Première Spécialité/Second degré: inéquations, variations

1. Rappels :

Exercice 8375

Compléter les tableaux de signe ci-dessous:

1.

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$1-x$	
$2x+1$	
$(1-x)(2x+1)$	

2.

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$x-3$	
$-2x+4$	
$(x-3)(-2x+4)$	

2. Forme canonique et factorisation :

Exercice 8373

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation:
$f(x) = 2\cdot x^2 - 16\cdot x + 30$

1. Etablir que la fonction f admet pour forme canonique:
$f(x) = 2\cdot\left[(x-4)^2 - 1\right]$

2. En déduire factoriser l'expression de la fonction f sous la forme de deux facteurs de degré 1.

Indication: la fonction f admet une factorisaiton de la forme: $f(x) = 2\cdot(a\cdot x+b)(c\cdot x+d)$ où $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

3. Dresser le tableau de signes de la fonction f.

Exercice 2249

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation:

$f(x) = 6x^2 - 9x - 6$

1. Montrer que l'expression de $f(x)$ peut s'écrire:

$$f(x) = 6\left[\left(x-\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{25}{16}\right]$$

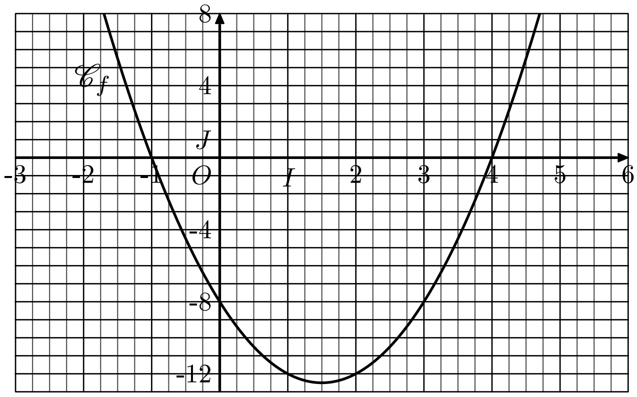
2. En remarquant que $\frac{25}{16} = \left(\frac{5}{4}\right)^2$, factoriser l'expression de la fonction f sous la forme de deux facteurs de degré 1.

3. Dresser le tableau de signes de la fonction f.

Exercice 8374

On considère la fonction f définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par:
$f(x) = 2\cdot x^2 - 6\cdot x - 8$

1. Ci-dessous est donnée la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f dans un repère $(O\,;I\,;J)$ orthogonal:



Conjecturer le tableau de signes de la fonction f.

2. (a.) Déterminer la forme canonique, puis la forme factorisée de la fonction f.

(b.) Etablir le tableau de signes de la fonction f.

3. Factorisations :

Exercice 2527

La factorisation d'un polynôme $a\cdot x^2+b\cdot x+c$ du second degré dépend de la valeur de son discriminant:

$\Delta<0$	$\Delta=0$	$\Delta>0$
Aucune factorisation	$a\cdot\left(x+\frac{b}{2\cdot a}\right)^2$	$a\cdot(x-\alpha)(x-\beta)$ où α et β sont

BY-NC

Factoriser, si possible, les expressions suivantes :

a. x^2-3x+2 b. $-2x^2-2x+4$

c. $-x^2+2x-1$ d. $4x^2+x+3$

Exercice 5711

1. Etablir que le polynôme $2x^2-3x-2$ admet pour forme factorisée :
$$2x^2-3x-2=\big(2{\cdot}x+a\big)\big(b{\cdot}x+c\big)$$
où les valeurs des nombres a, b, c seront à préciser.

2. Etablir que le polynôme $12x^2-12x+3$ admet pour forme factorisée :
$$12x^2-12x+3=3{\cdot}\big(2{\cdot}x+a\big)\big(c{\cdot}x+d\big)$$
où les valeurs des nombres a, b, c seront à préciser.

Exercice 8427

Factoriser les expressions suivantes :

a. $6{\cdot}x^2-7{\cdot}x-3$ b. $4{\cdot}x^2+12{\cdot}x+9$

Exercice 8376

1. Factoriser l'expression : $-2{\cdot}x^2-3{\cdot}x+5$.

2. Pour chaque proposition, une seule réponse est correcte. Cochez la case correspondant.

Indication : on utilisera le résultat de la question 1..

a. La forme de factorisée de $-x^2-\dfrac{3}{2}{\cdot}x+\dfrac{5}{2}$ est :

☐ $\big(x+5\big)\big(1-x\big)$ ☐ $\Big(x+\dfrac{5}{2}\Big)\big(1-x\big)$

☐ $\big(x+5\big)\Big(1-\dfrac{1}{2}{\cdot}x\Big)$ ☐ $\Big(x+\dfrac{5}{2}\Big)\Big(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}x\Big)$

b. La forme de factorisée de $-2{\cdot}x^2-3{\cdot}x+5+\big(1-x\big)$ est :

☐ $\big(2{\cdot}x+5\big)\big(2-x\big)$ ☐ $\big(2{\cdot}x+5\big){\cdot}x$

☐ $\big(2{\cdot}x+6\big)\big(2-x\big)$ ☐ $\big(2{\cdot}x+6\big)\big(2-x\big)$

c. La forme de factorisée de $-2{\cdot}\big(x+1\big)^2-3{\cdot}\big(x+1\big)+5$ est :

☐ $\big(2{\cdot}x+6\big)\big(1-x\big)$ ☐ $\big(2{\cdot}x+6\big)\big(2-x\big)$

☐ $\big(2{\cdot}x+7\big){\cdot}x$ ☐ $\big(2{\cdot}x+7\big)\big(2-x\big)$

Exercice 8290

Factoriser les expressions suivantes :

a. $2x^2-6x+2$ b. $4x^2+4x-5$ c. x^2-2x-4

Indication : on simplifiera au maximum l'expression factorisée de ces polynômes, notamment en portant un soin sur l'expression de leurs racines.

4. Tableau de signes :

Exercice 2277

Le tableau de signes d'un polynôme du second degré dépend du signe du coefficient du terme du second degré et du signe du discriminant.
Les six possibilités sont représentées ci-dessous :

	$\Delta<0$	$\Delta=0$	$\Delta>0$ (α et β sont les deux racines)
$a>0$	x : $-\infty$ … $+\infty$; Signe : $+$	x : $-\infty$ … $-b/2a$ … $+\infty$; Signe : $+$ 0 $+$	x : $-\infty$ … α … β … $+\infty$; Signe : $+$ 0 $-$ 0 $+$
$a<0$	x : $-\infty$ … $+\infty$; Signe : $-$	x : $-\infty$ … $-b/2a$ … $+\infty$; Signe : $-$ 0 $-$	x : $-\infty$ … α … β … $+\infty$; Signe : $-$ 0 $+$ 0 $-$

Etablir le tableau de signes des polynomes du second degré suivant :

a. x^2+3x+4 b. $4x^2+3x-10$ c. $4x^2-16x+16$

Exercice réservé 5712

Etablir le tableau de signes des expressions suivantes :

a. $3x^2+4x-4$ b. $-4x^2+2x+6$ f. $2x^2+11x+5$

Exercice réservé 6505

Dresser le tableau de signes de chacune des expressions ci-dessous :

a. $2{\cdot}x^2+9{\cdot}x+10$ b. $12x^2-31x+20$ c. $-5x^2-3x-1$

Exercice 8377

Etablir le tableau de signes des polynomes du second degré suivant :

a. $-x^2+2x+6$ b. $2x^2-8x-8$

Indication : les racines des polynômes seront exprimées sous la forme : $a+b\sqrt{c}$ où $a,b\in\mathbb{R}$ et $c\in\mathbb{R}_+^*$

5. Tableau de signes et inéquation :

Exercice 4460

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $x^2-3x+2>0$ b. $x^2-x-2<0$ c. $-9x^2+12x-4\leqslant0$

Exercice 8378

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $5x^2+4x-1<0$ b. $-4x^2+2x+2\geqslant0$ c. $-x^2+x-3>0$

Exercice 8428

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $-2{\cdot}x^2+x+3<0$ b. $3{\cdot}x^2-6{\cdot}x-3\geqslant0$

Exercice réservé 1643

CC BY-NC

On considère le polynome $\mathcal{P}$ admettant pour expression :
$\mathcal{P} = 2{\cdot}x^3 + 7{\cdot}x^2 - 7{\cdot}x - 12$

1. Etablir la factorisation suivante où b est un nombre réel à déterminer :
$\mathcal{P} = (x+1){\cdot}(2{\cdot}x^2 + b{\cdot}x - 12)$

2. En déduire le tableau de signes du polynôme $\mathcal{P}$.

Exercice 1158

On considère le polynôme du troisième degré :

$\mathcal{P} = 3x^3 + 5x^2 - 5x + 1$

On sait que le polynôme P admet une factorisation de la forme :
$\mathcal{P} = (3x-1)(a{\cdot}x^2 + b{\cdot}x + c)$

1. Déterminer les valeurs de a, b, c vérifiant cette factorisation.

2. En déduire l'ensemble des racines du polynôme $\mathcal{P}$.

3. Dresser le tableau de signes de $\mathcal{P}$.

Exercice 2965

1. a. Etablir que le polynôme $P(x) = 2x^2 - x + 1$ est strictement positif sur $\mathbb{R}$.
   b. En déduire le signe du polynôme :
   $Q(x) = (2x^2 - x + 1)^2 + 3{\cdot}(2x^2 - x + 1) + 1$

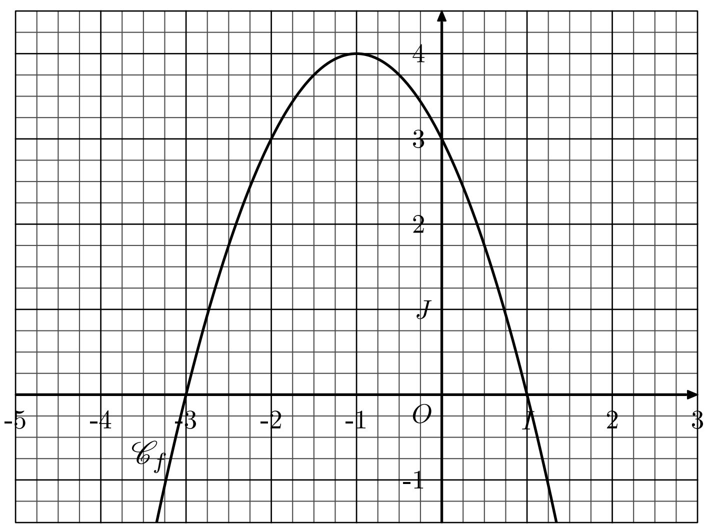
2. a. Donner la forme dévelopée réduite du polynôme Q.
   b. Justifier que l'équation ci-dessous n'admet aucune solution :
   $4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 5 = 0$

6. Positions relatives de courbes :

Exercice 5742

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f(x) = -x^2 - 2x + 3$

Ci-dessous est donnée la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f dans un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé :



On considère la fonction affine g définie par la relation :
$g(x) = -x + 1$

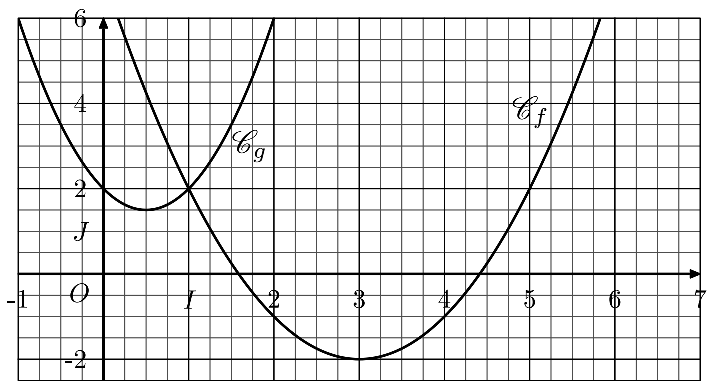
1. Tracer dans le repère ci-dessous la droite (d) représentative de la fonction g.

2. a. Etablir le tableau de signes de l'expression : $f(x) - g(x)$.
   b. En déduire la position relative des courbes $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_f$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice réservé 6506

On considère les deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = x^2 - 6{\cdot}x + 7 \quad ; \quad g(x) = 2{\cdot}x^2 - 2{\cdot}x + 2$

Dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O\,;I\,;J)$, on donne les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives respectivement des fonctions f et g.



1. Déterminer les zéros de la fonction f.

2. Déterminer la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Exercice 2279

On considère la parabole $\mathcal{P}$ d'équation $y = x^2 - x - 10$ et la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = 2x - 1$.

1. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{D}$ et $\mathcal{P}$.

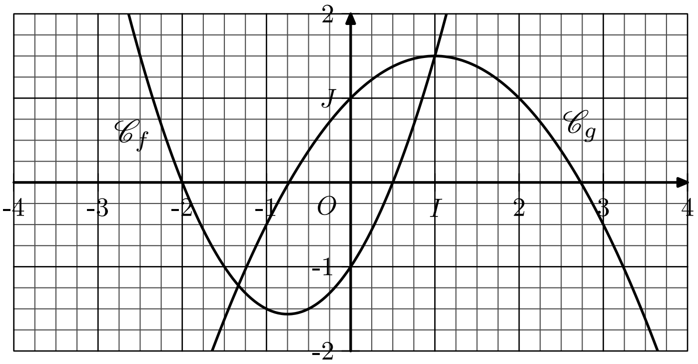
2. Donner les valeurs de x pour lesquelles le point $\mathcal{P}$ ayant pour abscisse x se trouve au dessus du point de $\mathcal{D}$ ayant même abscisse.

Exercice 2973

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives des fonctions f et g définies par :

$f(x) = x^2 + \dfrac{3}{2}{\cdot}x - 1 \quad ; \quad g(x) = -\dfrac{1}{2}{\cdot}x^2 + x + 1$

 CC BY-NC



On répondra algébriquement aux questions ci-dessous :

1. Déterminer les zéros des fonctions f et g. *(c'est à dire les antécédents de 0 par chacune de ces deux fonctions)*

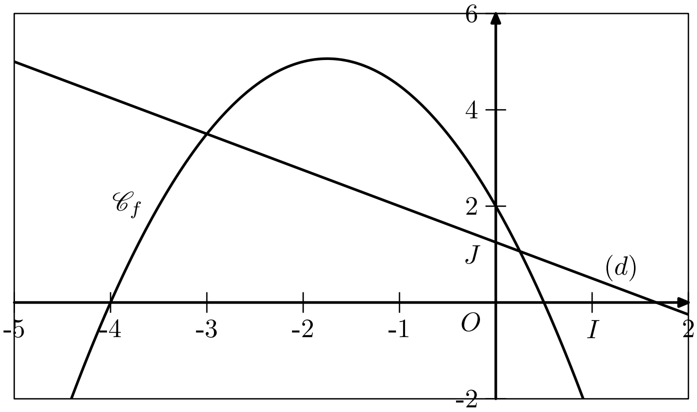
2. Déterminer, algébriquement, la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Exercice 4614

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = -x^2 - \frac{7}{2}x + 2$$

Dans le plan munit d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, est donnée la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f et la droite (d) d'équation : $y = -\frac{3}{4}\cdot x + \frac{5}{4}$



1. a. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses.

   b. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des ordonnées.

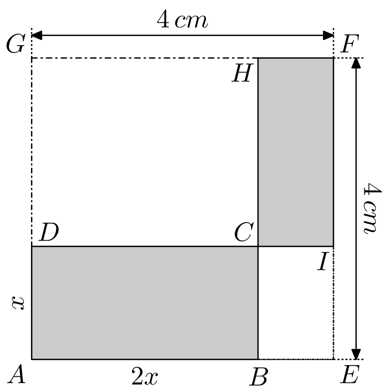
2. Déterminer la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et (d) sur $\mathbb{R}$.

7. Problèmes et inéquations :

Exercice 8383

On considère la figure ci-dessous composée :

- du carré $AEFG$,
- de deux rectangles $ABCD$ et $CIFH$.



Les points B, D, I, H appartiennent aux côtés du carré $AEFG$.

On considère le domaine grisé représenté ci-contre et on note son aire $\mathcal{A}$:

(les mesures sont exprimées en centimètre)

Déterminer l'ensemble des valeurs de x réalisant l'inéquation :

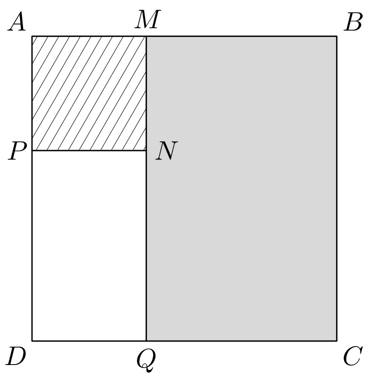
$$\mathcal{A} \geqslant \frac{37}{4}$$

Toute trace de recherche ou de prise d'initiative sera prise en compte dans l'évaluation.

Exercice 8429

On considère la figure ci-contre où $ABCD$ est un carré dont les côtés mesurent $5\,cm$.

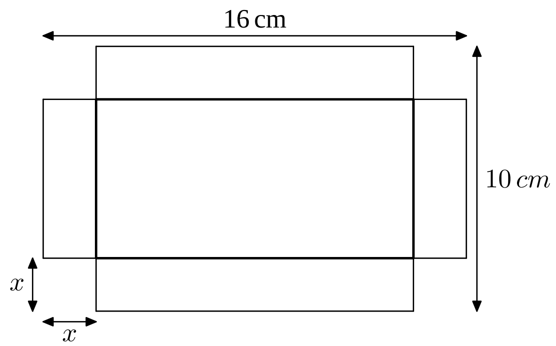
On considère un point M sur le segment $[AB]$ et on place le point P sur le segment $[AD]$ et les points N et Q afin que $AMNP$ soit un carré et $BCQM$ est un rectangle.



On note x la mesure du segment $[AM]$. Déterminer l'ensemble des valeurs de x afin que l'aire du carré $AMNP$ soit strictement supérieure à l'aire du rectangle $BCQM$.

Exercice 8382

On veut réaliser, dans le patron ci-dessous une boîte rectangulaire sans couvercle. Les longueurs sont exprimées en *cm*.



1. a. Lorsque la boîte sera construire, le nombre x représentera quelle dimension ? La longueur, la largeur ou la hauteur ?

   b. Quelles valeurs peut prendre la variable x dans ce problème ?

   c. Donner l'expression du volume $\mathscr{V}$ en fonction de la valeur de x.

2. Dans cette question, nous cherchons pour quelles valeurs de "x", cette boîte possède un volume égal à $144\,cm^3$:

   a. Déterminer la valeur des réels de a et de b vérifiant la factorisation suivante :

   $$4x^3 - 52x^2 + 160x - 144 = (a\cdot x + b)(2x-4)^2$$

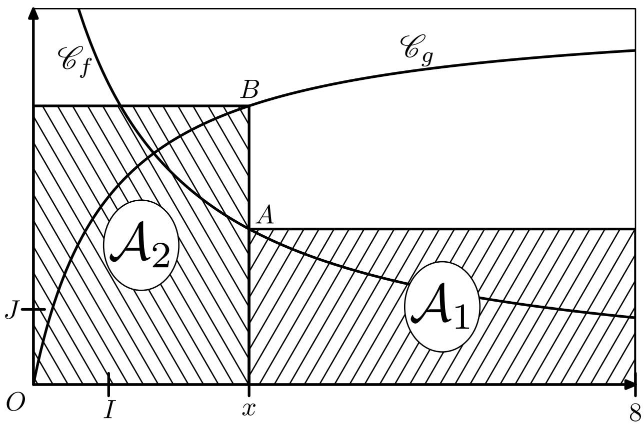
   b. En déduire les valeurs de x pour lesquelles $\mathscr{V}(x)$ a pour valeur 144.

 BY-NC

Exercice 2956

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère la représentation des deux fonctions f et g dont l'image de x est défini par :

$$f(x)=\frac{8}{x+1} \quad ; \quad g(x)=\frac{-6}{x+1}+6$$



Le nombre x appartient à l'intervalle $[0\,;8]$. On considère les points A et B d'abscisse x appartenant respectivement aux courbes représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Parallèlement aux axes, on construit deux rectangles représentés ci-dessus ; on note $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$ chacune de leurs aires.

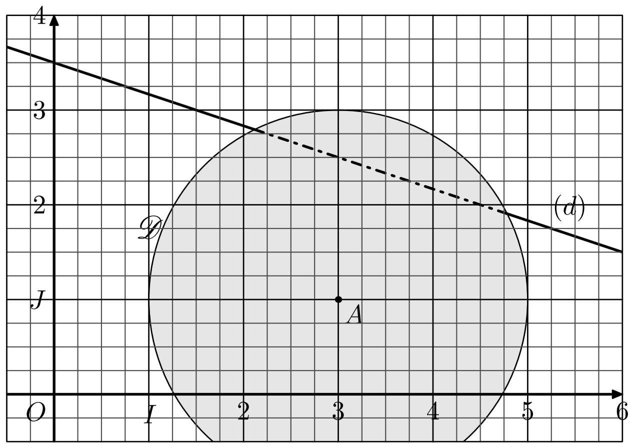
1. Déterminer l'expression des aires $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$ en fonction de la valeur de x.

2. Déterminer pour quelles valeurs de x, on a : $\mathcal{A}_2 \geqslant \mathcal{A}_1$

8. Problèmes, inéquations et racines carrées :

Exercice 8105

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère le disque $\mathscr{D}$ de centre $A(3\,;1)$ et de rayon 2 et la droite (d) passant par les points $B(0\,;3{,}5)$ et $C(1{,}5\,;3)$

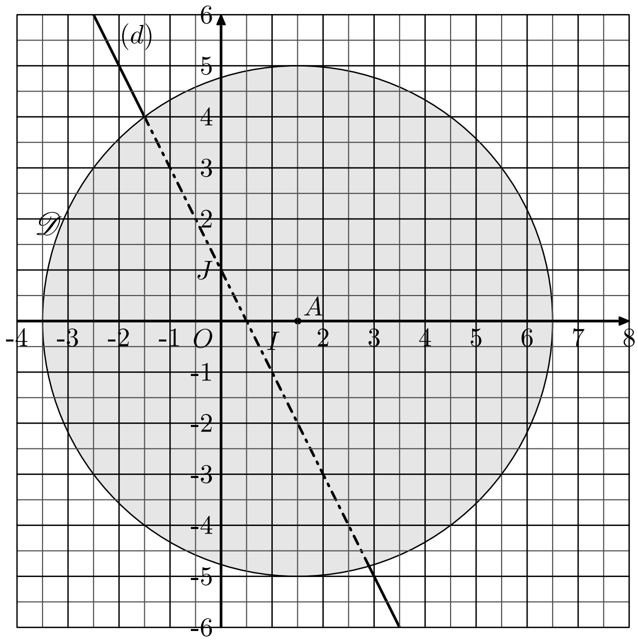


Déterminer l'ensemble des abscisses des points de la droite (d) inclus dans le disque $\mathscr{D}$.

Indication : on s'intéressera à l'ensemble des points M de la droite (d) tels que $AM^2 \leqslant 4$

Exercice 8110

Dans le plan munit d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère le disque $\mathscr{D}$ de centre $A\left(\dfrac{3}{2}\,;0\right)$ et de rayon 5 et la droite (d) passant par les points $B(-2\,;5)$ et $C(1\,;-1)$



Déterminer l'ensemble des abscisses des points de la droite (d) inclus dans le disque $\mathscr{D}$.

Indication : on s'intéressera à l'ensemble des points M de la droite (d) tels que $AM^2 \leqslant 25$

Exercice 5821

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est définie par :

$$f(x)=\frac{2}{x-\sqrt{-x^2+6x-8}}$$

1. a. Résoudre l'inéquation : $-x^2+6x-8 \geqslant 0$.

   b. Démontrer que l'équation suivante n'admet aucune solution :
   $$x=\sqrt{-x^2+6x-8}$$

   c. Donner l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de la fonction f

2. Démontrer que la fonction f est positive sur son ensemble de définition.

9. Simplifications de fractions rationnelles :

Exercice 7154

On considère la fonction f définie par : $f(x)=x^2-6{\cdot}x-7$

1. Déterminer la forme factorisée de la fonction f.
2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}\backslash\{3\,;7\}$ par :
$$g(x)=\frac{x^2-6{\cdot}x-7}{(x-3)(x-7)}.$$
   a. Simplifier l'expression de la fonction g.
   b. Dresser le tableau de signes de la fonction g.

Exercice 7102

Simplifier la fraction rationnelle suivante : $\dfrac{x^2-x-2}{2x^2-3x-2}$

Exercice 2528

Simplifier l'expression des fractions rationnelles ci-dessous :

a. $\dfrac{3x-1}{3x^2+2x-1}$ b. $\dfrac{6x^2-5x+1}{1-4x^2}$

Exercice 2746

On considère la fonction f dont l'image de x est définie par la fraction rationnelle ci-desous :
$$f(x)=\frac{8x^2+6x-5}{14x^2-13x+3}$$
Donner l'ensemble de définition de la fonction f, puis déterminer, si elle existe, la forme simplifiée de $f(x)$.

Exercice 7103

Simplifier l'expression rationnelle ci-dessous :
$$\frac{3x^2-6x-6}{x^2-(\sqrt{3}+2)x+(\sqrt{3}+1)}$$

10. Forme canonique et extrémums :

Exercice 4407

On considère l'expression $-2x^2+8x+1$:

1. Etablir l'égalité suivante :
$$-2x^2+8x+1=-2(x-2)^2+9$$
2. En déduire que cette expression atteint son maximum en $x=2$. Quelle est sa valeur maximale?

Exercice 8516

1. Déterminer la forme canonique de l'expression :
$$x^2-10x-2$$
2. Justifier que cette expression admet pour valeur minimale -27 et que cette valeur est atteinte en 5.

Exercice 8517

On considère le polynôme $x^2-6x+12$:

1. Déterminer la forme canonique de ce polynôme.
2. Justifier que ce polynôme est strictement positif pour toute valeur de x.

Exercice réservé 4481

On considère le polynôme $6x^2-4x+2$.

1. Déterminer la forme canonique de ce polynôme.
2. Justifier que $\dfrac{4}{3}$ est la valeur minimale prise par ce polynôme sur $\mathbb{R}$.

Exercice 8518

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x)=3x^2+a{\cdot}x+b \quad \text{où } a,b\in\mathbb{R}$$
Déterminer les valeurs de a et de b afin que la fonction f atteint sa valeur minimale 2 pour $x=3$.

11. Forme canonique et sens de variations :

Exercice 7252

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$$f(x)=x^2+6x+2$$

1. Justifier que la fonction f admet pour forme canonique :
$$f(x)=(x+3)^2-7$$
2. Etablir la décroissance de la fonction f sur l'intervalle $]-\infty\,;-3]$.

 CC BY-NC

Indication : on utilisera les deux propriétés suivantes :

- La fonction carré étant décroissante sur $\mathbb{R}_-$, on a :
  $a<b<0 \implies a^2>b^2$
  ce qui se traduit par la phrase : "*deux nombres négatifs et leurs carrés sont comparés dans l'ordre inverse.*"
- La fonction carré est croissante sur $\mathbb{R}_+$, on a :
  $0<a<b \implies a^2<b^2$
  ce qui se traduit par la phrase : "*deux nombres positifs et leurs carrés sont comparés dans le même ordre.*"

Exercice réservé 7253

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f(x) = -2x^2 + 6x + 1$

1. Montrer que la fonction f admet pour forme canonique :
$$f(x) = -2\cdot\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{11}{2}$$

2. Etablir la décroissance de la fonction f sur l'intervalle $\left[\frac{3}{2}\,;+\infty\right[$.

Exercice 8519

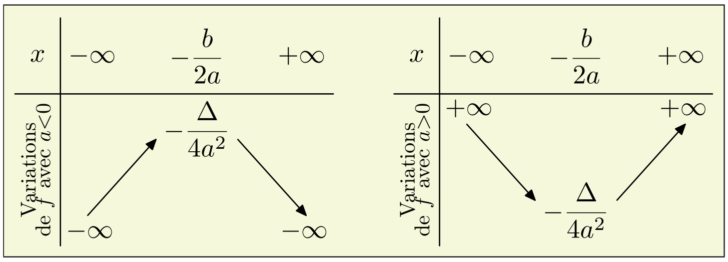
On considère la fonction f définie par :
$$f(x) = \frac{1}{-x^2+2x+4}$$

1. Montrer que l'ensemble de définition de f est :
$\mathcal{D}_f = \mathbb{R}\backslash\{1-\sqrt{5}\,;1+\sqrt{5}\}$

2. Sur l'intervalle $]1+\sqrt{5}\,;+\infty[$, établir le sens de la fonction f.

12. Tableau de variations :

Exercice réservé 3080



Dresser le tableau de variations des fonctions polynômiales du second degré ci-dessous :

a. $f(x) = 3\cdot x^2 - 3\cdot x + 2$ b. $g(x) = -x^2 - 2\cdot x + 3$

Exercice 2976

Pour chacune des fonctions, dresser le tableau de variations et donner les caractéristiques de leur extréma :

a. $f : x \longmapsto 2x^2 + 8x + 1$ b. $g : x \longmapsto -x^2 + 2x + 1$

Exercice 8380

Pour chacune des fonctions, dresser le tableau de variations et donner les caractéristiques de leur extréma :

1. $f(x) = -3x^2 + 9x - 2$ 2. $g(x) = 3x^2 + 2x + 2$

Exercice 8522

Pour chacune des fonctions, dresser le tableau de variations et donner les caractéristiques de leur extréma :

1. $f : x \longmapsto \frac{1}{6}\cdot x^2 + \frac{1}{4}x + 1$ 2. $g : x \longmapsto -x^2 + 2\sqrt{3}x - 1$

Exercice 4502

1. On considère la fonction f définie par :
$f(x) = a\cdot x^2 + 3x + 2$ où $a\in\mathbb{R}$

Sachant que sa courbe représentative passe par le point de coordonnées $A(-2\,;-12)$, déterminer l'expression complète de la fonction f.

2. Soit g la fonction dont l'image d'un nombre réel x est définie par :
$g(x) = 3x^2 + b\cdot x + 1$ où $b\in\mathbb{R}$

Sachant que le sommet de la parabole représentative de la fonction g a pour abscisse 1, déterminer l'expression complète de la fonction g.

13. Tableau de variations et racines :

Exercice 2977

Soit h la fonction définie par la relation :
$h(x) = 4x^2 + 2x + 1$

1. Dresser le tableau de variations de la fonction h.
2. Justifier que la fonction h ne s'annule jamais sur $\mathbb{R}$.

Exercice 8520

Soit f la fonction définie par la relation :
$f(x) = 2x^2 + 3x + 1$

1. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
2. Justifier que la fonction f s'annule en deux valeurs.

Exercice 8521

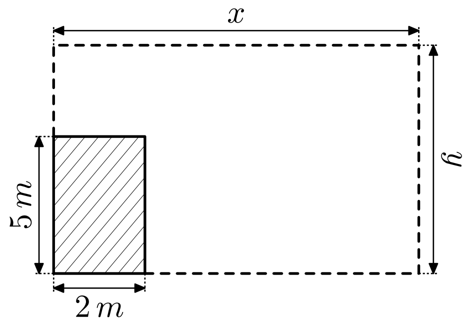
Soit g la fonction définie par la relation :
$g(x) = -4x^2 + 4x - 1$

1. Dresser le tableau de variations de la fonction g.
2. Justifier que la fonction g s'annule en une unique valeur qu'on précisera.

BY-NC

Exercice réservé 4867

Dans son champ, un agriculteur possède un poulailler de forme rectangulaire et de dimensions $5\,m$ et $2\,m$. Il souhaite construire un enclos comme l'indique la figure ci-dessous avec $17\,m$ de clôture :



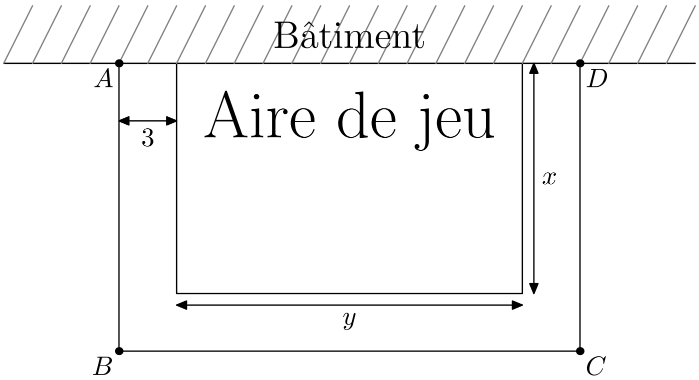
Le poulailler est représenté par la partie hachurée, la clôture est représentée en pointillés et la partie extérieure dédiée aux poules est représentée par la partie blanche.

On note $\mathcal{A}$ l'aire de la partie extérieure.

1. Etablir la relation suivante entre x et y :
   $x+y=12$
2. Démontrer que l'aire de l'espace extérieur a pour expression : $\mathcal{A}(x)=-x^2+12\cdot x-10$
3. Dresser le tableau de variations de la fonction $\mathcal{A}$ sur $\mathbb{R}$.
4. Déterminer les valeurs de x et de y pour que l'aire de l'espace extérieur réservé aux poules soient maximale.

Exercice 8379

On veut construire le long d'un bâtiment une aire de jeu rectangulaire. De plus, on souhaite que les dimensions de ce rectangle soient supérieures ou égales à $10\,m$. Cet espace de jeu est entouré sur trois côtés d'une allé de $3\,m$ de large comme l'indique le croquis ci-dessous.



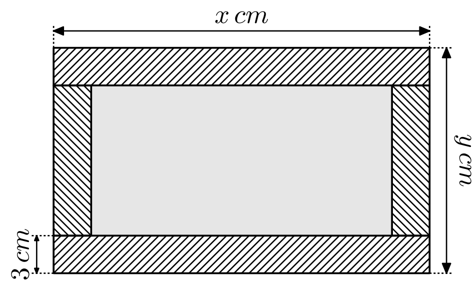
L'ensemble est clôturé sur les trois côtés $[AB]$, $[BC]$ et $[CD]$.
On s'intéresse à la longueur $\mathscr{L}$ de la clôture :
$\mathscr{L}=AB+BC+CD$.
On note x et y les dimensions en mètres de l'aire de jeu *(la valeur de x et de y sont nécessairement positifs)*.

On dispose de 100 mètres de clôture qu'on souhaite entièrement utilisé :

1. a. Exprimer, dans ces conditions, la valeur de y en fonction de x.
   b. Justifier que la valeur de x doit être inférieure à 44.
2. Déterminer les dimensions afin que les 100 mètres de clôtures soient utilisés et que l'aire de jeu soit maximale.

Exercice 8381

Un menuisier dispose d'une baguette de bois de 100 centimètres de longueur et de 3 centimètres de largeur. Il souhaite utiliser toute la longueur de cette baguette pour la confection d'un cadre en bois à l'image du dessin ci-dessous :

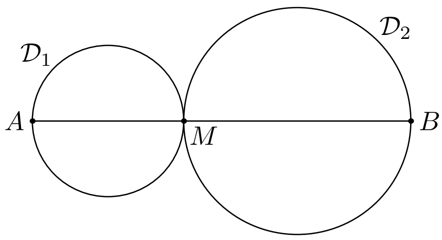


On note $\mathcal{A}(x)$ l'aire intérieur du cadre en fonction de x.

1. Dresser le tableau de variations de la fonction $\mathcal{A}$.
2. En déduire les dimensions du cadre afin que l'aire intérieure soit maximale.

Exercice 8104

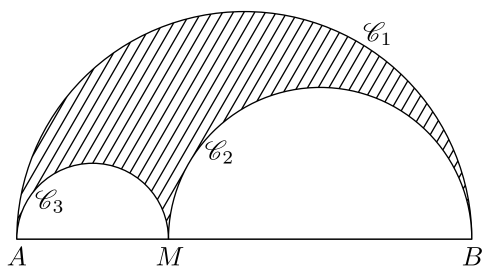
On considère un segment $[AB]$ de longueur $1\,m$, un point M appartenant au segment $[AB]$ et les deux disques $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ de diamètres respectif $[AM]$ et $[MB]$.



Déterminer le ou les emplacements du point M tels que la somme des aires des disques $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ soit minimale.

Exercice 8430

La figure ci-dessous est composé du segment $[AB]$ mesurant $6\,cm$ et d'un point M appartement au segment $[AB]$.
Le demi-cercle $\mathscr{C}_1$ *(resp.* $\mathscr{C}_2$, $\mathscr{C}_3$*)* admet le segment $[AB]$ *(resp.* $[MB]$, $[AM]$*)* pour diamètre.



On note x la longueur du segment $[AB]$. Déterminer pour quelle*(s)* valeur*(s)* de x l'aire du domaine hachurée est maximale.

 BY-NC

255. Exercices non-classés :

Exercice 7221

1. Résoudre l'équation ci-dessous en donnant les réponses arrondies au centième près :

$$3{\cdot}x^2+x-1=0$$

2. Donner la forme factorisée des expressions suivantes :

a. $3{\cdot}x^2-3{\cdot}x-6$ b. $12{\cdot}x^2+12{\cdot}x+3$

3. Résoudre les inéquations :

a. $6{\cdot}x^2+x-1\geqslant 0$ b. $3{\cdot}x^2+x+1<0$

Exercice 2245

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont l'image d'un nombre x est définie par la relation algébrique :

$$f(x)=4x^2+4x-3$$

1. a. Démontrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$, on a :
$$f(x)=(2x-1)(2x+3)$$

b. Démontrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$, on a :
$$f(x)=(2x+1)^2-4$$

2. Pour chacune des questions suivantes, utiliser la forme la plus adaptée :

a. Déterminer les antécédents de 0 par la fonction f.

b. Sachant que le carré d'un nombre est toujours positif ou nul, établir que la fonction f est minorée par -4.

c. Déterminer le signe de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

d. Résoudre l'inéquation : $f(x)\geqslant 5$.

Exercice 8213

On considère la fonction f définie par le polynôme du second degré : $f(x)=4x^2-12x+8$

1. Déterminer la forme canonique de l'expression de f.

2. Etablir qu'en $x=\dfrac{3}{2}$, la fonction f admet un minimum.
On donnera les élèments caractéristiques de cet extrema.

a. Vérifier que le nombre 1 est un zéro de la fonction f.

b. En déduire la forme factorisée de la fonction f.

c. Dresser le tableau de signes de la fonction f.

Exercice réservé 5054

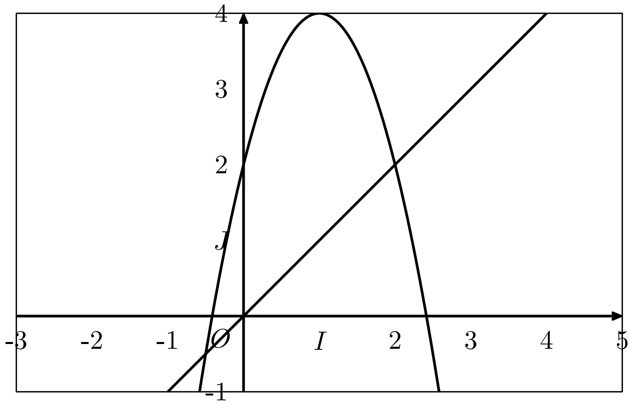
On considère la fonction f dont l'image de tout nombre réel x est définie par la relation :

$$f(x)=-2x^2+4x+2$$

1. a. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

b. Déterminer les deux zéros de la fonction f.

2. Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f et la droite (Δ) première bissectrice du plan admettant pour équation $y=x$.



Algébriquement, étudier la position relative de la courbe $\mathscr{C}_f$ et de la droite (Δ).

Exercice 2276

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ définies par les relations :

$$f(x)=x^2+x+1 \quad ; \quad g(x)=-2x^2-3x+5$$

1. Dresser le tableau de variations de chacune de ces fonctions.

2. Etablir le tableau de signes de chacune de ces fonctions.

 BY-NC