Premier Trimestre 1S

Suite au devoir, où les difficultés ne résidèrent pas dans vos connaissances, mais dans la manière de les appliquer, je vous propose les exercices suivants pour se remettre à niveau pendant les vacances. Ces exercices seront simples mais indispensables pour envisager la suite positivement. TOUT PUBLIC.

THEMES :

- Second degré
- Domaine de définition
- Formule de la dérivée d'un produit
- Formule de la dérivée d'un quotient
- Formule de l'équation de la tangente
- Formule du taux d'accroissement
- Formule du nombre dérivé
- Construire une courbe à la calculatrice

1. LE SECOND DEGRE

Regarder la vidéo intitulée « Comment résoudre une équation du second degré avec la méthode du discriminant ? » (http://mathematxlab.com/fr/1s_second-degre/)

a. Faire l'exemple à 1'25
b. Appliquer sur les exemples suivants :

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$
$$-2x^2 + 5x - 3 = 0$$
$$4x^2 + 4x + 4 = 0$$
$$-x^2 + 3x - 2 = 0$$
$$4x^2 - 8x + 4 = 0$$

2. DOMAINE DE DEFINITION

Concernant les fonctions avec racine carrée :

Regarder la vidéo intitulée « Comment déterminer le domaine de définition d'une fonction racine carrée ? » (http://mathematxlab.com/fr/1s_fonctions-de-reference-fonctions-associees/)

a. Faire l'exemple à 2'02
b. Appliquer sur les exemples suivants :

$$f(x) = \sqrt{x+1}$$
$$f(x) = \sqrt{3x-6}$$
$$f(x) = \sqrt{-x+7}$$
$$f(x) = \sqrt{x^2+2x-3}$$

Concernant les fonctions avec dénominateur :

Il faut que le dénominateur soit différent de 0, car on ne peut pas diviser par 0.
Par exemple si $f(x) = \frac{3x-2}{4x-2}$, on résout $4x - 2 = 0$ ce qui donne $x = 0{,}5$.
0,5 est donc une valeur interdite, « il faut l'enlever du domaine ».
Ainsi, le domaine de définition est $D =]-\infty; 0{,}5[\cup]0{,}5; +\infty[$.

a. Appliquer sur les exemples suivants :

$$f(x) = \frac{-3x-2}{-x-2} \; ; \; f(x) = \frac{6x+1}{2x+2} \; ; \; f(x) = \frac{4x-2}{-4x+16} \; ; \; f(x) = \frac{-6x}{-2x^2+7x-5}$$

3. Formule de la derivee d'un produit

Regarder la vidéo intitulée « Comment déterminer la dérivée d'un produit ? » (http://mathematxlab.com/fr/1s_nombre-derive-tangente-calcul-de-derivee/)

a. Faire l'exemple à 1'40
b. Appliquer sur les exemples suivants :

$$f(x) = (3x+1)(2x-4)$$
$$f(x) = (-3x^2 - x)(-x-1)$$
$$f(x) = (\sqrt{x}+1)(x-5)$$

4. Formule de la derivee d'un quotient

Regarder la vidéo intitulée « Comment déterminer la dérivée d'un quotient ? » (http://mathematxlab.com/fr/1s_nombre-derive-tangente-calcul-de-derivee/)

a. Faire l'exemple à 3'20
b. Appliquer sur les exemples suivants :

$$f(x) = \frac{2x+1}{3x-6} \; ; \; f(x) = \frac{-3x-1}{2x-4} \; ; \; f(x) = \frac{-3x^2+2x}{3x+4}$$

5. Formule de l'equation de la tangente

Regarder la vidéo intitulée « Comment déterminer l'équation de la tangente en un point ? » (http://mathematxlab.com/fr/1s_nombre-derive-tangente-calcul-de-derivee/)

a. Faire l'exemple à 0'10
b. Appliquer sur les exemples suivants :
   - Si $f(x) = 4x^2 + 4x + 4$, déterminer l'équation de la tangente à la courbe en $a = 1$.

- Si $f(x) = -x^2 + 1$, déterminer l'équation de la tangente à la courbe en $a = 2$.
- Si $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 8x$, déterminer l'équation de la tangente à la courbe en $a = 0$.

6. Formule du taux d'accroissement

Si $f(x) = 2x^2 + 1$, le taux d'accroissement est donné par : $T = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$.
Si on demande le taux d'accroissement de f en 3, cela signifie que $a = 3$.
En conséquence,

$$T = \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$$

Or : $f(3) = 2\times3^2 + 1\ (on\ remplace\ x\ par\ 3\ dans\ f)$

Et : $f(3+h) = 2\times(3+h)^2 + 1\ (on\ remplace\ x\ par\ 3+h\ dans\ f)$

D'où :

$$T = \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$$

$$= \frac{2\times(3+h)^2 + 1 - (2\times3^2 + 1)}{h}$$

$$= \frac{2\times(9 + 6h + h^2) + 1 - (2\times9 + 1)}{h}$$

$$= \frac{18 + 12h + 2h^2 + 1 - 19}{h}$$

$$= \frac{12h + 2h^2}{h}$$

$$= 12 + 2h$$

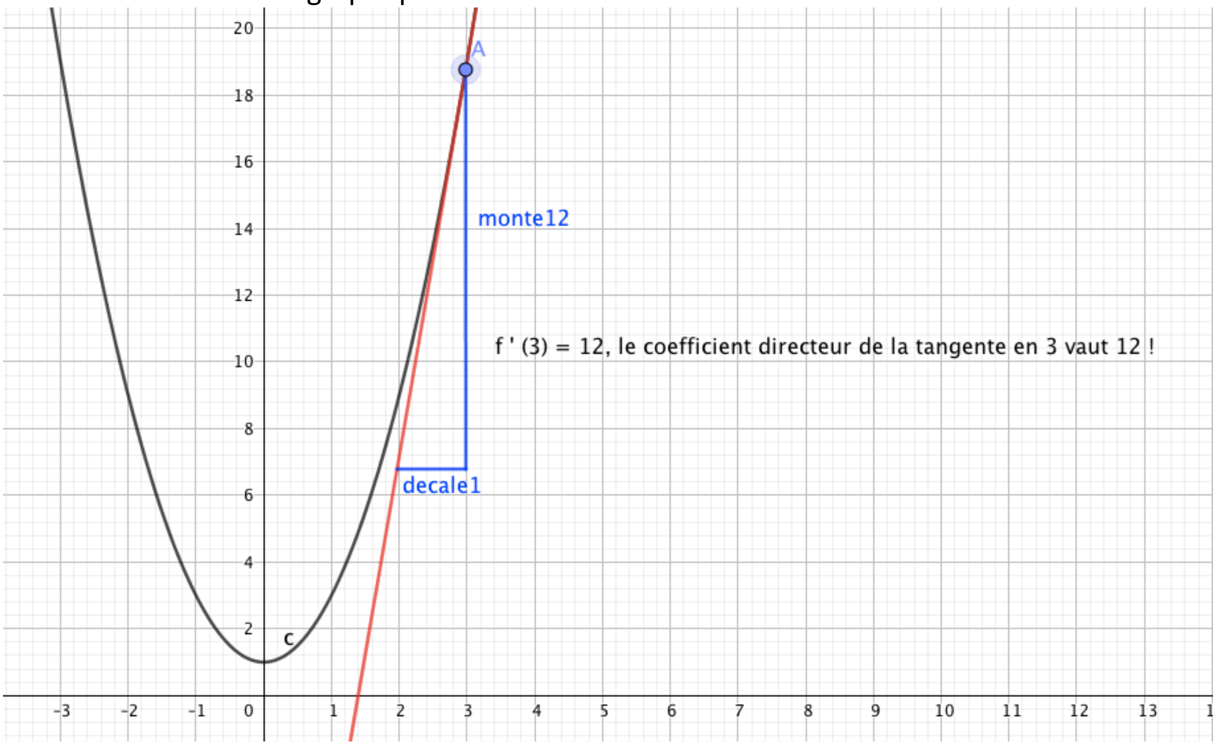
Le taux d'accroissement est donc de $T = 12 + 2h$ en $a = 3$.

a. Appliquer sur les exemples suivants :
   - Si $f(x) = 4x^2 - 3$, déterminer le taux d'accroissement en $a = 1$.
   - Si $f(x) = -3x + 1$, déterminer le taux d'accroissement en $a = 0$.

- Si $f(x) = 2x - 4$, déterminer le taux d'accroissement en $a = -1$.
- Si $f(x) = -x^2 + x - 3$, déterminer le taux d'accroissement en $a = 0$.
- Si $f(x) = \frac{1}{x}$, déterminer le taux d'accroissement en $a = 2$.

7. Formule du nombre derive

Si $f(x) = 2x^2 + 1$, le nombre dérivé en a est donné par : $f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$.
Si on demande le nombre dérivé de f en 3, cela signifie que $a = 3$.
En conséquence, $f'(3) = \lim_{h \to 0} \frac{f(3+h)-f(3)}{h}$.
Or dans la partie 6., $\frac{f(3+h)-f(3)}{h} = 12 + 2h$.
Ainsi, $f'(3) = \lim_{h \to 0} 12 + 2h = 12 + 2 \times 0 = 12$.
Finalement, le nombre dérivé en 3 vaut $f'(3) = 12$.
On peut désormais affirmer que le coefficient de la tangente à la courbe de f en 3 vaut 12, comme le corrobore le graphique ci-dessous :



a. Appliquer sur les exemples suivants en reprenant les taux d'accroissements de la partie 6 :
   - Si $f(x) = 4x^2 - 3$, déterminer le nombre dérivé en $a = 1$.
   - Si $f(x) = -3x + 1$, déterminer le nombre dérivé en $a = 0$.
   - Si $f(x) = 2x - 4$, déterminer le nombre dérivé en $a = -1$.
   - Si $f(x) = -x^2 + x - 3$, déterminer le nombre dérivé en $a = 0$.
   - Si $f(x) = \frac{1}{x}$, déterminer le nombre dérivé en $a = 2$.

8. COMMENT CONSTRUIRE UNE COURBE A L'AIDE DE SA CALCULATRICE

Regarder la vidéo : https://youtu.be/CKFKMfmdFJk

a. Appliquer cette méthode sur les exemples suivants et construire les courbes sur les intervalles identifiés :
   - $f(x) = 0,5x^2 - 3\ sur\ [-3; 3]$
   - $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 8x\ sur\ [-5; 6]$
   - $f(x) = \sqrt{x+1} + 1\ sur\ [-1; 8]$
   - $f(x) = \frac{2x+1}{3x-6}\ sur\ [-5; 5]$