text{i}\frac{2\pi}{3}}$ **b.** $6\text{e}^{\text{i}\frac{2\pi}{3}}$ **c.** $6\text{e}^{-\text{i}\frac{2\pi}{3}}$ **d.** $-6\text{e}^{-\text{i}\frac{2\pi}{3}}$

3. On considère le complexe $z = \sqrt{2} - \text{i}\sqrt{2}$.
Le nombre complexe z^2 est égal à :

a. $z^2 = 2$ **b.** $z^2 = 4$ **c.** $z^2 = -4$ **d.** $z^2 = -4\text{i}$

*

EXERCICE 2 **5 points**

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

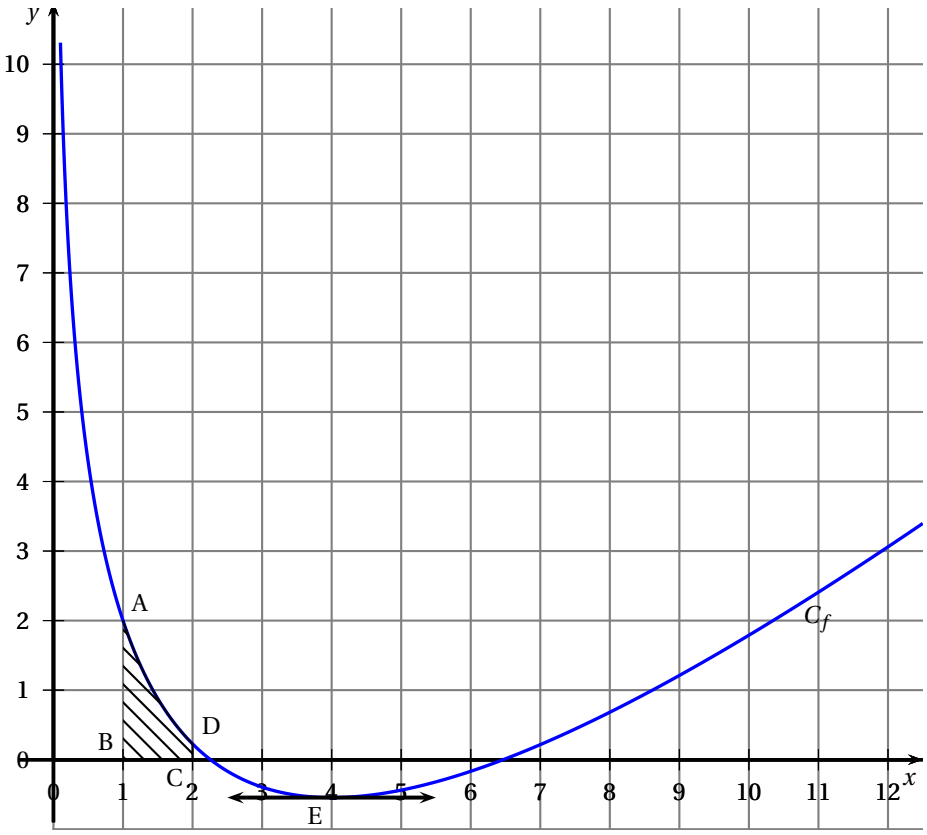
Dans cet exercice, ln désigne la fonction logarithme népérien.

Partie A

On considère la fonction f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = ax + b\ln(x) + 1$$

où a et b sont deux nombres réels.
C_f est la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormé.
Les points A et E sont deux points de la courbe C_f.
Le point A a pour coordonnées (1 ; 2) et le point E a pour abscisse 4.
La tangente à C_f au point E est horizontale.



1. Déterminer $f(1)$ et $f'(4)$ où f' désigne la fonction dérivée de f.
2. Calculer $f'(x)$ puis exprimer $f'(4)$ en fonction de a et b.
3. Déterminer les valeurs de a et b.

Partie B

Soit la fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

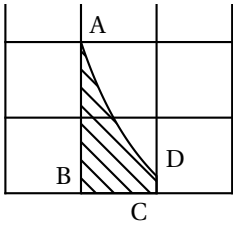
$$f(x) = x - 4\ln(x) + 1$$

1. Déterminer $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ en justifiant la réponse. Donner une interprétation graphique du résultat.
2. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ en justifiant la réponse (on pourra factoriser l'expression de $f(x)$ par x).
3. Calculer la dérivée f' de f. En déduire le tableau des variations de f.

Partie C

Une entreprise fabrique des pièces de carrosserie de voiture.

La forme d'une pièce est donnée sur la figure ci-contre et correspond à la zone hachurée sur le graphique de la page précédente.
On souhaite déterminer la mesure de l'aire de la pièce en unité d'aire.
Le point D est le point de la courbe C_f d'abscisse 2.
Les points B et C ont pour coordonnées respectives $(1\,;\,0)$ et $(2\,;\,0)$.



Soit la fonction G définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$G(x) = x\ln(x) - x.$$

1. Calculer la dérivée G' de G.
2. En déduire une primitive F de la fonction f donnée dans la partie B sur $]0\,;\,+\infty[$.
3. Déterminer la valeur exacte de l'aire de la pièce en unité d'aire ; puis en donner une valeur arrondie à 10^{-2}.

*

EXERCICE 3 **4 points**

Étude de la production de plats préparés sous vide.

Les questions 1, 2 et 3 de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante. Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3}.
L'entreprise BUENPLATO produit en grande quantité des plats préparés sous vide.
L'objectif de cet exercice est d'analyser la qualité de cette production en exploitant divers outils mathématiques.

1. Sur les emballages, il est précisé que la masse des plats préparés est de 400 grammes. Un plat est conforme lorsque sa masse, exprimée en gramme, est supérieure à 394 grammes.

   On note M la variable aléatoire qui, à chaque plat prélevé au hasard dans la production, associe sa masse en gramme. On suppose que la variable aléatoire M suit la loi normale d'espérance 400 et d'écart type 5.

   a. Déterminer la probabilité qu'un plat prélevé au hasard ait une masse comprise entre 394 et 404 grammes.

   b. Déterminer la probabilité qu'un plat soit conforme.

2. Les plats préparés sont livrés à un supermarché par lot de 300.

   On arrondit la probabilité de l'évènement « un plat préparé prélevé au hasard dans la production n'est pas conforme » à 0,12.

   On prélève au hasard 300 plats dans la production. La production est assez importante pour que lion puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise.

   On considère la variable aléatoire X qui, à un lot de 300 plats, associe le nombre de plats préparés non conformes qu'il contient.

   a. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

   b. Calculer l'espérance mathématique $\mathrm{E}(X)$ et en donner une interprétation.

   c. Calculer la probabilité que dans un échantillon de 300 plats prélevés au hasard, au moins 280 plats soient conformes.

3. Le fabricant annonce sur les étiquettes de ses produits une proportion de produits non conformes de 12 %. On prélève au hasard dans la production un échantillon de taille 1 200 dans lequel 150 plats se révèlent être non conformes.

   a. Quelle est la fréquence de plats non conformes dans l'échantillon prélevé ?

b. Déterminer l'intervalle de fluctuation avec un niveau de confiance de 95 % de la fréquence de plats non conformes dans un échantillon de taille 1 200.

Rappel : Lorsque la proportion p dans la population est connue, l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % *d'une fréquence obtenue sur un échantillon de taille n est :*

$$I = \left[p - 1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \; ; \; p + 1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right]$$

c. L'échantillon est-il représentatif de la production du fabricant ? Justifier.

*

EXERCICE 4 – ÉTUDE DU DÉFICIT D'UNE MULTINATIONALE **4 points**

Le déficit d'une multinationale a été de 15 millions d'euros en 2014.
Devant l'ampleur de ce déficit, l'équipe de direction décide de prendre des mesures afin de ramener ce déficit annuel à moins de 5 millions d'euros.
Jusqu'à ce que cet objectif soit atteint, cette équipe s'engage à ce que le déficit baisse de 8,6 % tous les ans.
On définit la suite (u_n) de la manière suivante : on note u_n le déficit **en million d'euros** de cette multinationale lors de l'année $2014 + n$. Ainsi $u_0 = 15$.
Dans tout l'exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-3}.

1. a. Montrer que $u_1 = 0{,}914u_0$.

b. Si l'équipe de direction tient ses engagements, quel sera le déficit de la multinationale en 2016 ?

c. Démontrer que la suite (u_n) est géométrique, puis exprimer u_n en fonction de n.

2. a. Résoudre l'inéquation suivante d'inconnue l'entier naturel n :

$$0{,}914^n \leqslant \frac{1}{3}$$

b. Quand l'engagement de l'équipe de direction, à savoir ramener le déficit de la multinationale au-dessous des 5 millions d'euros, sera-t-il atteint ?

3. On considère l'algorithme ci-dessous qui permet de retrouver le résultat de la question précédente.

```
Variables
        N un entier naturel
        Q et U deux nombres réels.
Début
        N prend la valeur 0
        Q prend la valeur 0,914
        U prend la valeur 15
        Tant que ... faire
            N prend la valeur ...
            U prend la valeur ...
        Fin Tant que
        Afficher ...
Fin
```

a. Recopier et compléter les lignes en pointillé afin que l'algorithme renvoie l'année à partir de laquelle le déficit de cette multinationale sera ramené en dessous de 5 millions d'euros.

b. On suppose l'algorithme complété.
Proposer une modification de l'algorithme afin que celui-ci affiche le montant du déficit de cette multinationale chaque année jusqu'à ce que celui-ci soit ramené au-dessous de 5 millions d'euros.

4. a. Calculer la somme des déficits sur onze ans à partir de l'année 2014 comprise, c'est-à-dire : $u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{10}$.

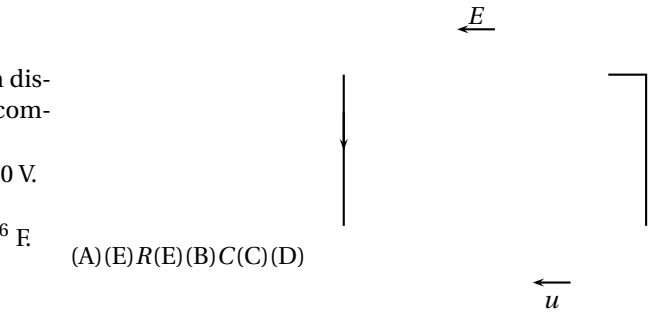
b. Construire un algorithme qui donne cette somme en sortie.

*

EXERCICE 5 **4 points**

On étudie la charge d'un condensateur et l'on dispose pour cela du circuit électrique ci-contre composé de :

- une source de tension continue E de 10 V.
- une résistance R de 10^5 Ω.
- un condensateur de capacité C de 10^{-6} F.



On note u la tension exprimée en volt aux bornes du condensateur. Cette tension u est une fonction du temps t exprimé en seconde.
La fonction u est définie et dérivable sur $[0\,;\,+\infty[$; elle vérifie l'équation différentielle suivante :

$$RCu' + u = E$$

où u' est la fonction dérivée de u.

1. Justifier que l'équation différentielle est équivalente à :

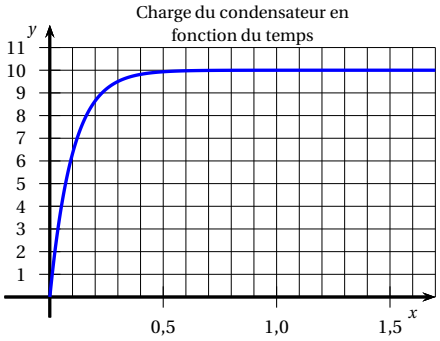
$$u' + 10u = 100$$

2. a. Déterminer la forme générale $u(t)$ des solutions de cette équation différentielle.

b. On considère qu'à l'instant $t = 0$, le condensateur est déchargé. Parmi les solutions, déterminer l'unique fonction u tel que $u(0) = 0$.

c. Déterminer en justifiant la réponse, la limite en $+\infty$ de la fonction u ainsi obtenue. En donner une interprétation.

3. On donne ci-contre la représentation graphique de la fonction u qui vient d'être obtenue à la question 2. b. avec les unités suivantes : 1 unité pour 1 seconde sur l'axe des abscisses et 1 unité pour 1 volt sur l'axe des ordonnées.
On appelle T le temps de charge en seconde pour que $u(T)$ soit égal à 95 % de E.



a. Déterminer graphiquement le temps de charge T.

b. Retrouver, par le calcul, le résultat précédent.

4. Sans modifier les valeurs respectives de E et de C, déterminer la valeur de R afin que le temps de charge T soit multiplié par 2.

*

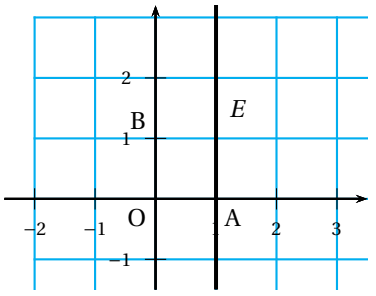
∽ Baccalauréat Polynesie 11 juin 2015 ∾
STI2D–STL spécialité SPCL

EXERCICE 1 **4 points**

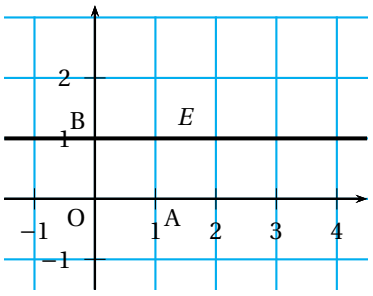
Cet exercice est un Q. C. M. Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.
Dans cet exercice, on note $\mathbb{R}$ l'ensemble des nombres réels.
*Pour répondre, vous recopierez **sur votre copie** le numéro de la question et la seule réponse choisie.*

1. Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, A, B).
L'ensemble E des images des nombres complexes z vérifiant la relation $|z| = 1$ est représenté en gras par :

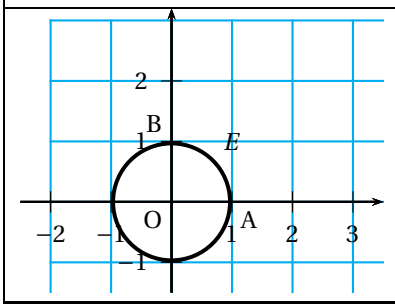
a.



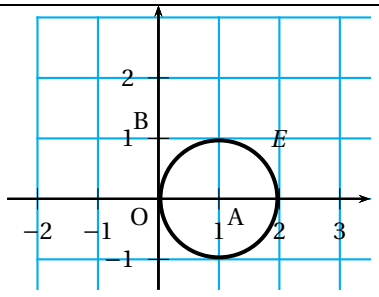
b.



c.



d.



2. Considérons les deux nombres complexes

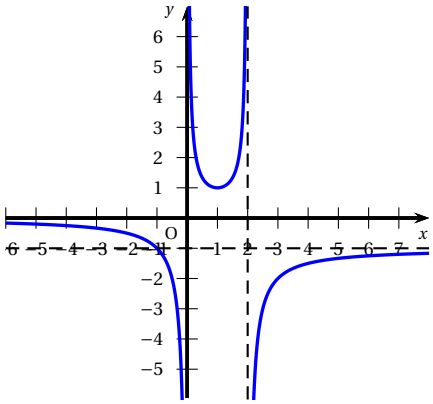
$$z_1 = \sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}} \quad \text{et} \quad z_2 = -\sqrt{3} + \mathrm{i}$$

où i est le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.
Le produit $z_1 \times z_2$ est égal à :

a. $2\sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{11\pi}{12}}$	**b.** $\left(1+\sqrt{3}\right)(-1+\mathrm{i})$
c. $2\sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{13\pi}{12}}$	**d.** $1-\sqrt{3}+2\mathrm{i}$

3.

Voici la représentation graphique d'une fonction f.
Cette courbe admet les quatre asymptotes suivantes :
— deux asymptotes horizontales d'équations respectives $y = -1$ et $y = 0$;
— deux asymptotes verticales d'équations respectives $x = 0$ et $x = 2$.



Choisissez la bonne égalité :

a. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$	**b.** $\lim\limits_{x\to+0^-} f(x) = -\infty$
c. $\lim\limits_{x\to+2^+} f(x) = +\infty$	**d.** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1$

4. On considère l'équation différentielle $y' + 2y = 5$, où y désigne une fonction de la variable réelle x dérivable sur $\mathbb{R}$ et de dérivée notée y'. Une solution de cette équation est :

a. $x \longmapsto \dfrac{5 - \mathrm{e}^{-2x}}{2}$	**b.** $x \longmapsto \mathrm{e}^{-2x} - 5$
c. $x \longmapsto \dfrac{\mathrm{e}^{2x} - 5}{2}$	**d.** $x \longmapsto \mathrm{e}^{2x} + 2{,}5$

*

EXERCICE 2 **6 points**

L'efficacité énergétique (valorisation des déchets, efficacité des éclairages, domotique dans les habitations, ...) devient une priorité pour les industriels, les collectivités locales et les usagers.
À l'échelle européenne, le marché des services énergétiques devrait croître de 5 % par an. En 2014, le fournisseur d'énergie ENERGIA a réalisé un chiffre d'affaires de 920 millions d'euros dans les services énergétiques.

Les résultats seront arrondis au million d'euros près

1. Déterminer le chiffre d'affaires que devrait réaliser le fournisseur ENERGIA dans les services énergétiques pour l'année 2015.
On suppose que dans les prochaines années, la tendance va se poursuivre.
Notons C_n le chiffre d'affaires, en million d'euros, réalisé par le fournisseur ENERGIA dans les services énergétiques pour l'année $2014 + n$.

2. Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n.
En déduire la nature de la suite (C_n) et donner ses éléments caractéristiques.

3. Exprimer C_n en fonction de n.

4. **a.** Calculer la valeur du chiffre d'affaires en 2019.

b. Quel est le pourcentage d'augmentation du chiffre d'affaires de 2014 à 2019 ?
On donnera le résultat sous la forme p %, où p est arrondi à 10^{-1}.

5. On veut déterminer à partir de quelle année le chiffre d'affaires du fournisseur ENERGIA réalisé dans les services énergétiques va doubler.

a. On considère l'algorithme ci-dessous. Recopier et compléter les lignes 8 et 13 afin que cet algorithme réponde à la question posée.

1	**Variables**
2	N : un nombre entier naturel
3	C : un nombre réel
4	**Initialisation**
5	Affecter à N la valeur 0
6	Affecter à C la valeur 920
7	**Traitement**
8	Tant que …
9	Affecter à N la valeur $N+1$
10	Affecter à C la valeur $C*1,05$
11	Fin Tant que
12	**Sortie**
13	Afficher …

b. En faisant tourner cet algorithme complété, déterminer l'année à partir de laquelle le chiffre d'affaires du fournisseur ENERGIA réalisé dans les services énergétiques dépassera les 1 840 millions d'euros.

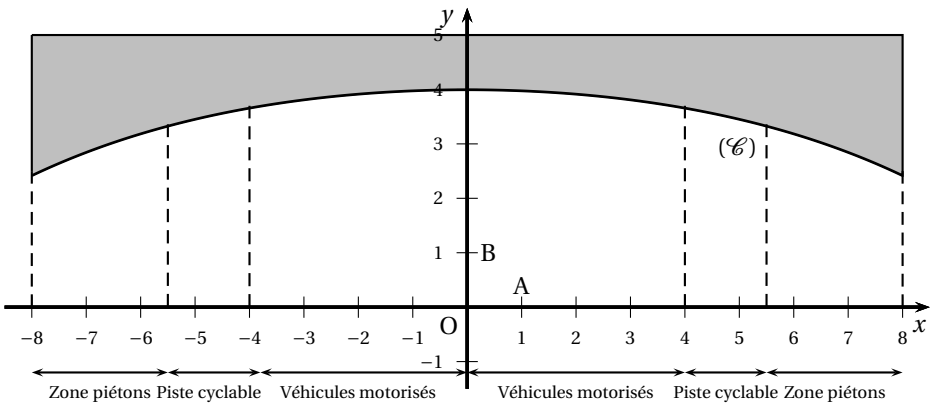
c. Proposer une méthode plus directe pour répondre à la question précédente par le calcul.

6. Après avoir effectué une analyse du marché, on prévoit plutôt une hausse annuelle de 10 % du marché des services énergétiques à l'échelle européenne. Déterminer l'année à partir de laquelle le chiffre d'affaires va doubler.

*

EXERCICE 3 **6 points**

Un pont à une seule arche d'une longueur de 16 m enjambe une route à double circulation.
La figure ci-dessous donne une vue de l'une des deux façades de ce pont (1 unité représente 1 mètre).
La partie supérieure du pont est à une hauteur de 5 m au-dessus de la route.
La partie de l'axe des abscisses comprise entre -8 et 8 représente la chaussée sur laquelle sont délimitées les zones de circulation des piétons, des cyclistes et des véhicules motorisés.



A– Étude de la fonction représentée par la courbe($\mathscr{C}$)

Soit la fonction f définie, pour tout réel x de l'intervalle $[-8\,;\,8]$, par

$$f(x) = k - 0{,}5\left(\mathrm{e}^{0{,}2x} + \mathrm{e}^{-0{,}2x}\right) \quad \text{où } k \text{ désigne un entier naturel fixé.}$$

On note ($\mathscr{C}$) sa courbe représentative, donnée ci-dessus dans le repère orthonormé (O, A, B).

1. Déterminer graphiquement $f(0)$. En déduire que pour tout réel x de l'intervalle $[-8\,;\,8]$:

$$f(x) = 5 - 0{,}5\left(\mathrm{e}^{0{,}2x} + \mathrm{e}^{-0{,}2x}\right).$$

2. En tenant compte du fait que l'on doit laisser une hauteur de sécurité de 50 cm, quelle doit être la hauteur maximale exprimée en mètre d'un véhicule motorisé pour qu'il puisse passer sous le pont ? On arrondira le résultat à 10^{-1}.
3. Montrer que la fonction f' dérivée de la fonction f est définie, pour tout réel x de l'intervalle $[-8\,;\,8]$, par $f'(x) = 0{,}1\mathrm{e}^{-0{,}2x}\left(1 - \mathrm{e}^{0{,}4x}\right)$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[-8\,;\,8]$. En déduire le tableau de variation de f sur $[-8\,;\,8]$.

B– Calculs d'aires

La façade du pont est la partie grisée représentée sur la figure précédente.

1. Calculer la valeur exacte de l'intégrale $I = \displaystyle\int_{-8}^{8} \left(\mathrm{e}^{0{,}2x} + \mathrm{e}^{-0{,}2x}\right) \mathrm{d}x$.
2. Vérifier que l'aire de la façade exprimée en m^2 vaut $5\left(\mathrm{e}^{1{,}6} - \mathrm{e}^{-1{,}6}\right)$.
3. On veut peindre les deux façades du pont. En déduire l'aire S exprimée en m^2 de la surface totale à peindre ; en donner une valeur en m^2 approchée à 10^{-2} près.
4. La peinture utilisée pour peindre les façades du pont est vendue par bidon de 5 litres.
   Sachant que cette peinture a une propriété de recouvrement de 3 m^2 par litre, combien de bidons sont nécessaires pour recouvrir les deux faces de cette construction ?

*

EXERCICE 4 **4 points**

Une entreprise achète du sucre et le revend après conditionnement à des grossistes pour le marché de la grande distribution.
Les résultats seront arrondis à 10^{-3} *près.*

1. Une machine de l'usine conditionne des paquets de sucre en poudre de 1 kg.
   La masse M en gramme d'un paquet est une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne $m = 1\,000$ et d'écart-type $\sigma = 7$.
   a. Calculer $P(995 \leqslant X \leqslant 1\,005)$.
   b. Un paquet est refusé si sa masse est inférieure à 990 grammes.
   Quelle est la probabilité pour qu'un paquet conditionné par cette machine soit refusé ?

Dans la suite de l'exercice, on arrondit à 0,08 la probabilité p pour qu'un paquet conditionné dans l'usine soit refusé, ainsi $p = 0,08$.

On s'intéresse au stock journalier de paquets conditionnés dans l'usine.

2. On prélève au hasard 100 paquets parmi le stock. Le stock est suffisamment important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de paquets à rejeter dans cet échantillon.

a. Quelle est la loi de probabilité de X ? On donnera ses paramètres.

b. Quelle est la probabilité qu'exactement 3 paquets parmi ces 100 paquets soient refusés ?

c. Calculer la probabilité que, parmi ces 100 paquets, 5 ou plus soient refusés.

3. On contrôle la masse d'un échantillon de 100 paquets de sucre dans le stock global de l'entreprise. Après contrôle, 10 paquets sont refusés.

Rappel : *Lorsque la proportion p dans la population est connue, l'intervalle de fluctuation asymptotique à* 95 % *d'une fréquence obtenue sur un échantillon de taille n est :*

$$I = \left[p - 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \; ; \; p + 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right]$$

L'échantillon est-il représentatif de la production de l'usine ? Justifier.

*

Baccalauréat STI 2D/STL
Nouvelle-Calédonie 19 novembre 2015

EXERCICE 1 **6 points**

Jusqu'à présent Pierre n'a encore jamais réussi à économiser un seul euro. Pour le responsabiliser dans la gestion de son argent de poche, ses parents décident de lui verser 30 euros tous les premiers du mois.
Pierre décide que pour s'offrir le téléphone de ses rêves qui coûte 150 euros, il ne dépensera chaque mois que 20 % de son capital accumulé.
Le premier versement lui a été fait au 1er janvier 2015.

1. De quelle somme Pierre disposera-t-il encore au soir du 31 janvier 2015 ?
2. Soit (u_n) le capital dont dispose Pierre juste après le n-ième versement. Ainsi u_1 vaut 30 et u_5 correspond au capital acquis par Pierre le 1er mai 2015.
   a. Montrer que $u_2 = 54$.
   b. Justifier que $u_{n+1} = 0,8u_n + 30$.
   c. Recopier et compléter l'algorithme A suivant pour qu'il affiche le capital acquis le 1er avril 2015.

```
Initialisation
    Affecter à i la valeur 1
    Affecter à u la valeur 30
Traitement
  Tant que .....
    Affecter à u la valeur.....
    Affecter à i la valeur i + 1
  Fin Tant que
Sortie
    Afficher u
```

3. Recopier et compléter le tableau suivant donnant des termes de la suite (u_n) et conjecturer la limite de cette suite.

n	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
u_n										

4. Soit l'algorithme B suivant :

```
Initialisation
    Affecter à i la valeur 1
    Affecter à u la valeur 30
    Saisir la valeur de p
Traitement
  Tant que |u − 150| >p
    Affecter à u la valeur 0,8 u + 30
    Affecter à i la valeur i + 1
  Fin Tant que
Sortie
    Afficher i
```

   Comment utiliser cet algorithme B pour savoir à quel moment Pierre disposera d'au moins 149,90 euros ?

5. Pierre se rend compte qu'avec cette gestion de son argent de poche il ne pourra jamais s'offrir le téléphone de ses rêves. Exposez un plan de gestion de l'argent de poche qui permette à Pierre d'effectuer son achat dans l'année sans demander plus d'argent à ses parents.

*

EXERCICE 2 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante choisie.

1. La négation de la phrase suivante « toute solution de l'équation (E) est strictement supérieure à 3 » :
   - **a.** toute solution de (E) est inférieure ou égale à 3
   - **b.** aucune solution de (E) n'est strictement supérieure à 3
   - **c.** au moins une solution de (E) est inférieure ou égale à 3
   - **d.** une seule solution de (E) est inférieure ou égale à 3
2. Soient Z_1 et Z_2 les nombres complexes définis par : $Z_1 = 2^{\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$ et $Z_2 = 3^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{2}}$. Une forme exponentielle du quotient $\dfrac{Z_l}{Z_2}$ est :
   - **a.** $\dfrac{2}{3}^{-\mathrm{i}\frac{5\pi}{6}}$
   - **b.** $-^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}$
   - **c.** $-\dfrac{2}{3}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}$
   - **d.** $\dfrac{2}{3}^{\mathrm{i}\frac{5\pi}{6}}$
3. On considère l'équation différentielle $y' + 5y = 3$, où y désigne une fonction dérivable sur l'ensemble des réels. La solution f de cette équation telle que $f(0) = 0$ est la fonction de la variable x vérifiant pour tout réel x :
   - **a.** $f(x) = +0,6^{5x} + 0,6$
   - **b.** $f(x) = -0,6^{-5x} + 0,6$
   - **c.** $f(x) = 0$
   - **d.** $f(x) = -3^{-5x} + 3$
4. On considère la production d'une usine de composants électroniques. On admet que la durée de fonctionnement sans panne (en années) de ces composants peut être modélisée par une variable aléatoire X suivant la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,1$.

   La probabilité qu'un composant pris au hasard, soit tombé en panne au bout 6 ans est, au centième près :

   a. 1,6 **b.** 0,55 **c.** 0,45 **d.** 0,05

*

EXERCICE 3 **4 points**

Les questions peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.
Les résultats seront arrondis à 10^{-4} près.

1. Dans une usine, une machine remplit automatiquement avec de l'huile de moteur des bidons pouvant contenir au maximum 102 litres. Pour pouvoir être commercialisé, un bidon doit contenir au moins 98 litres d'huile.

   La quantité d'huile, exprimée en litres, fournie par la machine peut être modélisée par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 100$ et d'écart-type $\sigma = 0,8$.

   a. Déterminer la probabilité de l'évènement « $X > 102$ » et interpréter ce résultat.

   b. Déterminer le pourcentage de bidons qui ne pourront pas être commercialisés en expliquant votre démarche.

2. On estime que 99,4 % des bidons sont remplis correctement.

   Soit Y la variable aléatoire qui, à chaque lot de 30 bidons prélevés au hasard dans la production de l'usine, associe le nombre de bidons non correctement remplis. Le stock est suffisamment important pour que ce prélèvement soit assimilé à un tirage avec remise.

   Après avoir précisé la loi suivie par Y, calculer la probabilité qu'il y ait au plus un bidon non correctement rempli dans un lot de 30 bidons.

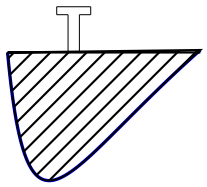
*

EXERCICE 4 **6 points**

Une entreprise fabriquant des planches de surf conçoit un nouveau modèle d'aileron. Cet aileron est composé de deux parties :

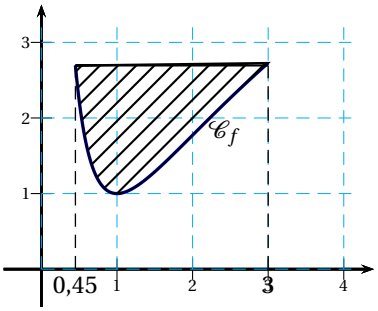
— la partie supérieure ou « boîtier » permettant de fixer l'aileron à la planche,

— la partie inférieure destinée à être immergée dans l'eau.



Pour estimer la quantité de matière nécessaire à la fabrication de la partie inférieure de l'aileron, l'entreprise souhaite connaître le mieux possible l'aire A du domaine hachuré.

Pour modéliser le profil latéral de la partie inférieure on se place dans un repère orthonormé avec une échelle de 1 carreau pour 10 cm et on se propose d'utiliser, pour des abscisses comprises entre 0,45 et 3, la courbe C_f représentative de la fonction f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{a}{x} + b + 4\ln(x)$ où a et b sont des constantes réelles qui restent à déterminer.



1. Évaluer l'aire A en nombre entier de carreaux en expliquant votre démarche.

2. Déterminer graphiquement les valeurs de $f(1)$ et de $f'(1)$.

3. Vérifier que le choix de $a = 4$ et $b = -3$ répond au problème posé.

4. Soit la fonction F définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $F(x) = (4x+4)\ln(x) - 7x$.
Montrer que F est une primitive de f.

5. Déterminer au cm^2 près une valeur approchée de l'aire A.

*

Concours ENI–GEIPI–POLYTECH
Série STI2D et STL **Mercredi 13 mai 2015**

Il faut choisir et réaliser seulement **trois des quatre exercices** proposés

EXERCICE 1

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$, on considère les points A et B d'affixes respectives

$$z_A = 2\sqrt{3} - 2i \quad \text{et} \quad z_B = iz_A.$$

1. Donner la forme algébrique de z_B.

2. **a.** Déterminer les modules respectifs $|z_A|$ et $|z_B|$ de z_A et z_B. Détailler le calcul.

b. Donner les longueurs OA et OB.

3. Tracer le triangle OAB sur la figure.

4. **a.** Déterminer un argument $\arg(z_A)$ de z_A. Détailler le calcul.

b. Déterminer un argument $\arg(z_B)$ de z_B. Justifier le résultat.

c. En déduire une mesure des angles $\left(\vec{u}, \overrightarrow{OA}\right)$ et $\left(\vec{u}, \overrightarrow{OB}\right)$.

5. Donner la nature précise du triangle OAB. Justifier la réponse.

6. On considère le milieu K du segment [AB].

a. Déterminer l'affixe z_K de K. Justifier le calcul.

b. Placer le point K sur la figure de la question 3.

7. On note C le point tel que OACB soit un parallélogramme.

a. Tracer le parallélogramme OACB sur la figure de la question 3.

b. Déterminer l'affixe z_C de C. Justifier la réponse.

c. Donner la nature précise du parallélogramme OACB. Justifier la réponse.

EXERCICE II

On considère la fonction f définie par :

$$\text{pour tout réel } x, \quad f(x) = \frac{1}{e^{2x}+1}.$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

Partie A

1. **a.** Donner $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

b. On en déduit que $\mathscr{C}_f$ admet deux asymptotes, notées Δ_1 et Δ_2.
Donner leurs équations respectives.

2. **a.** f' désigne la dérivée de f.

Justifier que, pour tout réel x, $f'(x) = -\dfrac{2e^{2x}}{\left(e^{2x}+1\right)^2}$.

b. Dresser le tableau des variations de f.

3. **a.** Donner les valeurs de $f(0)$ et de $f'(0)$.

b. Déterminer une équation de la tangente T_0 à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.

4. Tracer les droites Δ_1, Δ_2, T_0 puis la courbe $\mathscr{C}_f$.

Partie B

On considère les intégrales I et J définies par

$$I = \int_{-1}^{1} \frac{1}{\mathrm{e}^{2x}+1}\,\mathrm{d}x \quad \text{et} \quad J = \int_{-1}^{1} \frac{\mathrm{e}^{2x}}{\mathrm{e}^{2x}+1}\,\mathrm{d}x.$$

1. On considère les fonctions h et H définies par :

$$\text{pour tout réel } x,\ h(x) = \frac{\mathrm{e}^{2x}}{\mathrm{e}^{2x}+1} \quad \text{et} \quad H(x) = \frac{1}{2}\ln\left(\mathrm{e}^{2x}+1\right).$$

a. Justifier l'égalité : $\dfrac{\mathrm{e}^2+1}{\mathrm{e}^{-2}+1} = \mathrm{e}^2$.

b. Justifier que H est une primitive de h.

c. Déduire des questions précédentes que $J = 1$. Détailler le calcul.

2. Calculer la somme $I + J$. Détailler le calcul.

3. En déduire la valeur de I.

4. Hachurer, sur la figure de la question A 4., le domaine dont l'aire, en unités d'aire, vaut I.

EXERCICE III

La victoire de l'équipe féminine espagnole, le 2 août 2013, aux championnats du monde de water-polo a été fortement médiatisée en France. Il s'ensuivit une forte augmentation du nombre de filles licenciées dans tous les clubs français de water-polo à partir de septembre 2013.
Au 1er septembre 2013, les clubs français de water-polo comptaient 4 500 filles licenciées.
L'évolution du nombre de filles licenciées est modélisée par une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de la façon suivante :

u_0 représente le nombre de filles licenciées, exprimé en milliers, au 1er septembre 2013. Ainsi $u_0 = 4,5$.
Pour tout $n \geqslant 1$, u_n représente le nombre de filles licenciées, exprimé en milliers, n mois plus tard.
Ainsi u_1 désigne le nombre de filles licenciées au 1er octobre 2013, u_2 désigne le nombre de filles licenciées au 1er novembre 2013, etc.

On constate que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vérifie :

$$\text{pour tout entier } n,\quad u_{n+1} = 2 + 0,8u_n.$$

1. **a.** Donner le nombre de filles licenciées à chacune des dates suivantes : au 1er octobre 2013, au 1er novembre 2013 et au 1er décembre 2013.

b. p_1 désigne le pourcentage d'augmentation du nombre de filles licenciées entre le 1er septembre et le 1er octobre 2013.

p_2 désigne le pourcentage d'augmentation du nombre de filles licenciées entre le 1er octobre et le 1er novembre 2013.

p_3 désigne le pourcentage d'augmentation du nombre de filles licenciées entre le 1er novembre et le 1er décembre 2013.

Donner les valeurs approchées à 10^{-2} près de p_1, p_2 et p_3.

2. On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : pour tout entier n, $v_n = 10 - u_n$.

a. Donner la valeur de v_0.

b. Justifier que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $q = 0,8$.
Détailler le calcul.

c. Exprimer, pour tout entier n, v_n en fonction de n.

3. Justifier alors que, pour tout entier n, $u_n = 10 - 5,5 \times 0,8^n$.

4. Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$. Justifier la réponse.

5. **a.** Déterminer la plus petite valeur n_0 de l'entier n tel que : $5,5 \times 0,8^n \leqslant 1$.
Justifier soigneusement la réponse.

b. À quelle date le nombre de filles licenciées dans les clubs français de water-polo aura-t-il doublé par rapport à celui du 1er septembre 2013 ?
Justifier soigneusement votre raisonnement.

EXERCICE IV

Dans tout l'exercice, pour chaque probabilité ou chaque pourcentage demandé, on donnera une valeur approchée à 10^{-3} près.

Partie A

Une étude sur tous les nageurs français de haut niveau a montré que leur taille, mesurée en centimètres, pouvait être représentée par une variable aléatoire X suivant la loi normale de moyenne $m = 190$ et d'écart-type $\sigma = 7$.
On choisit au hasard un nageur français de haut niveau.

1. Donner la probabilité P_1 que ce nageur mesure plus de 195 cm.

2. Donner la probabilité P_2 que ce nageur mesure moins de 180 cm.

3. Donner la probabilité P_3 que ce nageur mesure entre 180 cm et 195 cm.

Partie B

Le tableau ci-dessous donne la taille, en centimètres, et le poids, en kilogrammes, d'un échantillon de 14 nageurs français de haut niveau. La taille et le poids de chaque nageur sont arrondis à une unité près.

Nom	Agnel	Bernard	Bousquet	Coelho	Giot	Horth	Joly
Poids (en kg)	90	90	86	74	85	80	70
Taille (en cm)	200	196	188	182	198	185	188

Nom	Lacourt	Lefert	Leveaux	Manaudou	Ress	Sauvage	Steimetz
Poids (en kg)	85	68	92	99	78	82	83
Taille (en cm)	200	185	202	199	183	184	191

1. Donner le poids moyen m_p et la taille moyenne m_r des nageurs de cet échantillon.

2. Donner le pourcentage Q_1 de nageurs de cet échantillon qui mesurent entre 186 cm et 190 cm.

3. Donner le pourcentage Q_2 de nageurs de cet échantillon qui pèsent plus de 91 kg.

4. Donner le pourcentage Q_3 de nageurs de cet échantillon qui pèsent moins de 91 kg et mesurent plus de 186 cm.

Partie C

On considère maintenant la population totale des nageurs français ayant une licence de natation. On suppose que la probabilité qu'un nageur, choisi au hasard dans cette population, pèse plus de 91 kg est égale à 0,3.
Un entraineur doit constituer, pour une compétition amicale, une équipe de 10 nageurs. Pour cela, il choisit au hasard 10 nageurs dans la population décrite ci-dessus.

On suppose que cette population est suffisamment importante pour que les choix des nageurs puissent être supposés indépendants les uns des autres.
On note Y la variable aléatoire représentant, parmi les 10 nageurs choisis, le nombre de nageurs pesant plus de 91 kg.

1. Y suit une loi binomiale. Donner les paramètres de cette loi.
2. Donner la probabilité R_1 que l'équipe ne contienne aucun nageur pesant plus de 91 kg.
3. Donner la probabilité R_2 que l'équipe contienne au moins un nageur pesant plus de 91 kg.

Index

équation de tangente, 18, 38
équation différentielle d'ordre 1, 3, 10, 17, 25, 35, 43, 48, 50, 60, 62, 68
équation différentielle d'ordre 2, 2, 10, 17, 25, 30, 50

algorithmique, 2, 6, 11, 14, 17, 21, 25, 30, 35, 39, 42, 46, 51, 59, 63, 67

fonction : détermination de paramètres, 19, 27, 56, 65, 69
fonction exponentielle, 10, 16, 18, 23, 30, 35, 43, 48, 51, 65
fonction logarithme népérien, 17
fonction puissance, 17, 42

intégrale, 8, 10, 16, 19, 23, 27, 30, 32, 38, 56, 65, 69
intervalle de confiance, 47
intervalle de fluctuation, 3, 6, 9, 13, 20, 21, 26, 34, 43, 54, 58, 65

limite, asymptote, 8, 19, 27, 31, 43, 47, 50, 56, 60, 62
logarithme népérien, 8, 19, 27, 32, 39, 56, 69
logique, 68
loi binomiale, 3, 6, 20, 21, 26, 47, 58, 65, 68
loi exponentielle, 30, 43, 56, 68
loi normale, 3, 6, 9, 13, 20, 21, 26, 34, 41, 43, 47, 54, 58, 65, 68

nombres complexes, 2, 7, 10, 13, 17, 21, 25, 31, 34, 38, 42, 47, 50, 56, 62, 68
nombres complexes et géométrie, 7, 31, 42, 62

primitive, 8, 16, 23, 27, 32, 47, 56, 69
produit scalaire, 7

QCM, 2, 10, 13, 17, 23, 25, 30, 34, 38, 47, 50, 56, 62, 68

suites, 2, 6, 11, 14, 17, 21, 25, 30, 35, 39, 42, 46, 51, 59, 63, 67

tableur, 17, 39, 53