

Première Spécialité/Probabilités conditionnelles

1. Rappels de probabilités :

Exercice 4791



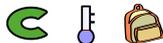
Voici le tableau représentant la loi de probabilité d'un dés truqué à six faces :

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	0,15	0,1	0,08	0,17	0,22	0,28

Déterminer la probabilité de chacun des événements ci-dessous :

1. A : "Le nombre obtenu est supérieur ou égal à 4".
2. B : "Le nombre obtenu est pair".

Exercice 7560



Soit $(\Omega; \mathcal{P})$ un espace probabilisé où A et B sont deux événements de Ω tels que :

$$\mathcal{P}(A) = 0,42 \quad ; \quad \mathcal{P}(B) = 0,19$$

Sachant que $\mathcal{P}(A \cup B) = 0,43$, déterminer la probabilité de l'évènement $A \cap B$.

Exercice 4147

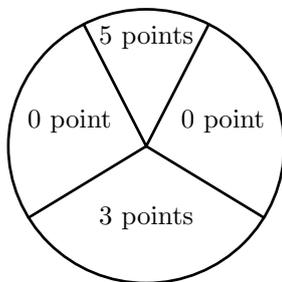


Un jeu consiste à lancer des fléchettes sur une cible. La cible est partagée en quatre secteurs, comme indiqué sur figure ci-dessous :

On suppose que les lancers sont indépendants et que le joueur touche la cible à tous les coups.

Le joueur lance une fléchette. On note :

- p_0 la probabilité d'obtenir 0 point ;
- p_3 la probabilité d'obtenir 3 points ;
- p_5 la probabilité d'obtenir 5 points.



Sachant que $p_5 = \frac{1}{2} \cdot p_3$ et que $p_5 = \frac{1}{3} \cdot p_0$, déterminer les valeurs de p_0 , p_3 et p_5 .

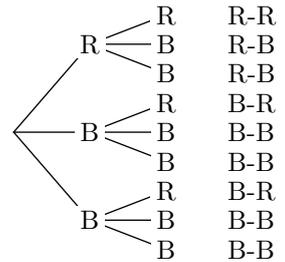
Exercice réservé 3711



Une urne contient deux boules bleues et une boule rouge, toutes identiques au toucher.

1. On tire une boule puis on la remet dans l'urne avant d'en tirer une seconde.

L'arbre des issues de cette expérience aléatoire est représenté ci-contre :



On admettra qu'on est dans une situation d'équiprobabilité.

- a. Déterminer la probabilité des événements suivants :
 - A : "La première boule tirée est rouge".
 - B : "Les deux boules tirées sont de même couleur".
 - C : "La première boule tirée est rouge ou la seconde boule tirée est bleu".
- b. Déterminer la probabilité des événements suivants :

$$\bar{A} \quad ; \quad B \cup C \quad ; \quad A \cap B \quad ; \quad B \cap C$$
2. On change les règles de ce jeu ainsi : il n'y a plus de remise ; la première boule tirée est écartée du jeu.
 - a. Construire l'arbre des issues lié à ce nouveau jeu.
 - b. Calculer les nouvelles probabilités des événements cités aux question a. et b. de la question précédente.
 - c. Parmi les tirages ayant eu une boule bleu au premier tirage, quelle est la probabilité d'obtenir une boule bleu au second tirage ?

2. Introduction aux probabilités conditionnelles :

Exercice 4191



On a posé à 1000 personnes la question suivante : "Combien de fois êtes-vous arrivé en retard au travail au cours des deux derniers mois?". Les réponses ont été regroupées dans le tableau suivant :

	Retards le 1 ^{er} mois	0	1	2 ou plus	Total
Retards le 2 ^e mois	0	262	212	73	547
	1	250	73	23	346
	2 ou plus	60	33	14	107
	Total	572	318	110	1000

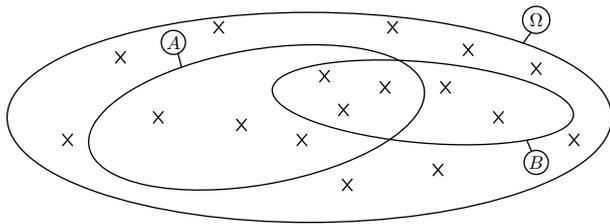
On choisit au hasard un individu de cette population.
On arrondira les probabilités au millième près.

- Déterminer la probabilité que l'individu ait eu au moins un retard le premier mois.
- Parmi les individus n'ayant pas eu de retard le premier mois, quelle est la probabilité de choisir au hasard un individu qui ait eu au moins un retard le second mois?
 - Parmi les individus ayant eu au moins un retard le second mois, quelle est la probabilité de choisir un individu n'ayant pas eu de retard le premier mois?

Exercice 5193



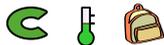
On considère un ensemble Ω et deux de ses parties A et B représentés ci-dessous et dont les éléments sont représentés par des croix :



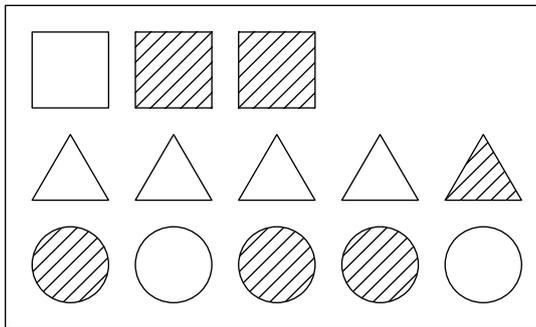
De manière équiprobable, on choisit un élément au hasard.

- Quelle est la probabilité que l'élément tiré appartienne à A ?
 - Sachant qu'on a tiré un élément de B , quelle est la probabilité que cet élément appartienne également à A ?
- Déterminer les probabilités suivantes : $\mathcal{P}(B)$; $\mathcal{P}(A \cap B)$
 - Donner la valeur du quotient : $\frac{\mathcal{P}(A \cap B)}{\mathcal{P}(B)}$.
Que remarque-t-on?

Exercice 3728



Un jeu consiste à secouer et renverser une bouteille afin d'en sortir un de ses éléments. Voici le contenu de cette bouteille :



- Déterminer la probabilité des événements suivants :
 - A : "L'élément sorti est un carré" ;
 - B : "L'élément sorti est rayé" ;
 - $A \cap B$: "L'élément sorti est un carré rayé".
- Déterminer la valeur du quotient : $\frac{\mathcal{P}(A \cap B)}{\mathcal{P}(A)}$

- La valeur $\frac{2}{3}$ représente quelle probabilité?
 - "la probabilité d'avoir un élément rayé parmi les éléments carrés?"
 - ou "la probabilité d'avoir un carré parmi les éléments rayés".

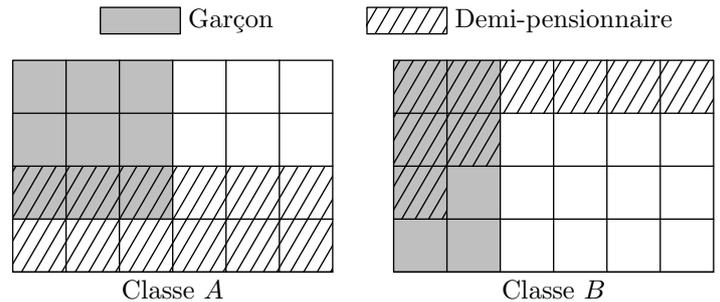
- Déterminer la valeur du quotient : $\frac{\mathcal{P}(A \cap B)}{\mathcal{P}(B)}$

- Compléter la phrase ci-dessous :
"La probabilité des éléments parmi les éléments a une probabilité de $\frac{1}{3}$ "

Exercice réservé 3628



On considère deux classes de classes de 24 élèves représentées par le schéma ci-dessous :



On considère les deux événements suivants :

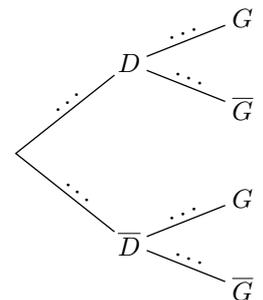
- G : "l'élève est un garçon" ;
- D : "l'élève est demi-pensionnaire".

1. Pour la classe A :

- Déterminer les probabilités suivantes :
 - $\mathcal{P}(G)$: probabilité de choisir un garçon dans la classe.
 - $\mathcal{P}_G(D)$: probabilité de choisir un demi-pensionnaire parmi les garçons.
 - $\mathcal{P}(G \cap D)$: probabilité de choisir un garçon demi-pensionnaire dans la classe.
- Vérifier que les valeurs trouvées à la question a. vérifient l'égalité :
 $\mathcal{P}(G) \times \mathcal{P}_G(D) = \mathcal{P}(G \cap D)$

2. Pour la classe B :

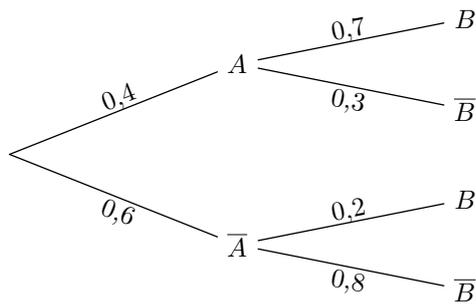
- Compléter les pointillés suivants :
 - $\mathcal{P}_D(G)$: probabilité de choisir parmi
 - $\mathcal{P}_{\overline{D}}(G)$: probabilité de choisir parmi
- Déterminer les probabilités suivantes :
 $\mathcal{P}(D)$; $\mathcal{P}_D(G)$; $\mathcal{P}_{\overline{D}}(G)$
- Compléter l'arbre de probabilité ci-contre.
- Déterminer la probabilité $\mathcal{P}(D \cap \overline{G})$, puis établir l'égalité :
 $\mathcal{P}(D \cap \overline{G}) = \mathcal{P}(D) \times \mathcal{P}_{\overline{D}}(\overline{G})$



3. Probabilités conditionnelles :

Exercice 8291

On considère l'arbre de probabilité incomplé suivant :

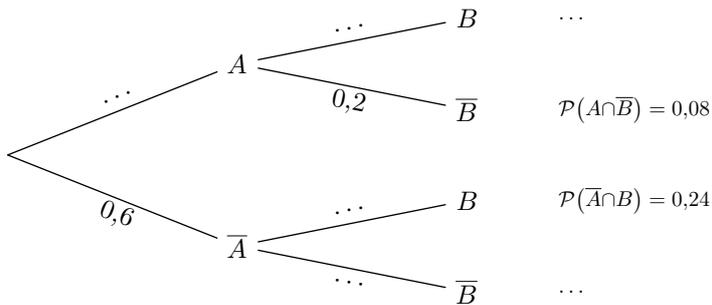


- Par lecture de cet arbre, donner les probabilités ci-dessous :
 - $\mathcal{P}_A(B)$
 - $\mathcal{P}_{\bar{A}}(B)$

- Déterminer les probabilités ci-dessous :
 - $\mathcal{P}(A \cap B)$
 - $\mathcal{P}(\bar{A} \cap B)$

Exercice 4405

On considère l'arbre de probabilité incomplet suivant :



Déterminer les probabilités suivantes :

- $\mathcal{P}(A)$
- $\mathcal{P}_A(B)$
- $\mathcal{P}(A \cap B)$
- $\mathcal{P}_{\bar{A}}(B)$
- $\mathcal{P}_{\bar{A}}(\bar{B})$
- $\mathcal{P}(\bar{A} \cap \bar{B})$

Exercice 2093

Dans ce QCM, il s'agit de recopier sur la copie chacune des trois affirmations proposées en la complétant par la réponse choisie.

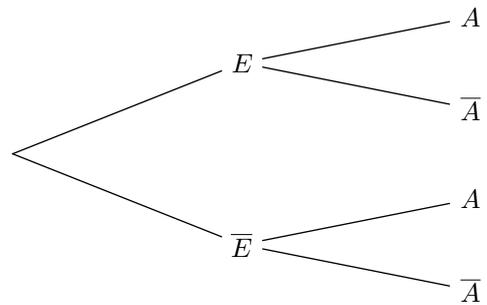
Un seul choix est correct. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse juste vaut un point, une réponse fausse enlève un quart de point, l'absence de réponse est notée 0. Si le total des points obtenus sur cet exercice est négatif ou nul, la note zéro est attribuée à l'exercice.

L'arbre suivant représente les données d'un exercice de probabilité. La probabilité d'un évènement H est notée $\mathcal{P}(H)$.

On sait que :

$$\mathcal{P}(E) = 0,3 \quad ; \quad \mathcal{P}_E(A) = 0,1 \quad ; \quad \mathcal{P}(\bar{E} \cap A) = 0,14$$



- La probabilité de $E \cap A$ est égale à :
 - 0,4
 - 0,03
 - 0,33
 - 0,1
- La probabilité de A sachant \bar{E} est égale à :
 - 0,7
 - 0,14
 - 0,2
 - 1,1

Exercice 130

Une entreprise de jouets est spécialisée dans la fabrication de poupées qui parlent et qui marchent.

Chaque poupée peut présenter deux défaut et deux seulement : un défaut mécanique, un défaut électrique.

Une étude statistique montre que :

- 8% des poupées présentent le défaut mécanique ;
- 5% des poupées présentent le défaut électrique ;
- 2% des poupées présentent ces deux défauts.

Le production journalière est de 1000 poupées.

- Recopier et compléter le tableau ci-dessous qui décrit la production journalière :

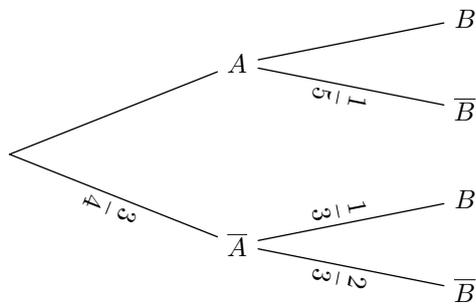
	poupées avec défaut mécanique	Poupées sans défaut mécanique	total
Poupées avec défaut électrique			
Poupées sans défaut électrique			
total	80		1 000

Dans la suite de l'exercice, chaque résultat numérique sera donné sous forme décimale.

- On prélève au hasard une poupée dans la production d'une journée.
 - Soit A l'évènement "la poupée prélevée est sans défaut". Calculer la probabilité de A .
 - Soit B l'évènement "la poupée prélevée a au moins un défaut". Montrer que la probabilité de B est 0,11.
 - Soit C l'évènement "la poupée prélevée n'a qu'un seul défaut". Quelle est la probabilité de C ?
 - Quelle est la probabilité que la poupée prélevée présente le défaut mécanique sachant qu'elle présente un défaut électrique ?

Exercice 2094

On considère l'arbre de probabilité incomplet suivant :



Alors $\mathcal{P}(A \cap B)$ la probabilité de l'évènement $A \cap B$ est égale à:

- a. $\frac{21}{20}$ b. $\frac{1}{5}$ c. $\frac{20}{21}$ d. $\frac{1}{12}$

4. Probabilités conditionnelles et probabilité de l'union :

Exercice 4809



Le comité d'entreprise d'une société parisienne souhaite organiser un week-end en province.

Une enquête est faite auprès des 1 200 employés de cette entreprise afin de connaître leur choix en matière de moyen de transport (les seuls moyens de transport proposés sont le train, l'avion ou l'autocar)

Les résultats de l'enquête auprès des employés de l'entreprise sont répertoriés dans le tableau suivant:

	Train	Avion	Autocar	Total
Femme	468	196	56	720
Homme	150	266	64	480
Total	618	462	120	1200

On interroge au hasard un employé de cette entreprise (on suppose que tous les employés ont la même chance d'être interrogés).

F l'évènement: "l'employé est une femme";

T l'évènement: "l'employé choisit le train".

- Calculer les probabilités $\mathcal{P}(F)$, $\mathcal{P}(T)$ puis déterminer la probabilité que l'employé ne choisisse pas le train (on donnera les résultats sous forme décimale)

- a. Déterminer la probabilité de l'évènement $F \cap T$.

- b. En déduire la probabilité de l'évènement $F \cup T$.

- En choisissant un employé au hasard parmi les employés n'ayant pas choisi le train, quelle est la probabilité que cet employé soit une femme? (on donnera le résultat arrondi au millième)

Exercice 3727



La scène se passe en haut d'une falaise au bord de la mer. Pour trouver une plage et aller se baigner, les touristes ne peuvent choisir qu'entre deux plages, l'une à l'Est et l'autre à l'Ouest.

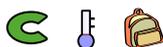
Un touriste se retrouve deux jours consécutifs en haut de la falaise. Le premier jour, il choisit au hasard l'une des deux directions. Le second jour, on admet que la probabilité qu'il choisisse une direction opposée à celle prise la veille vaut 0,8.

Pour $t=1$ ou $t=2$, on note E_t l'évènement: "Le touriste se dirige vers l'Est le t -ème jour" et O_t l'évènement: "Le touriste se dirige vers l'Ouest le t -ème jour".

- Dresser un arbre de probabilités décrivant la situation.
- Déterminer les probabilités suivantes: $\mathcal{P}(E_1)$; $\mathcal{P}_{E_1}(O_2)$; $\mathcal{P}(E_1 \cap E_2)$.
- Calculer la probabilité que ce touriste se rende sur la même plage deux jours consécutifs.

5. Formule des probabilités totales :

Exercice 2339



Dans un espace probabilisé, on considère les deux évènements A et B vérifiant les conditions suivantes:

$$\mathcal{P}(A) = 0,64 \quad ; \quad \mathcal{P}_A(B) = 0,3 \quad ; \quad \mathcal{P}_{\bar{A}}(B) = 0,5$$

- Construire un arbre de probabilité représentant cette situation.
- a. Déterminer les probabilités des évènements suivants: $\mathcal{P}(A \cap B)$; $\mathcal{P}(\bar{A} \cap B)$
b. A l'aide de la formule des probabilités totale, déterminer la probabilité de l'évènement B .

A et B sont deux évènements liés à une même épreuve qui vérifient:

$$\mathcal{P}(A) = 0,4 \quad ; \quad \mathcal{P}_A(B) = 0,7 \quad ; \quad \mathcal{P}_{\bar{A}}(\bar{B}) = 0,1$$

Indiquer si l'affirmation suivante est vraie ou fausse en justifiant votre réponse.

Affirmation: La probabilité de l'évènement A , sachant que l'évènement B est réalisé, est de $\frac{14}{41}$

Exercice 137



Dans tout l'exercice, on donnera les résultats arrondis à 10^{-4}
Les résultats d'une enquête concernant les véhicules circulant en France montrent que:

Exercice réservé 4160



- 88% des véhicules contrôlés ont des freins en bon état ;
- parmi les véhicules contrôlés ayant des freins en bon état, 92% ont un éclairage en bon état ;
- parmi les véhicules contrôlés ayant des freins défectueux, 80% ont un éclairage en bon état.

On choisit au hasard un des véhicules concernés par l'enquête. Il y a équiprobabilité des choix.

On note F l'événement "le véhicule contrôlé a des freins en bon état".

On note E l'événement "le véhicule contrôlé a un éclairage en bon état".

\bar{E} et \bar{F} désignent les événements contraires de E et F .

1. Décrire cette situation à l'aide d'un arbre.
2. a. Déterminer la probabilité $\mathcal{P}(\bar{F})$ de l'événement \bar{F} .
b. Quelle est la probabilité $\mathcal{P}_{\bar{F}}(\bar{E})$, probabilité que l'éclairage ne soit pas en bon état, sachant que les freins ne sont pas en bon état.
c. Montrer que la probabilité $\mathcal{P}(E \cap F)$ de l'événement $E \cap F$ est égale à 0,8096.
d. Quelle est la probabilité pour que le véhicule ait un éclairage en bon état?
e. Tout conducteur d'un véhicule concerné par l'enquête ayant des freins ou un éclairage défectueux, doit faire réparer son véhicule. Calculer la probabilité pour qu'un conducteur ait des réparations à effectuer sur ses freins ou son éclairage.

Exercice réservé 138



A la ferme "La ferme de la Poule Pondeuse", chaque jour on produit des oeufs de deux tailles différentes :

- 60% des oeufs sont moyens et 40% des oeufs sont gros.

Les oeufs sont classés en deux catégories : ceux de qualité ordinaire et ceux de qualité supérieure.

On a remarqué que :

- 50% des oeufs moyens sont de qualité ordinaire,
- 20% des gros oeufs sont de qualité ordinaire

On choisit un oeuf au hasard. Le choix au hasard d'un oeuf dans la production du jour signifie qu'on se place dans un modèle avec équiprobabilité.

On définit les événements suivants :

- M : "l'oeuf est moyen"
- G : "l'oeuf est gros"
- O : "l'oeuf est de qualité ordinaire"
- S : "l'oeuf est de qualité supérieure"

1. Donner les probabilités suivantes :

- $P(G)$: probabilité que l'oeuf soit gros,

- $P_G(S)$: probabilité que l'oeuf soit de qualité supérieure sachant qu'il est gros.

2. Démontrer que la probabilité de prendre un oeuf gros et de qualité supérieure est égale à 0,32.
3. Calculer la probabilité $\mathcal{P}(M \cap S)$ que l'oeuf soit moyen et de qualité supérieure, puis la probabilité $P(S)$ de l'événement S .

Exercice 134



Une chaîne de fabrication produit des rasoirs jetables en très grand nombre.

A la sortie de la chaîne, chaque rasoir subit un test de contrôle par un automate.

L'automate rejette les rasoirs présentant un défaut. Il arrive cependant que le test ne décèle pas un défaut et laisse passer le rasoir, ou au contraire rejette un rasoir qui ne présente aucun défaut.

Une étude statistique fait sur un très grand nombre de rasoirs a en fait montré que :

- lorsque le rasoir est correctement fabriqué, le test confirme cela et accepte l'objet dans 998 cas sur 1000.
- si le rasoir a un défaut de fabrication, le test détecte ce défaut et rejette le rasoir dans 985 cas sur 1000.
- sur 1000 rasoirs fabriqués, 980 n'ont aucun défaut.

On choisit un rasoir au hasard.

On note dans la suite :

- D : l'événement "le rasoir n'a pas de défaut de fabrication",
- \bar{D} : l'événement contraire de D ,
- A : l'événement "le test accepte le rasoir"
- \bar{A} : l'événement contraire de A

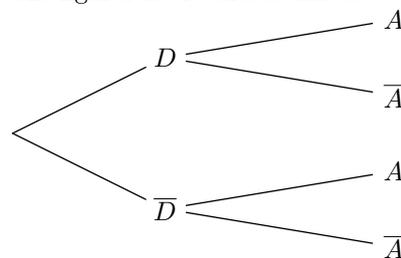
1. Décrire chacun des événements suivants par une phrase :

$$\bar{D} \cap A ; \bar{D} \cap \bar{A} ; D \cap A, D \cap \bar{A}$$

2. A l'aide de l'énoncé, donner les probabilités suivantes :

- $\mathcal{P}_D(A)$ (probabilité de A sachant que D est réalisé)
- $\mathcal{P}_{\bar{D}}(\bar{A})$

3. a. Recopier et compléter l'arbre de probabilité suivant en faisant figurer les résultats exacts



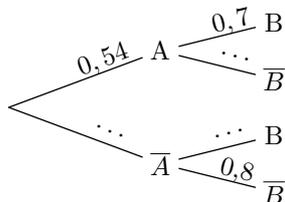
- b. Quelle est la probabilité qu'un rasoir soit accepté après le test de contrôle? Donner l'arrondi avec une précision de 10^{-4} .

6. Inversion de la condition :

Exercice réservé 3601



Dans un espace probabilisé, on considère deux événements A et B . Voici un arbre de probabilité réalisé avec ces deux événements :



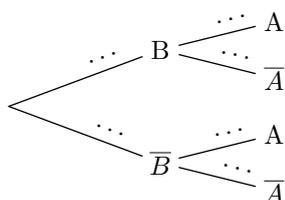
1. Compléter l'arbre de probabilité représentant cette expérience aléatoire.
2. Justifier chacune des valeurs suivantes (arrondies au millième près) :

- a. $\mathcal{P}(A \cap B) = 0,378$ b. $\mathcal{P}(\bar{A} \cap B) = 0,092$
 c. $\mathcal{P}(B) = 0,47$ d. $\mathcal{P}_B(A) \approx 0,804$

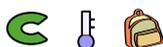
3. Déterminer les probabilités suivantes :

- a. $\mathcal{P}(A \cap \bar{B})$ d. $\mathcal{P}(\bar{B})$ f. $\mathcal{P}_{\bar{B}}(A)$

4. Construire l'arbre de probabilité ci-contre en le complétant avec les valeurs des probabilités arrondies au millième :

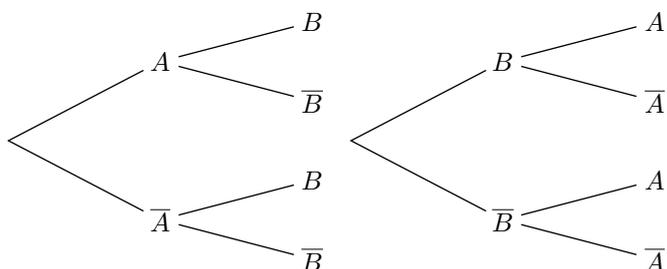


Exercice 5832



Dans un espace probabilisé, on considère deux événements A et B . On connaît les probabilités suivantes :

$$\mathcal{P}(A) = 0,3 \quad ; \quad \mathcal{P}_A(B) = 0,8 \quad ; \quad \mathcal{P}_A(\bar{B}) = 0,6$$



Compléter, si nécessaire avec des valeurs arrondies au centième, les deux arbres de probabilité ci-dessus.

Exercice 123



Rappels

- On note \bar{A} l'événement contraire d'un événement A , $\mathcal{P}(A)$ la probabilité d'un événement A ,
- "A et B" ou $A \cap B$ l'intersection de deux événements A et B ,
- "A ou B" ou $A \cup B$ la réunion de deux événements A et B .
- $\mathcal{P}_B(A)$ la probabilité qu'un événement A se réalise, sachant qu'un événement B (de probabilité nulle) est déjà réalisé. On a :

$$\mathcal{P}_B(A) = \frac{\mathcal{P}(A \cap B)}{\mathcal{P}(B)} = \frac{\mathcal{P}(A \text{ et } B)}{\mathcal{P}(B)}$$

Dans un pays européen, 12% des moutons sont atteints par une maladie. Un test de dépistage de cette maladie vient d'être mis sur le marché mais il n'est pas totalement fiable. Une étude a montré que quand le mouton est malade le test

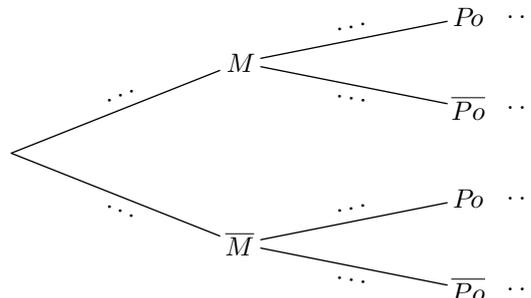
est positif dans 93% des cas ; quand le mouton est sain, le test est négatif dans 97% des cas.

On choisit un mouton au hasard et on le soumet au test de dépistage de la maladie.

On note M l'événement "le mouton est malade".

On note Po l'événement "le test est positif".

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité suivant :



2. Calculer les probabilités des événements A , B , C suivants :

- A : "Le mouton est malade et le test est positif"
- B : "Le mouton est sain et le test est positif"
- C : "Le mouton est malade et le test est négatif".

3. En déduire que la probabilité de l'événement Po est égale à 0,138. Quelle est la probabilité que le test soit négatif ?

4. Dans cette question les résultats seront arrondis au millième.

- a. Sachant qu'un mouton a un test positif, quelle est la probabilité qu'il ne soit pas malade ?
 b. Sachant qu'un mouton a un test négatif, quelle est la probabilité qu'il soit malade ?

Exercice 139



Rappels :

- On note $\mathcal{P}(A)$ la probabilité d'un événement A , "A et B" ou " $A \cap B$ " l'intersection de deux événements A et B .
- On note $\mathcal{P}_B(A)$ la probabilité qu'un événement A se réalise, sachant qu'un événement B (de probabilité non nulle) est déjà réalisé. On a :

$$\mathcal{P}_B(A) = \frac{\mathcal{P}(A \cap B)}{\mathcal{P}(B)} = \frac{\mathcal{P}(A \text{ et } B)}{\mathcal{P}(B)}$$

On dispose de deux urnes numérotées 1 et 2. L'urne 1 contient une boule blanche et une boule noire. L'urne 2 contient deux boules noires et une boule blanche.

On réalise l'expérience aléatoire suivante : on tire au hasard une boule dans l'urne 1 et on la met dans l'urne 2, puis on tire au hasard une boule dans l'urne 2. On suppose que tous les tirages sont équiprobables.

On note :

- ➡ N_1 l'événement : "La boule tirée de l'urne 1 est noire" ;
- ➡ B_1 l'événement : "La boule tirée de l'urne 1 est blanche" ;
- ➡ N_2 l'événement : "La boule tirée de l'urne 2 est noire" ;
- ➡ B_2 l'événement : "La boule tirée de l'urne 2 est blanche"

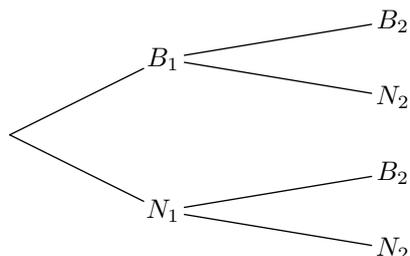
1. Donner les valeurs de $\mathcal{P}(B_1)$ et $\mathcal{P}(N_1)$.

2. Montrer que : $\mathcal{P}_{B_1}(B_2) = \frac{1}{2}$.

De la même façon donner les valeurs de :

$$\mathcal{P}_{B_1}(N_2) \ ; \ \mathcal{P}_{N_1}(B_2) \ ; \ \mathcal{P}_{N_1}(N_2).$$

3. Compléter l'arbre de probabilités :



4. Calculer $\mathcal{P}(B_1 \cap B_2)$.

5. Montrer que $\mathcal{P}(B_2) = \frac{3}{8}$ puis calculer $\mathcal{P}(N_2)$.

6. Sachant qu'on vient de tirer une boule blanche dans l'urne 2, quelle est la probabilité qu'on ait tiré auparavant une boule blanche dans l'urne 1 ?

Exercice 3729



Un responsable de magasin achète des composants électroniques auprès de deux fournisseurs dans les proportions suivantes : 25 % au premier fournisseur et 75 % au second.

La proportion de composants défectueux est de 3 % chez le premier fournisseur et de 2 % chez le second.

On note :

- D : l'évènement "le composant est défectueux" ;
- F_1 : l'évènement "le composant provient du premier fournisseur" ;
- F_2 : l'évènement "le composant provient du second fournisseur" .

1. Dresser un arbre de probabilité correspondant à cette situation.

2. Calculer $P(D \cap F_1)$, puis démontrer : $P(D) = 0,0225$

3. Sachant qu'un composant est défectueux, quelle est la probabilité qu'il provienne du premier fournisseur ? On arrondira sa valeur au millième près.

Exercice 4170



Dans ma rue, il pleut un soir sur quatre.

S'il pleut, je sors mon chien avec une probabilité égale à $\frac{1}{10}$; s'il ne pleut pas, je sors mon chien avec une probabilité égale à $\frac{9}{10}$.

Sachant que j'ai sorti mon chien, quel est la probabilité qu'il pleuve ?

Exercice 6760



Un maraîcher est spécialisé dans la production de fraises.

Le maraîcher produit ses fraises dans deux serres notées A et B : 55 % des fleurs de fraisier se trouvent dans la serre A , et 45 % dans la serre B . Dans la serre A , la probabilité pour chaque fleur de donner un fruit est égale à 0,88 ; dans la serre B , elle est égale à 0,84.

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.

Proposition 1 :

La probabilité qu'une fleur de fraisier, choisie au hasard dans cette exploitation, donne un fruit est égale à 0,862.

Proposition 2 :

On constate qu'une fleur, choisie au hasard dans cette exploitation, donne un fruit. La probabilité qu'elle soit située dans la serre A , arrondie au millième est égale à 0,439.

Exercice réservé 6829



Sur un court de tennis, un lance-balle permet à un joueur de s'entraîner seul. Cet appareil envoie des balles une par une à une cadence régulière. Le joueur frappe alors la balle puis la balle suivante arrive.

Suivant le manuel du constructeur, le lance-balle envoie au hasard la balle à droite ou à gauche avec la même probabilité.

Pour augmenter la difficulté, le joueur paramètre le lance-balle de façon à donner une effet aux balles lancées. Elles peuvent être soit "liftées", soit "coupées". La probabilité que le lance-balle envoie une balle à droite est toujours égale à la probabilité que le lance-balle envoie une balle à gauche.

Les réglages de l'appareil permettent d'affirmer que :

Dans tout l'exercice, on arrondira les résultats à 10^{-3} près.

- la probabilité que le lance-balle envoie une balle liftée à droite est 0,24 ;
- la probabilité que le lance-balle envoie une balle coupée à gauche est 0,235.

Si le lance-balle envoie une balle coupée, quelle est la probabilité qu'elle soit envoyée à droite ?

Exercice réservé 4145



Un internaute souhaite faire un achat par l'intermédiaire d'internet. Quatre sites de vente, un français, un allemand, un canadien et un indien présentent le matériel qu'il souhaite acquérir. L'expérience a montré que la probabilité qu'il utilise chacun de ces sites vérifie les conditions suivantes (les initiales des pays désignent les évènements "l'achat s'effectue dans le pays") :

$$\mathcal{P}(F) = \mathcal{P}(A) \ ; \ \mathcal{P}(F) = \frac{1}{2} \cdot \mathcal{P}(C) \ ; \ \mathcal{P}(C) = \mathcal{P}(I)$$

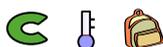
1. Calculer les quatre probabilités $\mathcal{P}(F)$, $\mathcal{P}(A)$, $\mathcal{P}(C)$ et $\mathcal{P}(I)$.
2. Sur chacun des quatre sites, l'internaute peut acheter un supplément pour son matériel. Ses expériences précédentes conduisent à formuler ainsi les probabilités conditionnelles de cet évènement, noté S :

$$\mathcal{P}_F(S) = 0,2 \ ; \ \mathcal{P}_A(S) = 0,5 \ ; \ \mathcal{P}_C(S) = 0,1 \ ; \ \mathcal{P}_I(S) = 0,4$$

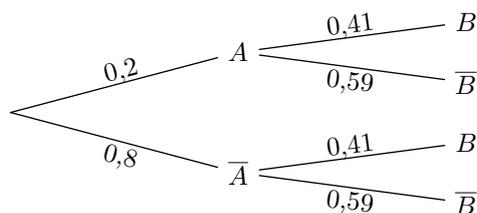
- a. Déterminer : $\mathcal{P}(S \cap A)$.
- b. Montrer que : $\mathcal{P}(S) = \frac{17}{60}$.
- c. L'internaute a finalement acheté un supplément. Déterminer la probabilité qu'il l'ait acheté sur le site canadien.

7. Indépendance :

Exercice 8321



Dans une expérience aléatoire, on considère deux évènements A et B permettant de construire l'arbre de probabilité :



1. Déterminer la probabilité de l'évènement B .
2. Etablir que les évènements A et B sont indépendants.

Exercice 3733



Dans une classe de 30 élèves sont formés un club dessin et un club théâtre. Le club dessin est composé de 10 membres, le club théâtre de 6 membres. Il y a deux élèves qui sont membres des deux clubs à la fois.

On interroge un élève de la classe pris au hasard. On appelle :

- D l'évènement : "L'élève fait partie du club dessin" ;
- T l'évènement : "L'élève fait partie du club théâtre".

Montrer que les évènements D et T sont indépendants.

Exercice 4322



Soient A et B deux évènements indépendants d'un même univers Ω tels que :

$$\mathcal{P}(A) = 0,3 \quad ; \quad \mathcal{P}(A \cup B) = 0,35.$$

Déterminer la probabilité de l'évènement B .

Exercice réservé 4169



On désigne par A et B deux évènements indépendants d'un univers muni d'une loi de probabilité \mathcal{P} .

On sait que : $\mathcal{P}(A \cup B) = \frac{4}{5}$; $\mathcal{P}(\bar{A}) = \frac{3}{5}$

Déterminer la probabilité de l'évènement B .

Exercice 4150



Soient A , B et C trois évènements d'un même univers Ω muni d'une probabilité \mathcal{P} . On sait que :

- A et B sont indépendants ;
- $\mathcal{P}(A) = \frac{2}{5}$; $\mathcal{P}(A \cup B) = \frac{3}{4}$
- $\mathcal{P}(C) = \frac{1}{2}$; $\mathcal{P}(A \cap C) = \frac{1}{10}$

Sans justification, indiquer si chacune des propositions suivantes est vraie ou fausse.

- **Proposition 1 :** $\mathcal{P}(B) = \frac{7}{12}$

- **Proposition 2 :** $\mathcal{P}(\overline{A \cup C}) = \frac{2}{5}$

où $\overline{A \cup C}$ désigne l'évènement contraire de $A \cup C$.

Exercice réservé 4174



Une usine produit des sacs. Chaque sac fabriqué peut présenter deux défauts : le défaut a et le défaut b . Un sac est dit défectueux s'il présente au moins l'un des deux défauts :

Les probabilités demandées seront données avec leurs valeurs décimales exactes.

On prélève un sac au hasard dans la production d'une journée.

On note A l'évènement "le sac présente le défaut a " et B l'évènement "le sac présente le défaut b ". Les probabilités des évènements A et B sont respectivement :

$$\mathcal{P}(A) = 0,02 \quad ; \quad \mathcal{P}(B) = 0,01 ;$$

On suppose que ces deux évènements sont indépendants.

1. Calculer la probabilité de l'évènement :
 C : "le sac prélevé présente le défaut a et le défaut b "
2. Calculer la probabilité de l'évènement :
 D : "le sac est défectueux"
3. Calculer la probabilité de l'évènement :
 E : "le sac ne présente aucun défaut"
4. Sachant que le sac présente le défaut a , quelle est la probabilité qu'il présente aussi le défaut b ?

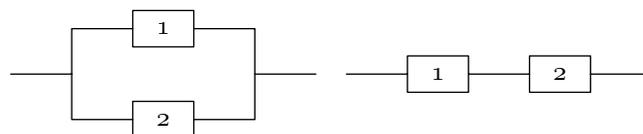
Exercice 6764



Un circuit électronique est composé de deux composants identiques numérotés 1 et 2. On note D_1 l'évènement "le composant 1 est défaillant avant un an" et on note D_2 l'évènement "le composant 2 est défaillant avant un an".

On suppose que les deux évènements D_1 et D_2 sont indépendants et que : $\mathcal{P}(D_1) = \mathcal{P}(D_2) = 0,39$

Deux montages possibles sont envisagés, présentés ci-dessous :



Circuit en parallèle A

Circuit en série B

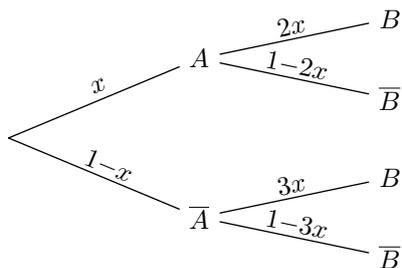
1. Lorsque les deux composants sont montés "en parallèle", le circuit A est défaillant uniquement si les deux composants sont défaillants en même temps. Calculer la probabilité que le circuit A soit défaillant avant un an.
2. Lorsque les deux composants sont montés "en série", le circuit B est défaillant dès que l'un au moins des deux composants est défaillant. Calculer la probabilité que le circuit B soit défaillant avant un an.

8. Avec un peu d'algèbre :

Exercice 6741



Dans une expérience aléatoire, on considère deux évènements A et B permettant de construire l'arbre de probabilité ci-dessous



et tels qu'il existe un nombre réel x vérifiant :

$$\mathcal{P}(A) = x \quad ; \quad \mathcal{P}_A(B) = 2x \quad ; \quad \mathcal{P}_{\bar{A}}(B) = 3x$$

1. Dans cette question, on suppose que $\mathcal{P}(B) = \frac{29}{100}$. Déterminer la valeur de x .
2. Dans cette question, on suppose que $\mathcal{P}_B(A) = \frac{1}{5}$. Déterminer la valeur de x .

9. Approfondissement: succession de plusieurs épreuves :

Exercice 7249



On considère une population chez laquelle on étudie trois critères: l'âge, le fait d'être propriétaire ou non de son logement, posséder ou non une voiture.

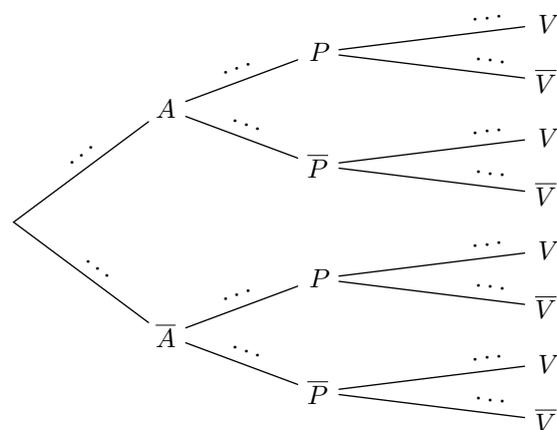
Pour organiser cette population, on considère les trois classes d'individu suivants :

- A : "l'individu a 50 ans ou plus"
- P : "l'individu est propriétaire de son logement".
- V : "l'individu possède une voiture".

Voici le tableau des effectifs obtenus à partir de l'étude :

	A	\bar{A}	
P	49	1 332	V
	1	2 268	\bar{V}
\bar{P}	69	342	V
	506	11 058	\bar{V}

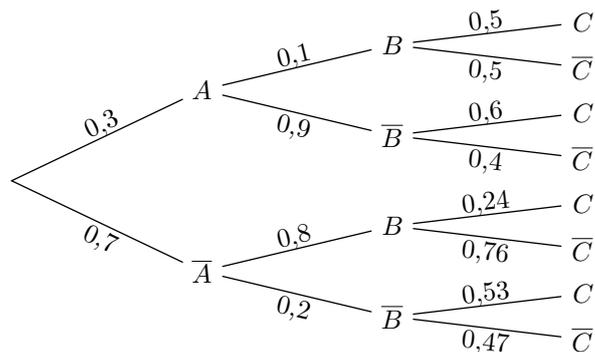
On considère l'expérience aléatoire consistant à choisir au hasard un individu dans la population d'étude. En considérant, les évènements associées aux classes de l'étude statistique, compléter l'arbre de probabilité ci-dessous :



Exercice 8322



On considère une expérience aléatoire et trois de ces évènements A , B et C permettant de construire l'arbre de probabilité suivant :

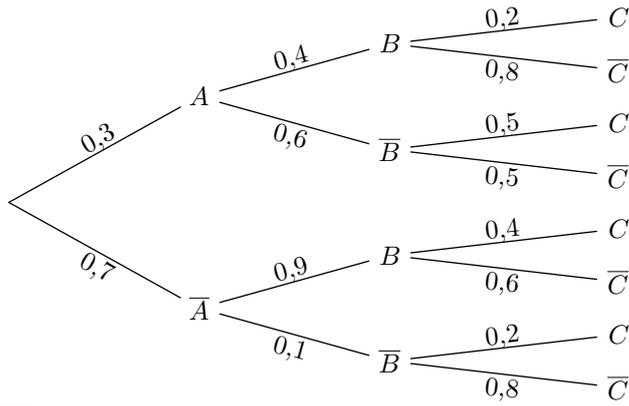


1. En relevant les valeurs sur l'arbre de probabilité, donner les probabilités :
 - a. $\mathcal{P}_{\bar{A}}(B)$
 - b. $\mathcal{P}_{A \cap B}(C)$
 - c. $\mathcal{P}_{A \cap \bar{B}}(\bar{C})$
2. Déterminer les probabilités :
 - a. $\mathcal{P}(A \cap B)$
 - b. $\mathcal{P}(A \cap B \cap C)$
 - c. $\mathcal{P}(A \cap \bar{B} \cap \bar{C})$

10. Approfondissement: succession de plusieurs épreuves indépendantes :

Exercice 8325

On considère une expérience aléatoire et trois de ses événements A , B et C donnant l'arbre de probabilités ci-dessous :



- Déterminer la probabilité de l'évènement C .
- Etablir que les événements A et C sont indépendants?

Exercice 3738

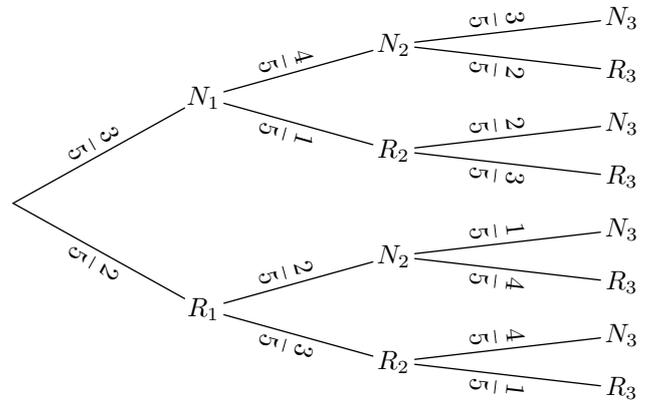
On considère trois urnes qui contiennent chacune des boules

noires et rouges.

Une expérience consiste à tirer au hasard une boule de chaque urne. Pour tout $i \in \{1; 2; 3\}$, on considère les événements suivants :

- N_i : "on tire une boule noire de l'urne U_i ";
- R_i : "on tire une boule rouge de l'urne U_i ".

On considère l'arbre de probabilité suivant :



- Déterminer la probabilité de l'évènement N_3 .
- Les événements N_1 et N_3 sont-ils indépendants?