Première Spécialité/Etude de suites

1. Variations des premeirs termes de suites arithmétiques et géométriques :

Exercice 6015

On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme 5 et de raison 2.

1. Donner les quatre premiers termes de la suite (u_n).
2. Exprimer la valeur du terme u_n en fonction de son rang n.
3. Quelle conjecture peut-on émettre quant à la variation des termes de la suite (u_n)?

Exercice 6016

On considère la suite géométrique (u_n) de premier terme 24 et de raison $\frac{1}{2}$.

1. Donner les quatre premiers termes de la suite (u_n).
2. Donner l'expression du terme général de la suite (u_n) en fonction de son rang n.
3. Quelle conjecture peut-on émettre quant à la variation des termes de la suite (u_n)?

Exercice 6653

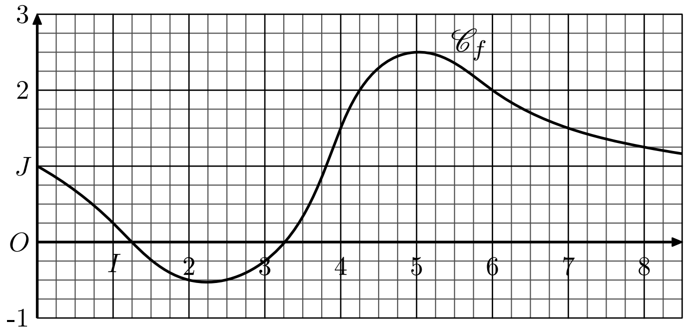
Dans chaque cas, préciser, si possible, le sens de variation des suites :

1. (u_n) est une suite arithmétique dont le premier terme est positif et la raison négative.
2. (v_n) est une suite géométrique dont le premier terme est négatif et la raison est strictement supérieure à 1.
3. (w_n) est une suite géométrique dont le premier terme est positif et la raison est négative.

2. Variations des premiers termes d'une suite définie explicitement :

Exercice 5089

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée dans le repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous :



On définit la suite (u_n) par la relation :
$u_n = f(n)$ pour tout entier $n \in \mathbb{N}$.

1. Justifier que le terme u_4 a pour valeur $\frac{3}{2}$.
2. a. Déterminer la valeur des termes :
   u_0 ; u_1 ; u_2 ; u_3 ; u_4 ; u_5 ; u_6

   b. Dire si les affirmations ci-dessous sont exacts ou non :
   - *"Les termes de la suite (u_n) pour $i \in \{0\,;1\,;2\}$ sont ordonnés dans l'ordre décroissant."*
   - *"Les termes de la suite (u_n) pour $i \in \{3\,;4\,;5\}$ sont ordonnés dans l'ordre croissant."*

Exercice 1585

On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel n $(n \in \mathbb{N})$:

$$u_n = 2{\cdot}n^2 - n + 1 \quad ; \quad v_n = \frac{4-n}{1+n}$$

1. Déterminer les 5 premiers termes des ces deux suites.
2. Conjecturer le sens de variations de la suite (u_n) et (v_n).

Exercice 8477

On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies pour tout nombre entier naturel n $(n \in \mathbb{N})$ par :

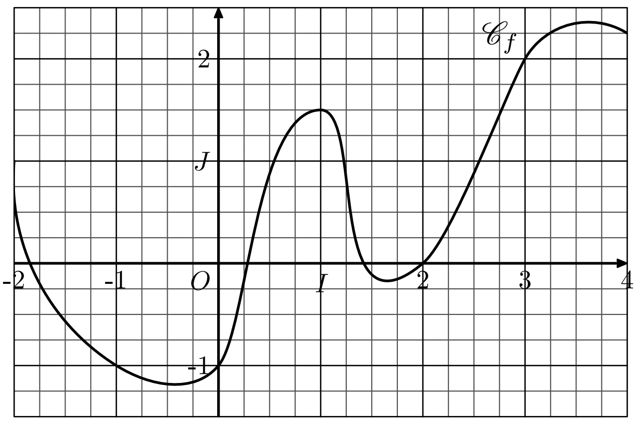
$$u_n = x^3 - 3{\cdot}x^2 + 2{\cdot}x + 2 \quad ; \quad v_n = 3{\cdot}\big[1 + (-1)^n\big] + 2$$

1. Déterminer les 5 premiers termes des suites (u_n) et (v_n)
2. Pour chacune des conjectures, dire si elles sont probables ou non :
   - *"la suite (u_n) est constante."*
   - *"la suite (v_n) est constante."*

3. Variations des premiers termes d'une suite définie par récurrence :

Exercice réservé 2378

On considère la fonction f définie sur $[-2\,;4]$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée ci-dessous :



On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation

$$u_0 = 3 \quad ; \quad u_{n+1} = f(u_n) \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

1. Compléter le tableau suivant avec les premiers termes de la suite (u_n) :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u_n										

2. Pour chacune des affirmations ci-dessous, préciser si elles sont vraies ou fausses :
   - *“la suite (u_n) est strictement décroissante sur $\mathbb{N}$.”*
   - *“la suite (u_n) est constante à partir du rang 3.”*

Exercice 8478

1. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n $(n\in\mathbb{N})$ par :
$$u_0 = 2 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{2}\cdot u_n - \frac{1}{4}$$
   a. Déterminer les 4 premiers termes de la suite (u_n).
   b. Conjecturer la variation de la suite (u_n)
2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n $(n\in\mathbb{N})$ par :
$$v_0 = -1 \quad ; \quad v_{n+1} = \frac{1}{2}\cdot v_n - \frac{1}{4}$$
   a. Justifier les comparaisons : $v_0 < v_1 < v_2 < v_3$
   b. Conjecturer la variation de la suite (v_n)

Exercice 8479

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n $(n\in\mathbb{N})$ par :

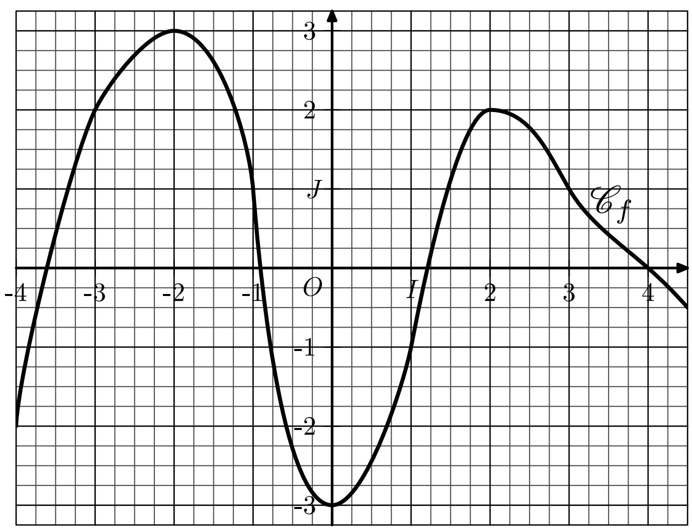
$$u_0 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{2}{1+\dfrac{2}{u_n}}$$

1. Déterminer les 5 premiers termes de la suite (u_n).
2. Conjecturer le sens de variations de la suite (u_n).
3. Conjecturer l’expression explicite du terme général de la suite (u_n) en fonction de son rang n.

4. Variations : cas des suites constantes ou périodiques :

Exercice 2978

Dans le plan muni d’un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$, on considère la représentation $\mathscr{C}_f$ d’une fonction f définie sur l’intervalle $[-4\,;4]$:



1. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n $(n\in\mathbb{N})$ définie par :
$$u_0 = 4 \quad ; \quad u_{n+1} = f(u_n)$$
   a. Déterminer la valeur des 6 premiers termes de la suite (u_n).
   b. Déterminer la valeur du terme u_{100}.
2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n $(n\in\mathbb{N})$ définie par :
$$v_0 = -2 \quad ; \quad v_{n+1} = f(v_n)$$
Déterminer la valeur du terme v_{100}.

Exercice 2953

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence suivante :

$$u_0 = 3 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1-u_n}{1+u_n} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

1. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n).
2. Montrer qu’on a la relation suivante :
$$u_{n+2} = u_n \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$
3. Que peut-on dire des termes de cette suite?
4. On admet que le terme de rang n de la suite (u_n) admet une expression de la forme :
$$u_n = a\cdot\big[1-(-1)^n\big]+b \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$
où a et b sont deux nombres réels $(a,b\in\mathbb{R})$.
Determiner les valeurs de a et de b.

5. Variations : suites explicites :

Exercice 2386

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ dont le terme de rang n est donné par la formule :
$u_n = n^2 - 7{\cdot}n + 1$

1. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
u_n											

2. Après avoir donner le tableau de variations de la fonction f dont l'image de x est définie par :
$f(x) = x^2 - 7{\cdot}x + 1$
Etablir que la suite (u_n) est croissante à partir du rang 4.

Exercice 8485

La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par :

$u_n = -2{\cdot}n^2 - 3{\cdot}n + 2 \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

Etudier la monotonie de chacune des suites ci-dessous, en étudiant la fonction f vérifiant la relation :
$u_n = f(n) \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

Exercice 2382

La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par :

$$u_n = \frac{2{\cdot}n^2+1}{2{\cdot}n+5} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

On considère la fonction f définie par la relation :

$$f(x) = \frac{2{\cdot}x^2+1}{2{\cdot}x+5}$$

1. Donner l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de la fonction f.
2. Etablir que la fonction f' dérivée de la fonction f admet pour expression sur $\mathcal{D}_f$:
$$f'(x) = \frac{4{\cdot}x^2+20{\cdot}x-2}{(2{\cdot}x+5)^2}$$
3. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
4. Justifier que la suite (u_n) est croissante à partir du rang 1.
5. Peut-on dire que la suite (u_n) est croissante sur $\mathbb{N}$?

Exercice 2410

Etablir la monotonie sur $\mathbb{N}$ de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la formule explicite suivante :

$$u_n = \frac{n^2-1}{\sqrt{n}} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}.$$

6. Variations : quotient de termes consécutifs :

Exercice 8494

1. Soit (u_n) la suite géométrique définie sur $\mathbb{N}$ de premier terme 2 et de raison 4. Justifier que la suite (u_n) est croissante.
2. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n $(n\in\mathbb{N})$ et dont le terme de rang n admet l'expression :
$v_n = 3\times 0{,}2^n$
Justifier que la suite (v_n) est décroissante.

Exercice 2381

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$u_n = \frac{3^n}{4} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}.$$

Montrer que (u_n) est strictement croissante.

Exercice 2522

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n $(n\in\mathbb{N})$ par : $u_n = \dfrac{5^n}{n+2}$

Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite croissante sur $\mathbb{N}$.

Exercice réservé 2451

La suite (u_n) est définie par la formule explicite :

$$u_n = \frac{2^n}{3{\cdot}n} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}^*$$

Déterminer le sens de variations de la suite (u_n).

Exercice 5491

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$u_n = \frac{3^n}{2n+1} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

Déterminer les variations de la suite (u_n) sur $\mathbb{N}$.

7. Variations à partir d'un rang : quotient de termes consécutifs :

Exercice réservé 2450

On consière la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par la formule explicite :

$u_n = \dfrac{1{,}2^n}{n}$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$.

1. Donner l'expression simplifiée de $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$.

2. Montrer que (u_n) est croissante à partir du rang 5.

Exercice réservé 2670

Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) définie par la relation :

$u_n = n\times(0{,}4)^n$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$

Exercice 8490

On consière la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par la formule explicite :

$u_n = \dfrac{1{,}2^n}{n^2}$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$.

1. Etablir l'identité suivante pour tout $n\in\mathbb{N}^*$:

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} - 1 = \frac{n^2 - 10{\cdot}n - 5}{5{\cdot}(n+1)^2}$$

2. En déduire que la suite (u_n) est croissante à partir du rang 11.

Exercice 8489

La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par :

$u_n = \dfrac{n}{2^{n+1}}$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

Montrer que (u_n) est strictement décroissante à partir du rang 2.

8. Variations : différence de termes consécutifs :

Exercice 8495

1. Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme 1 et de raison 3. Justifier que la suite (u_n) est un suite croissante sur $\mathbb{N}$.

2. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n $(n\in\mathbb{N})$ et dont le terme de rang n admet l'expression :
   $v_n = 4 - n$
   Justifier que la suite (v_n) est décroissante sur $\mathbb{N}$.

Exercice 2380

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite dont le terme de rang n est définie par :

$u_n = -32n + 102$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

Montrer que cette suite est décroissante.

Exercice 5367

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :

$u_0 = 1$; $u_{n+1} = u_n - {u_n}^2 - 1$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

1. Compléter le tableau ci-dessous des premiers termes de la suite (u_n) :

n	0	1	2	3	4
u_n					

2. En étudiant la différence de deux termes consécutifs, montrer que la suite (u_n) est décroissante.

Exercice 8483

La suite (u_n) est définie par la formule explicite :

$u_n = \dfrac{5+n}{n}$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$

Déterminer le sens de variations de la suite (u_n).

Exercice 8497

Soit $(w_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite dont le terme de rang n est définie par :

$w_n = 2n - \dfrac{25}{n}$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$

Montrer que la suite (w_n) est croissante.

Exercice 8480

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$u_n = \dfrac{1-n}{1+n}$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

1. Déterminer une expression simplifiée de $u_{n+1}-u_n$.

2. En déduire les variations de la suite (u_n) sur $\mathbb{N}$.

Exercice 8482

On considère la suite (u_n) définie par la relation :

$u_n = n^3 - 4{\cdot}n^2 + n - 3$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

1. Etablir l'identité ci-dessous pour tout entier naturel n :
   $u_{n+1} - u_n = 3{\cdot}n^2 - 5{\cdot}n - 2$.

2. En déduire que la suite (u_n) est croissante à partir du rang 2.

Exercice 8481

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation explicite :

$u_n = n^3 - 2n^2 - 3n$

1. Donner l'expression réduite de : $u_{n+1}-u_n$.

2. En déduire que la suite (u_n) est croissante pour n supérieur à 2.

Exercice 3401

On considère la suite (u_n) définie par :

$u_n = \dfrac{n^2+10}{2{\cdot}n}$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$

Justifier que (u_n) est croissante à partir du rang 3.

Exercice 8496

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite dont le terme de rang n est définie par :

$u_n = \sqrt{2n-1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$

1. Etablir l'identité ci-dessous pour tout entier naturel n strictement positif $(n \in \mathbb{N}^*)$:
$$u_{n+1} - u_n = \frac{2}{\sqrt{2n+1} + \sqrt{2n-1}}$$

2. en déduire que la suite (u_n) est strictement croissante sur $\mathbb{N}^*$.

Exercice réservé 6040

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ définie par:
$$u_n = \frac{5n-1}{(n+1)^2}$$

1. Donner la forme simplifiée et factorisée de la différence: $u_{n+1} - u_n$

2. Justifier que la suite (u_n) est décroissante à partir du rang 1.

9. Lien entre formule récurrente et formule explicite :

Exercice 2383

1. On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ dont le terme de rang n est définie par la relation de récurrence:
$$u_0 = 2 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{3} \cdot u_n + 1 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$
Calculer les 4 premiers termes de la suite (u_n).

2. On considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie explicitement par:
$$v_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n + \frac{3}{2}$$
   a. Calculer les 4 premiers termes de la suite (v_n)
   b. Etablir que pour tout entier naturel n, on a:
$$v_{n+1} - \frac{1}{3} \cdot v_n = 1$$

3. En déduire l'égalité des suites (u_n) et (v_n).

Exercice réservé 2384

1. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$, la suite définie par la relation de récurrence et la condition initiale:
$$u_1 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{1 + \dfrac{1}{u_n}} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}^*$$
Calculer les 4 premiers termes de la suite.

2. Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ la suite dont le terme de rang n a pour valeur: $v_n = \dfrac{1}{n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$
   a. Donner la valeur de v_1.
   b. Etablir l'identité suivante pour tout $n \in \mathbb{N}^*$:
$$1 + \frac{1}{v_n} = n + 1$$
   c. En déduire que la suite (v_n) suit la relation de récurrence ci-dessous pour tout entier naturel non-nul:
$$v_{n+1} = \frac{1}{1 + \dfrac{1}{v_n}}$$

3. Que pouvez-vous dire des suites (u_n) et (v_n)?

Exercice réservé 2385

1. On définit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par la relation de récurrence suivante:
$$u_0 = 2 \quad ; \quad u_{n+1} = 2 \cdot u_n - 3 \cdot n + 2 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$
   a. En étudiant la relation de récurrence précédente, montrer que $u_1 = 6$.
   b. Déterminer la valeur des termes u_2 et u_3.

2. On définit les termes de la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par la relation:
$$v_n = 2^n + 3n + 1 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$
   a. Donner les 4 premiers termes de la suite (v_n).
   b. Pour tout entier naturel n $(n \in \mathbb{N})$, établir l'égalité:
$$2 \cdot v_n - 3 \cdot n + 2 = 2^{n+1} + 3 \cdot (n+1) + 1$$

3. En déduire l'égalité des suites (u_n) et (v_n).

Exercice réservé 5136

On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies sur $\mathbb{N}$ par:

- $u_0 = 0 \quad ; \quad u_{n+1} = 3 \cdot u_n - 2 \cdot n + 3$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
- $v_n = 3^n + n - 1$

1. a. Etablir que les deux suites (u_n) et (v_n) ont le même premier terme.
   b. Montrer que les termes de la suite (v_n) vérifient la relation de récurrence:
$$v_{n+1} = 3 \cdot v_n - 2 \cdot n + 3$$

2. Justifier l'égalité des deux suites (u_n) et (v_n).

10. Notions de limites: suites définies explicites :

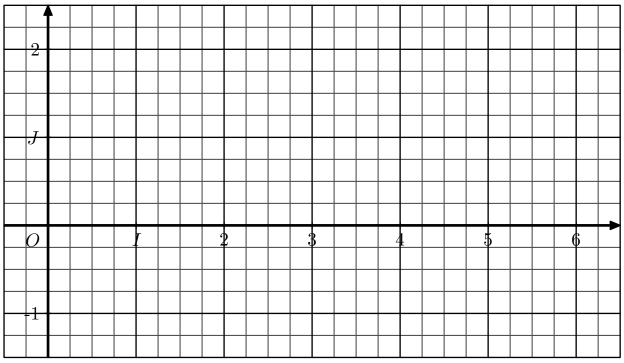
Exercice 8502

On considère la suite (u_n) dont les termes sont éfinie pour tout entier naturel n par la relation: $u_n = \dfrac{10 \cdot n - 1}{5 \cdot n + 1}$

1. a. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau de valeurs ci-dessous avec des valeurs arrondies au centième près:

n	0	1	2	3	4	5
u_n						

(b.) Dans le repère ci-dessous et pour n , placer la suite des points (A_n) dont les coordonnées sont définies par : $A_n(n\,;u_n)$



2. (a.) A l'aide de la calculatrice, observer la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ dans un repère orthonormé de la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{10{\cdot}x+1}{5{\cdot}x+1}$$

(b.) Quelle conjecture peut-on émettre sur la limite de la suite (u_n) lorsque n tend vers $+\infty$?

Exercice 8504

A l'aide de la calculatrice, conjecturer la limite de chacun des suites définies ci-dessous lorsque n tend vers $+\infty$:

- la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n $(n\in\mathbb{N})$ par : $u_n = \dfrac{4{\cdot}n}{1-12{\cdot}n}$
- la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n $(n\in\mathbb{N})$ par : $v_n = n^2+2{\cdot}n-3$
- la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n $(n\in\mathbb{N})$ par : $w_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$

Exercice 8503

1. Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r. Compléter le tableau à double entrée ci-dessous en y indiquant, dans chaque cas, la valeur de $\displaystyle\lim_{n\mapsto+\infty} u_n$

	$r>0$	$r<0$
$u_0>0$		
$u_0<0$		

2. Soit (v_n) une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q. Compléter le tableau à double entrée ci-dessous en y indiquant, dans chaque cas si possible, la valeur de $\displaystyle\lim_{n\mapsto+\infty} v_n$

	$v_0>0$	$v_0<0$
$q>1$		
$0<q<1$		
$-1<q<0$		
$q<-1$		

11. Notions de limites : somme des termes d'une suite :

Exercice 6029

On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 5 et de raison $\dfrac{2}{3}$.

On note S_n la somme des $(n+1)$ premiers termes de la suite (u_n) : $\quad S_n = u_0+u_1+\cdots+u_{n-1}+u_n$

1. Justifier que la suite (S_n) est croissante.

2. Donner l'expression du terme S_n en fonction de n.

3. (a.) A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous en arrondissant les valeurs au millième près :

n	0	1	2	10	20	24
S_n						

(b.) Quelle conjecture peut-on émettre sur la limite de la suite (S_n) lorsque n tend vers $+\infty$?

Exercice 6013

Un coureur se lance un défi : il souhaite faire le tour de l'Europe.
Le premier jour, il parcourt $50\,km$. Par la fatigue, de jour en jour, sa distance parcourue quotidiennement se réduit de $1\,\%$.

On note u_n la longueur parcoure par le coureur le n-ième jour. En supposant ue le coureur poursuit indéfiniment sa course, on obtient une suite (u_n) définie pour tout entier naturel non-nul.

1. Déterminer la valeur des quatre permiers termes de la suite (u_n).

2. (a.) Quelle est la nature de la suite (u_n)? Donner les élèments caractéristiques de la suite (u_n).

(b.) Exprimer le terme u_n en fonction du rang n.

(c.) Quelle distance sera parcourue par le coureur le 100^e jour? On arrondira la valeur au dixième de kilomètre.

3. Pour tout entier naturel n, on note S_n la somme des n premiers termes de la suite (u_n) : $\quad S_n = u_1+u_2+\cdots+u_n$

(a.) Exprimer la somme S_n en fonction du rang n.

(b.) Compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs au dixième de kilomètres :

n	10	100	500	750	1000
u_n					

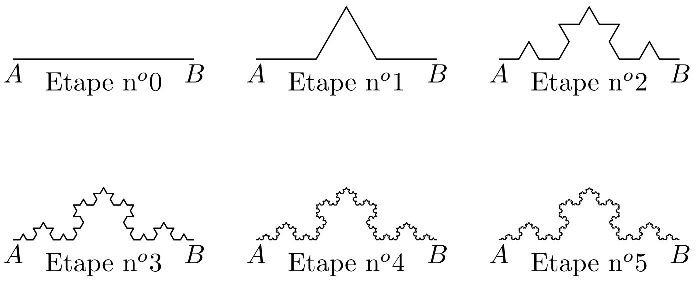
c. Quelle conjecture peut-on émettre sur la limite des termes de la suite (S_n) lorsque n tend vers $+\infty$?

Exercice 6014

On construit le flocon de Heige Von Koch de la manière suivante :

- On part d'un segment $[AB]$ de longueur $9\,cm$.
- Pour passer d'une étape à la suivante, on découpe chaque segment de la figure en trois parties égales et on remplace le segment "*central*" par un triangle équilatéral.

Voici la représentation des 6 premières étapes de cette construction :



A chaque étape n, on note u_n la longueur de la "*ligne brisée*" ainsi obtenue. On construit ainsi une suite de nombres (u_n) définie pour tout entier naturel n.

1. Déterminer la mesure des trois premiers termes de la suite (u_n).

2. a. A l'étape n, exprimer le nombre de segments s_n formant la "*ligne brisée*" en fonction de n.

   b. A l'étape n, exprimer la longueur ℓ_n de chacun des segments formant la "*ligne brisée*" en fonction de n.

3. On note L_n la longueur de la "*ligne brisée*" à l'étape n. On obtient ainsi une suite (L_n) de termes numériques définie pour tout entier naturel n.

   a. Exprimer les termes de la suite (L_n) en fonction de leur rang n.

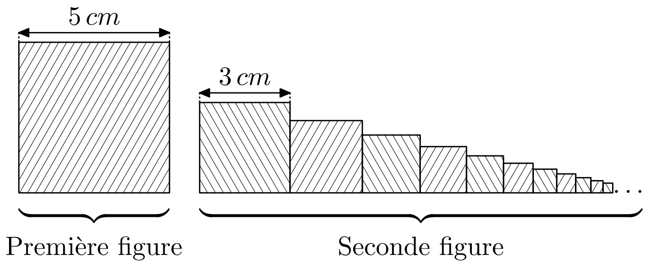
   b. Compléter le tableau ci-dessous en arrondissant les valeurs au centième de centimètre près :

n	0	1	10	20	30
L_n					

Exercice réservé 6039

Dans cet exercice, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation. La qualité des justifications sera également prise en compte.

On considère les deux figures ci-dessous :



- La première figure est un carré dont les côtés mesurent $5\,cm$;
- La seconde figure est composée d'un carré dont les côtés mesures $3\,cm$, pour compléter la figure, on y ajoute un nouveau carré dont les dimensions ont été réduite par le coefficient $\frac{4}{5}$. On répète un certain nombre de fois cette figure sans pour autant savoir combien de fois!

De ces deux figures, laquelle possède la plus grande aire?

12. Approfondissement : suite définies conjointements :

Exercice 8498

On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel n par les relations :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ v_0 = 1 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{2\cdot u_n + v_n}{2} \\ v_{n+1} = \dfrac{u_n + 3\cdot v_n}{3} \end{cases}$$

1. Déterminer les trois premiers termes des suites (u_n) et (v_n).

2. On admet que les termes des suites (u_n) et (v_n) sont des nombres strictement positif.
   Montrer que les suites (u_n) et (v_n) sont croissantes sur $\mathbb{N}$.

13. Approfondissement : utilisation d'une suite auxiliaire :

Exercice 5368

On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 3 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{3}{4}\cdot u_n + \frac{1}{2} \qquad \text{pour tout entier } n \in \mathbb{N}$$

1. On considère la suite (v_n) définie par la relation suivante pour tout entier naturel n :
   $$v_n = \frac{1}{2}\cdot u_n - 1$$

   a. Etablir l'égalité ci-dessous pour tout entier naturel n :

$$v_{n+1} = \frac{3}{4} \cdot v_n$$

b. Donner le sens de variation de la suite (v_n).

2. En déduire le sens de variation de la suite (u_n).

Exercice 6668

On considère la suite (u_n) définie par :
$u_0 = 2 \quad ; \quad u_{n+1} = 3 \cdot u_n + 1 \quad$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

1. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n).

On définit la suite (a_n) définie par la relation :

$$a_n = u_n + \frac{1}{2}$$

1. Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $\quad a_{n+1} = 3 \cdot a_n$
2. Quelle est la nature de la suite (a_n) ? Donner les valeurs de ses éléments caractéristiques.
3. En remarquant l'égalité $u_{n+1} - u_n = a_{n+1} - a_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, en déduire le sens de variation de la suite (u_n).

Exercice 8487

On considère la suite (v_n) définie par :
$v_0 = 1 \quad ; \quad v_{n+1} = v_n + 2 \cdot n + 3 \quad$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

1. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (v_n).
2. Quelle conjecture peut-on émettre sur les termes de la suite (v_n) ?

On définit la suite (w_n) définie par :
$w_n = v_{n+1} - v_n \quad$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

1. Justifier que la suite (w_n) est une suite arithmétique. On précisera les élèments caractéristiques de cette suite.
2. Déterminer l'expression de la somme S des n premiers termes de la suite (w_n).
3. En remarquant l'égalité $\left(\sum_{k=0}^{n-1} w_k \right) + v_0 = v_n$, en déduire l'expression du terme v_n en fonction de n.
4. Confirmer la conjecture faite à la question b..

