Première Spécialité/Somme des termes d'une suite

1. Rappels sur les puissances :

Exercice 7585

Exprimer chacun des calculs sous la forme a^n où a est un nombre réel non-nul $(x \in \mathbb{R}^*)$ et n un entier relatif $(n \in \mathbb{Z})$:

a. $2^5 \times 2^7$ b. $\dfrac{2^8}{2^{-3}}$ c. $\dfrac{5^5}{5^{12}}$

d. $\dfrac{3^5 \times 3^2}{3^4}$ e. $\left(3^2\right)^5$ f. $\left(\dfrac{3^2}{5^3}\right)^4 \times 5^{20}$

Exercice 7586

1. Etablir chacune des égalités suivantes:

a. $3^9 + 2 \times 3^9 = 3^{10}$ b. $5^6 + 2^2 \times 5^6 = 5^7$

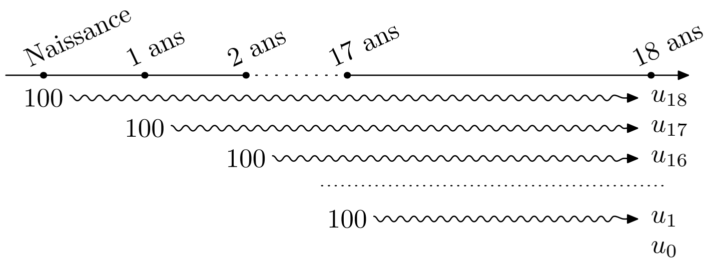
2. Etablir chacune des égalités suivantes:

a. $2^5 + 2^6 = 3 \times 2^5$ b. $3^9 - 3^7 = 8 \times 3^7$

2. Activité d'introduction avec Python :

Exercice 7581

Depuis le jour de la naissance de leur fille Aline, les parents ont déposé la somme de 100 € par an sur un livret A au nom de leur enfant.
On suppose que sur la période d'étude, le taux de rémunération du livret est resté constant à 1 %.



Comme indiqué ci-dessus ont construit les termes u_0, u_1, ..., u_{18} associé à la valeur, le jour des 18 ans d'Aline, de chaque somme déposée par les parents.

1. a. Donner les valeurs des termes u_0, u_1 et u_2.

   b. Donner la valeur de u_{18}, approchée au centième près, représentant la somme acquise par les 100 € déposés le jour de sa naissance.

2. Pour déterminer la somme disposant le livret A le jour de ses 18 ans, nous allons utiliser un logiciel de programmation.

   a. Dans le logiciel choisi, saisissez l'algorithme suivant :

```
S ← 0
Pour i allant de 0 à 5
    u ← 3+2×i
    S ← S+u
Fin Pour
```

   b. Justifier qu'à la fin de son exécution, la variable S contient la somme des 6 premiers termes de la suite arithmétique de premier terme 3 et de raison 2.

   c. Modifier cet algorithme pour que la variable S contienne, en fin d'exécution de l'algorithme, la somme présente sur le livret A le jour des 18 ans d'Aline.

3. On note S_{18} la somme des 19 premiers termes de la suite (u_n) :
$S_{18} = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{18}$

   Parmi les quatre propositions ci-dessous, une seule est exacte.

   a. $S_{18} = 100 \times 1{,}01^{18}$ b. $S_{18} = 100 \times \dfrac{1 - 1{,}01^{17}}{1 - 1{,}01}$

   c. $S_{18} = 100 \times \dfrac{1 - 1{,}01^{18}}{1 - 1{,}01}$ d. $S_{18} = 100 \times \dfrac{1 - 1{,}01^{19}}{1 - 1{,}01}$

   A l'aide de la valeur approchée obtenue à l'aide du logiciel, conjecturer l'expression correcte de S_{18}.

Exercice 7583

Le problème de l'**échiquier de Sissa** [...] est un problème de mathématique pouvant s'exprimer ainsi :

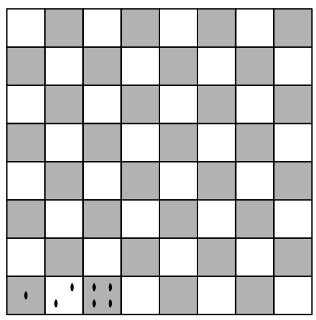
> *"On place un grain de blé sur la première case d'un échiquier. Si on fait en sorte de doubler à chaque case le nombre de grains de la case précédente (un grain sur la première case, deux sur la deuxième, quatre sur la troisième, etc...), combien de grains de riz obtient-on au total"*

Source : Wikipédia

Pour rappel, un échiquier est composé de 64 cases blanches ou noires.

Ainsi, ayant complété les trois premières cases, il y a 7 grains de blé sur l'échiquier.

Combien de grains de blé faut-il pour compléter l'échiquier?



1. Combien de grain de blé sera mis dans la $10^{\text{ème}}$ case?

On souhaite approcher la réponse à cet exercice à l'aide d'un langage de programmation.

2. **a.** Dans le langage choisi, saisissez l'algorithme suivant :

```
S ← 0
Pour i allant de 0 à 5
    u ← 3+2×i
    S ← S+u
Fin Pour
```

b. Justifier qu'à la fin de son exécution, la variable `S` contient la somme des 6 premiers termes de la suite arithmétique de premier terme 3 et de raison 2.

3. Adapter cet algorithme afin que la variable `S` ait, en fin d'exécution, pour valeur le nombre de grains de blé présent sur l'échiquier à la fin du jeu.

Donner la valeur approchée de la variable `S` en fin d'algorithme.

4. Parmi les quatre propositions ci-dessous, une seule :

a. $S = 1\times2^{63}$ **b.** $S = \dfrac{1-2^{63}}{1-2}$

c. $S = \dfrac{1-2^{64}}{1-2}$ **d.** $S = \dfrac{1-2^{65}}{1-2}$

A l'aide de la valeur approchée obtenue à l'aide du logiciel, conjecturer la réponse correcte.

3. Activité d'introduction :

Exercice réservé 7582

Le tapis de Sierpinski *(1916)* du nom de son créateur polonais, est construit par une succession d'étapes définies par :

A chaque carré blanc, on le subdivise en 9 carrés identiques en partageant ses côtés en trois segments de même longueur et on colorie en noir le carré central

Voici les six premières étapes de cette construction :

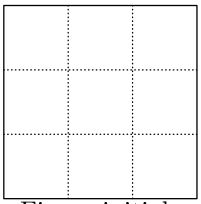
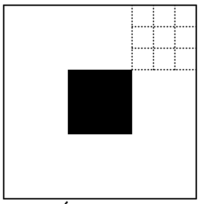
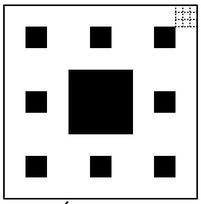
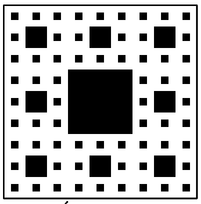
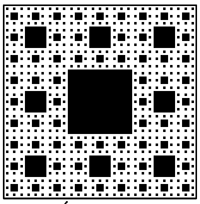


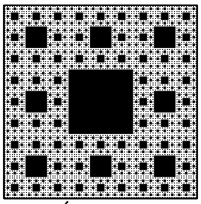
Figure initiale


Étape 0


Étape 1


Étape 2


Étape 3


Étape 4

1. Pour les figures obtenues à l'étape 5 et suivant :

- Combien de carrés noirs de côté $\dfrac{1}{3}$ contient la figure?
- Combien de carrés noirs de côté $\dfrac{1}{9}$ contient la figure?
- Combien de carrés noirs de côté $\dfrac{1}{27}$ contient la figure?

2. A l'aide du logiciel de programmation, déterminer le nombre exact S de carré noirs présents à l'étape 4?

3. Déterminer les valeurs de q et n pour que l'égalité soit réalisée :
$$S = \frac{1-q^k}{1-q}$$

Exercice réservé 7584

Un globe-trotter a parié de parcourir $5\,000\,km$ à pied.

Il peut, frais et dispos, parcourir $50\,km$ en une journée, mais chaque jour, la fatigue s'accumule et donc sa performance diminue de $1\,\%$ tous les jours.

On note u_0 la distance parcourue le premier jour de course et de manière générale u_n le $n^{\text{ème}}$ jour de course.

1. **a.** Donner la valeur des termes u_0, u_1, u_2.

b. Déterminer la distance parcourue le $30^{\text{ème}}$ jour de course arrondie au mètre près.

2. Pour déterminer la distance parcourue après 45 jours de course, nous allons utiliser une feuille de calcul automatisée :

a. Recopier et compléter la feuille de calcul ci-dessous jusqu'à la colonne `AY`.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Jour de course	1	2	3	4	5	6	7
2	Distance parcourue *(en km)*							
3								

b. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule `B2` afin d'être recopiée vers la droite et que la plage de cellules `B2:AT2` représentent les distances des 45 premiers jours de course.

c. Donner la valeur approchée, au mètre près, de la distance parcourue par le coureur sur les 45 premiers jours de courses.

3. On note S_{45} la somme des 45 premiers termes de la suite (u_n) :
$$S_{45} = u_0 + u_1 + \cdots + u_{44}$$

Parmi les quatre propositions ci-dessous, une seule est exacte.

a. $S_{45} = 50\times0{,}99^{45}$ **b.** $S_{45} = 50\times\dfrac{1-0{,}99^{44}}{1-0{,}99}$

c. $S_{45} = 50\times\dfrac{1-0{,}99^{45}}{1-0{,}99}$ **d.** $S_{45} = 50\times\dfrac{1-0{,}99^{46}}{1-0{,}99}$

A l'aide de la valeur approchée obtenue à l'aide du logiciel, conjecturer l'expression correcte de S_{45}.

4. Première approche de la récurrence ⚠ :

Exercice réservé 7554

On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 5 et de raison 3. On note S_n la somme des $n+1$ termes de la suite (u_n) :
$S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

1. Déterminer la valeur de S_3.

2. a. On admet l'égalité $S_6 = \frac{5}{2}\cdot(3^7-1)$. Etablir :
$S_6 + u_7 = \frac{5}{2}\cdot(3^8-1)$

   b. En utilisant le résultat et la démarche précédente, établir une forme simplifiée de la somme S_8

3. Parmi les formules ci-dessous, exprimant la somme S_n en fonction de n, une seule est correcte. Laquelle?

   a. $u_0 + u_1 + \cdots + u_n = 5 \cdot \dfrac{3^{n+1}-1}{1-3}$

   b. $u_0 + u_1 + \cdots + u_n = 5 \cdot \dfrac{1-3^n}{1-3}$

   c. $u_0 + u_1 + \cdots + u_n = 5 \cdot \dfrac{1-3^{n+1}}{1-3}$

   d. $u_0 + u_1 + \cdots + u_n = 5 \cdot \dfrac{3^{n+1}-1}{1-3}$

Exercice réservé 7555

On considère la suite (u_n) de premier terme 3 et de raison r. On note S_n la somme des $n+1$ termes de la suite (u_n) :
$S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

1. Etablir que la somme S_3 admet pour expression :
$S_3 = 12 + 6\cdot r$

2. a. On admet la formule : $S_{10} = \dfrac{11\times(6+10\cdot r)}{2}$
En déduire la relation : $S_{11} = 6\times(6+11\cdot r)$

   b. Etablir l'implication suivante :
$$S_{11} = 6\times(6+11\cdot r) \implies S_{12} = \frac{13\times(6+12\cdot r)}{2}$$

3. Parmi les formules ci-dessous, une seule est exacte :

   a. $S_n = \dfrac{n\cdot(2\cdot u_0 + n\cdot r)}{2}$

   a. $S_n = \dfrac{(n+1)\cdot(2\cdot u_0 + n\cdot r)}{2}$

   a. $S_n = \dfrac{n\cdot[2\cdot u_0 + (n+1)\cdot r]}{2}$

   a. $S_n = \dfrac{(n+1)\cdot[2\cdot u_0 + (n+1)\cdot r]}{2}$

   Quelle formule peut-on conjecturer exacte?

5. Nombre de termes d'une suite de termes :

Exercice 5124

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite numérique. Pour chacune des questions, donner le nombre de termes composant la somme :

a. $u_0 + u_1 + \cdots + u_{32}$
b. $u_5 + u_6 + \cdots + u_{15}$
c. $u_0 + u_1 + \cdots + u_n$
d. $u_5 + u_6 + \cdots + u_n$
e. $u_k + u_{k+1} + \cdots + u_{100}$
f. $u_k + u_{k+1} + \cdots + u_n$
g. $u_0 + u_2 + \cdots + u_{88}$
h. $u_{3k} + u_{3k+3} + \cdots + u_{99}$
i. $\sum_{k=0}^{64} u_k$
j. $\sum_{k=5}^{16} u_{2k}$

Exercice 6528

On considère une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$. Déterminer le nombre de termes de chacune des sommes ci-dessous :

a. $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8$
b. $u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9 + u_{10} + u_{11} + u_{12}$
c. $u_{11} + u_{12} + u_{13} + \ldots + u_{25} + u_{26}$
d. $u_8 + u_9 + u_{10} + \cdots + u_{31} + u_{32}$

Exercice réservé 6529

Ci-dessous sont présentées des suites "*logiques*" de nombres. Déterminer le nombre de termes de chacune de ces sommes :

a. $1 + 4 + 9 + 16 + \ldots + 144 + 169$
b. $3 + 7 + 11 + 15 + \ldots + 79 + 83$
c. $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 1 + 2 + \ldots + 256 + 512$
d. $16 + 32 + 64 + \ldots + 2^{15} + 2^{16}$

6. Suite arithmétique : somme des premiers termes :

Exercice réservé 6532

On considère une suite (u_n) arithmétique de premier terme u_0 et de raison r.

1. Exprimer u_1, u_2 et u_3 en fonction de u_0 et de r.
2. Exprimer les termes u_n, u_{n-1} et u_{n-2} en fonction de n, de u_0 et de r.

3. Justifier l'égalité suivante :
$u_2+u_{n-2}=u_1+u_{n-1}=u_0+u_n$

Exercice 8171

On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme u_0 et de raison r. On note S la somme des $n+1$ premiers termes de la suite (u_n). On a :
$$S=u_0+u_1+\cdots+u_n=\frac{(n+1)(u_0+u_n)}{2}$$

1. On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 2 et de raison 2. Déterminer la somme S des 100 premiers termes de la suite (u_n).

2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier n naturel par :
$v_n=4+3{\cdot}n$
Déterminer la somme S' des 20 premiers termes de la suite (v_n).

Exercice 5860

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ arithmétique de premier terme -3 et de raison 4.

1. Donner l'expression du terme u_n en fonction de son rang n.

2. Quel est le rang du terme de la suite (u_n) ayant pour valeur 605

3. Déterminer la valeur de la somme S définie par :
$S=u_0+u_1+\cdot+u_{100}$

Exercice 2419

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite arithmétique de premier terme 2 et de raison r

On s'intéresse à la somme S des 13 premiers termes de (u_n) :
$S=u_0+u_1+\cdots+u_{11}+u_{12}$

Déterminer la valeur de r afin que : $S=65$

Exercice réservé 2426

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite arithmétique de premier terme 5 et de raison 2. Pour tout entier naturel k non-nul $(k\in\mathbb{N}^*)$, on note :
$S_k=u_0+u_1+\cdots+u_k$

1. En fonction de l'entier k, combien de termes comprend la somme S_k ?

2. Déterminer la valeur de l'entier k afin que : $S_k=10\,605$

Exercice 7799

On souhaite déterminer la forme simplifiée du quotient A définie par :
$$A=\frac{1+2+3+4+5+6+\cdots+31}{1+6+11+16+21+\cdots+151}$$

1. On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 1 et de raison 1.

   Déterminer la valeur de la somme S définie par :
   $S=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_{30}$

2. En remarquant la décomposition $496=2^4\times31$, déterminer la forme simplifiée du quotient A.

7. Suite arithmétique : reconnaissance du terme général :

Exercice 8464

On considère la somme S définie par :
$S=1+3+5+\cdots+101$

On admet que les termes de la somme S sont les premiers termes successifs d'une suite arithmétique (u_n) définies sur $\mathbb{N}$.

1. a. Donner les éléments caractéristiques de la suite (u_n).

   b. Déterminer le rang de la suite ayant 101 pour valeur.

2. En déduire la valeur de la somme S.

Exercice 8499

On considère la somme S définie par :
$$S=\frac{2}{3}+1+\frac{4}{3}+\frac{5}{3}+\cdots+10$$

On admet que les termes de la somme S sont les premiers termes successifs d'une suite arithmétique (u_n) définie sur $\mathbb{N}$.

1. Donner les éléments caractéristiques de la suite (u_n) et détermner le rang de la suite (u_n) ayant pour valeur 10.

2. En déduire la valeur de la somme S

Exercice 8500

On considère la somme S définie par :
$$S=\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{2\sqrt{3}}{3}+\sqrt{3}+\cdots+\frac{16\sqrt{3}}{3}$$

On admet que les termes de la somme S sont les premiers termes successifs d'une suite (u_n) arithmétique définie sur $\mathbb{N}$.

1. a. Donner les éléments caractéristiques de (u_n).

   b. déterminer le rang du terme de la suite ayant $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ pour valeur.

2. En déduire la valeur de la somme S.

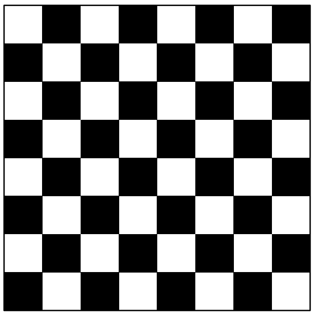
Exercice 8501

On considère la somme S définie par :
$$S=1+2+101+102+201+202+301+302+\cdots+1501+1502$$

Déterminer la valeur de S.

Exercice 6548

Le prince demande à Sissou de commencer par déposer un grain de riz sur la première case, puis trois grains sur la deuxième case, puis cinq grains sur la troisième case et ainsi de suite pour remplir l'échiquier représenté ci-contre.



Déterminer le nombre de grains de riz dont aura besoin Sissou pour compléter l'échiquier.

8. Suite arithmétiques : formule générale :

Exercice 7644

Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r. On a la propriété :

$$u_k + u_{k+1} + \cdots + u_n = \frac{\overbrace{(n-k+1)}^{\text{Nombres de termes}} \cdot (\overset{\text{Premier terme}}{u_k} + \overset{\text{Dernier terme}}{u_n})}{2}$$

1. On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 3 et de raison 2. Déterminer la valeur de la somme :
$S = u_{12} + u_{13} + \cdots + u_{34}$

2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n $(n \in \mathbb{N})$ par : $v_n = 2 - 3 \cdot n$
Déterminer la valeur de la somme :
$S' = v_4 + v_5 + \cdots + v_{15}$

Exercice 2430

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite arithmétique de premier terme 2 et de raison $\frac{1}{4}$. Déterminer la somme S définie par :
$S = u_{11} + u_{12} + \cdots + u_{25}$

2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite arithmétique de premier terme 12 et de raison $-\sqrt{3}$. Déterminer la somme S' définie par :
$S' = v_5 + v_6 + \cdots + v_{13}$

Exercice 8465

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de premier terme 2 et de raison r

On considère la somme S des sommes des termes de (u_n) allant de u_5 à u_{20} :
$S = u_5 + u_6 + \cdots + u_{19} + u_{20}$

Déterminer la valeur de la raison r afin de réaliser : $S = 132$

Exercice 8466

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite arithmétique de premier terme 5 et de raison 2. On considère la somme S des termes successifs de rang 14 au terme de rang k où k est un entier naturel strictement supérieur à 14.

C'est-à-dire que : $S = u_{14} + u_{15} + \cdots + u_k$

Déterminer la valeur de k afin que : $S = 320$

9. Suite géométrique : somme des premiers termes :

Exercice 8172

On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme u_0 et de raison q. On note S la somme des $n+1$ premiers termes de la suite (u_n). On a :

$$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_n = u_0 \cdot \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

1. On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 2 et de raison 2. Déterminer la somme S des 100 premiers termes de la suite (u_n).

2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier n naturel par :
$v_n = \frac{5}{2^n}$
Déterminer la somme S' des 20 premiers termes de la suite (v_n).

Exercice 7645

On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ géométrique de premier terme 12 et de raison $\frac{1}{4}$.

1. Donner l'expression du terme v_n en fonction de son rang n.

2. Quel est le rang du terme de la suite (v_n) ayant pour valeur $\frac{3}{64}$

3. Déterminer une expression simplifiée de la somme S définie par :
$S = v_0 + v_1 + \cdots + v_{30}$

Exercice 2420

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite géométrique de premier terme 2 et de raison $\frac{1}{2}$.

Soit k un entier naturel non-nul ($k\in\mathbb{N}$), on note S la somme des $k+1$ premiers termes de la suite (u_n).
C'est-à-dire : $S=u_0+u_1+\cdots+u_k$

Déterminer la valeur de k afin que : $S=4-\frac{1}{2^8}$

Exercice réservé 2427

Résoudre l'équation : $\dfrac{1-q^3}{1-q}=\dfrac{39}{25}$

Exercice 7806

On considère la suite (u_n) définie par :
$u_0=5 \quad ; \quad u_{n+1}=u_n+2^n \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

1. Donner les valeurs des 4 premiers termes de la suite.
2. On note S_n la somme des $n+1$ premiers termes de la suite (u_n) :
$S_n=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n$
    a. Etablir l'identité suivante pour tout entier naturel n :
    $$S_{n+1}=S_n+\frac{1-2^{n+1}}{1-2}+5$$
    b. En déduire que les termes de la suite (u_n) admettent comme expression en fonction de n :
    $u_n=2^n+4$

10. Suite géométrique : reconnaissance du terme général :

Exercice 8468

On considère la somme S définie par :
$$S=27+9+3+\cdots+\frac{1}{81}$$
On admet que les termes de cette somme sont les termes consécutifs d'une suite (u_n) géométrique.

1. Donner les éléments caractéristiques de la suite (u_n).
2. Déterminer le rang du terme de la suite (u_n) dont la valeur est $\frac{1}{81}$, puis donner le nombre de terme de la somme S.
3. Déterminer la valeur de S.

Exercice 8473

On considère que la somme S ci-dessous :
$$S=1+\sqrt{2}+2+2\sqrt{2}+\cdots+8\sqrt{2}$$
On admet que les termes de cette somme sont les termes consécutifs d'une suite (u_n) géométrique.

1. Donner les caractéristiques de la suite géométrique (u_n).
2. Déterminer le rang du terme de la suite (u_n) dont la valeur est $8\sqrt{2}$. Donner le nombre de termes de la somme S.
3. En déduire la valeur de S.

Exercice 8469

On considère la somme numérique suivante :
$$S_n=4+2+1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{2^n} \quad \text{où } n\in\mathbb{N}$$
On admet que les termes de cette somme sont les premiers termes d'une suite (u_n) géométrique.

1. Donner les éléments caractéristiques de la suite (u_n).
2. Déterminer le rang du terme de la suite (u_n) valant $\frac{1}{2^n}$.
Donner le nombre de terme de la somme S_n.
3. a. Déterminer la valeur de S_n en fonction de n.
    b. Justifier que, quel que soit la valeur de n, la somme S_n est majorée par 8.

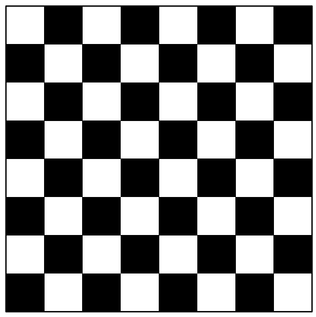
Exercice réservé 2432

Soit x un nombre réel différent de 1.

1. Exprimer la somme suivante en fonction de x :
$S=1+x+x^2+x^3+\ldots+x^n$
2. En déduire une factorisation du polynôme $1-x^{n+1}$.

Exercice 8173

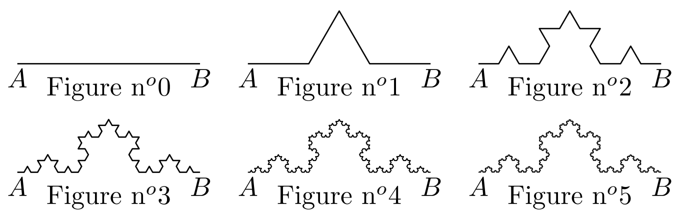
Le prince demande à Sissou de commencer par déposer un grain de riz sur la première case, puis deux grains sur la deuxième case, puis quatre grains sur la troisième case et ainsi de suite, en multipliant par 2 le nombre de grains déposés sur la case suivante jusqu'à compléter entièrement l'échiquier.



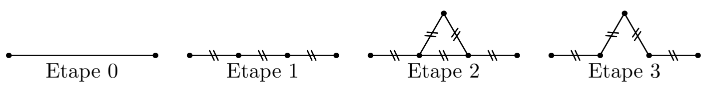
Déterminer le nombre de grains de riz dont aura besoin Sissou pour compléter l'échiquier.

Exercice 7246

Ci-dessous sont représentés les six premièrs "***flocons de Helge Von Koch***" représentant un des fractales les plus simples :



Voici la procédure affectée à chaque segment de la ligne brisée pour construire la figure à l'étape suivante :



- Chaque segment est partagée en trois parties égales.
- Sur le segment situé au milieu du segment, on construit un triangle équilatéral.
- On supprime le segment situé au milieu du segment

1. Pour tout entier naturel n, notons u_n le nombre de segments composant le flocon de Helge Von Koch à l'étape n.
Conjecturer une relation de récurrence entre les termes de la suite (u_n).

2. Pour tout entier naturel n, notons v_n la longueur de la ligne brisée formant le flocon de Von Koch à l'étape n.
Conjecturer une relation de récurrence entre les termes de la suite (v_n).

Exercice 8509

Etablir que l'entier $7^{20}-1$ est un multiple de l'entier 6.

11. Suite géométrique : formule générale :

Exercice 7608

Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q. On a la propriété :

$$u_k + u_{k+1} + \cdots + u_n = \underbrace{u_k}_{\text{Premier terme}} \cdot \frac{1 - q^{\overbrace{n-k+1}^{\text{Nombre de termes}}}}{1 - q}$$

1. On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 4 et de raison 3. Déterminer la valeur de la somme :
$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_9$

2. On considère la suite (v_n) dont le terme de rang n, un entier naturel $(n \in \mathbb{N})$, est définie par : $v_n = \dfrac{3}{4^n}$
Déterminer la valeur de la somme S' :
$S' = v_5 + v_6 + \cdots + v_{12}$

Exercice 2431

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite géométrique de premier terme 5 et de raison $\dfrac{2}{3}$. Déterminer la valeur de la somme :
$S = u_{10} + u_{11} + \cdots + u_{21}$

2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite géométrique de premier terme 12 et de raison $-\dfrac{1}{2}$. Déterminer la valeur de la somme :
$S' = v_7 + v_8 + \cdots + v_{12}$

Exercice 8470

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite géométrique de premier terme 2 et de raison $\dfrac{1}{2}$. Pour un entier k strictement supérieur à 4, on note S la somme des termes successifs de la suite (u_n) du terme du rang 4 au rang k :
$S = u_4 + u_5 + \cdots + u_k$

Déterminer la valeur de l'entier k vérifiant : $S = \dfrac{127}{512}$

On pourra utiliser du tableau des puissances de 2 :

$2^0=1$	$2^3=8$	$2^6=64$	$2^9=512$	$2^{12}=4096$
$2^1=2$	$2^4=16$	$2^7=128$	$2^{10}=1024$	$2^{13}=8192$
$2^2=4$	$2^5=32$	$2^8=256$	$2^{11}=2048$	$2^{14}=16384$

Exercice 8472

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ géométrique de premier terme 1 et de raison 2.

On note S la valeur de la somme :
$$S = (u_2+u_3) + (u_{12}+u_{13}) + (u_{22}+u_{23}) + (u_{32}+u_{33}) + \cdots + (u_{82}+u_{83}) + (u_{92}+u_{93})$$

Déterminer la valeur de S.

12. Un peu plus loin :

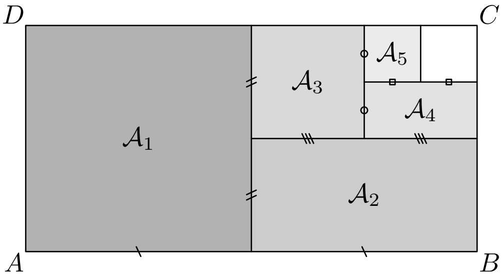
Exercice 5818

1. Soit $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de premier terme 1 et de raison $\dfrac{1}{8}$. On considère la somme suivante :
$S_1 = w_0 + w_1 + \cdots + w_n$
Déterminer la valeur de n afin que la somme S_1 a pour valeur 31.
(On sera ammené à trouver les racines du polynôme du second degré $\left(2+\dfrac{x}{8}\right)(x+1)-62$*)*

2. Soit $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de premier terme 2 tel que :
$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{63}{16}$$
Déterminer la raison de cette suite.
(On admettra que le polynôme $-32x^6+63x-31$ *admet pour racines les nombres* $\dfrac{1}{2}$ *et 1)*

Exercice 8423

Ci-dessous est représenté un rectangle $ABCD$ vérifiant :
$AB = 2\,cm$; $AD = 1\,cm$
A l'intérieur du rectangle, sont inscrits des rectangles dont les côtés sont parallèles aux cotés du rectangle $ABCD$. On note $\mathcal{A}_i$, où $i \in \{1;2;3;4;5\}$



1. Démontrer que la somme $\mathcal{A}$ des aires des domaines grisées est égale à la somme des termes d'une suite géométrique.

2. Justifier que la somme $\mathcal{A}$ a pour valeur $2-\dfrac{1}{16}$.

Exercice réservé 6549

On souhaite déterminer la valeur de la somme S suivante :

$$S = 9 + 15 + 27 + \cdots + 3075$$

On remarquera que cette somme peut s'écrire par :

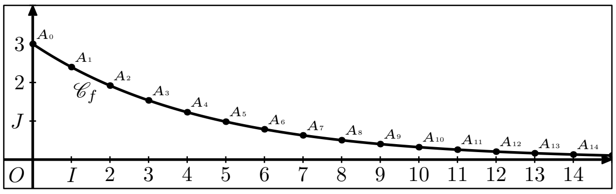
$$S=\left(3\times2^1+3\right)+\left(3\times2^2+3\right)+\left(3\times2^3+3\right)+\cdots+\left(3\times2^{10}+3\right)$$

Déterminer la valeur de S

Toutes traces de recherche, même incomplètes, seront prises en compte dans l'évaluation.

Exercice réservé 7660

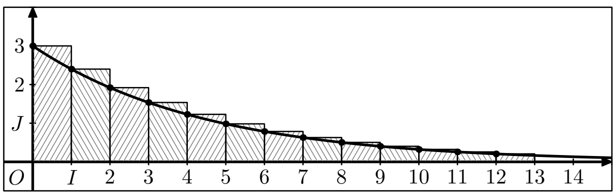
On considère une fonction définie sur $\mathbb{R}_+$ dont la courbe représentative est donnée ci-dessous dans un repère $\left(O\,;I\,;J\right)$:



De plus, l'ensemble des points A_n du plan définis pour tout entier naturel n par leurs coordonnées $A_n\left(n\,;3\times0{,}8^n\right)$ appartiennent à la courbe $\mathscr{C}_f$.

Toute trace de recherche ou de raisonnement même incomplet sera prise en compte et valorisée.

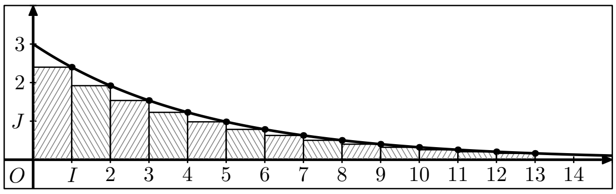
1. On définit un domaine du plan en considérant les treize rectangles représentés ci-dessous :



où les points A_0, A_1, ..., A_{12} forment les sommets "en haut à gauche" de chacun de ses rectangles.

Déterminer l'aire de ce domaine.

2. On définit un domaine du plan en considérant les treize rectangles représentés ci-dessous :



où les points A_1, A_2, ..., A_{13} forment les sommets "en haut à droite" de chacun de ses rectangles.

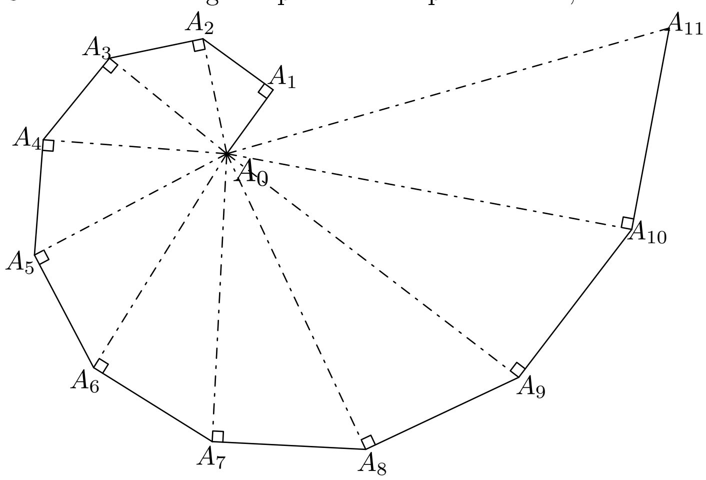
Déterminer l'aire de ce domaine.

Exercice réservé 7661

Un "**escargot exponentiel**" de paramètre α est une ligne brisée dont les extrémités A_i des segments forment une suite de points vérifiant les relations :

- Pour tout entier naturel i : $A_iA_{i+1}=\alpha^i$
- Pour tout entier naturel i, le triangle $A_0A_iA_{i+1}$ est rectangle en A_i.
- L'angle $\left(\overrightarrow{A_0A_i}\,;\overrightarrow{A_0A_{i+1}}\right)$ est de mesure positive.

Ci-dessous l'escargot exponentiel de paramètre 1,1 :



Dans la suite de l'exercice, l'escargot exponentiel a pour paramètre 2.

Toute trace de recherche ou de raisonnement même incomplet sera prise en compte et valorisée.

1. Déterminer la longueur de la ligne brisée $A_0A_1A_2\ldots A_{10}A_{11}$.

2. Déterminer la longueur du segment $[A_0A_{11}]$.

