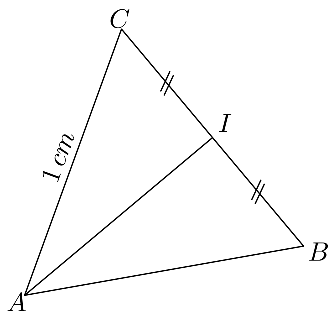
Première Spécialité/Trigonométrie

1. Angles remarquables :

Exercice réservé 2180

Soit ABC un triangle équilatéral dont la mesure des côtés vaut $1\,cm$.
On note I le milieu du segment $[BC]$.



1. Que représente la droite (AI) dans le triangle ABC?
2. Compléter le tableau ci-dessous :

	$\widehat{CIA}$	$\widehat{CAB}$	$\widehat{CAI}$	$\widehat{IAC}$
Mesure en radian				

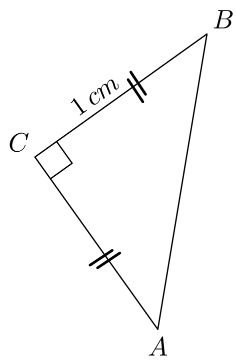
3. a. A l'aide du théorème de Pythagore, démontrer que :
$AI = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\,cm.$

   b. Dans le triangle AIC, déterminer le sinus, le cosinus et la tangente des angles $\widehat{IAC}$ et $\widehat{ICA}$. Puis, compléter le tableau suivant :

α	$\dfrac{\pi}{6}$ rad	$\dfrac{\pi}{3}$ rad
$\cos\alpha$		
$\sin\alpha$		
$\tan\alpha$		

Exercice réservé 2181

On considère le triangle rectangle-isocèle en C tel que $BC{=}1\,cm$



1. Compléter le tableau suivant :

	$\widehat{ACB}$	$\widehat{CAB}$
Mesure en radian		

2. a. A l'aide du théorème de Pythagore, déterminer la mesure du côté $[AB]$.

   b. A l'aide du théorème de Pythagore, montrer que :
$AB = \sqrt{2}\,cm.$

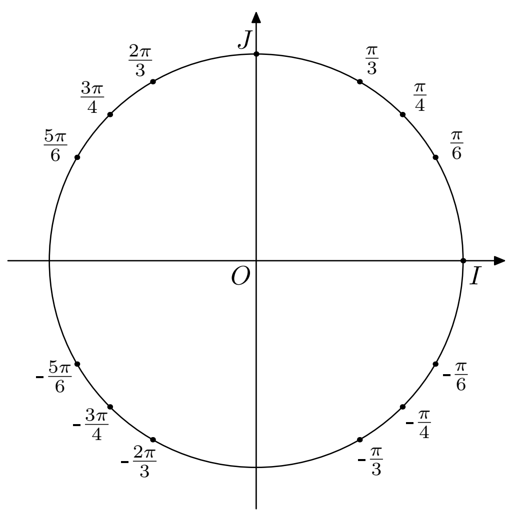
   c. Dans le triangle rectangle ABC, déterminer le sinus, le cosinus et la tangente de l'angle $\widehat{CAB}$, puis compléter le tableau suivant :

α	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$\tan\alpha$
$\dfrac{\pi}{4}$ rad			

2. Angles associés :

Exercice 7704

On munit le plan d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ et on considère le cercle trigonométrique ci-dessous :



où sont représentés les points M du cercle trigonométrique dont la mesure principale de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM}\right)$ est un angle remarquable.

Donner la valeur exacte des rapports ci-dessous :

a. $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$ b. $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ c. $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ d. $\cos(\pi)$

e. $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ f. $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ g. $\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$ h. $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$

Exercice 2871

1. Tracer un cercle trigonométrique et placer les points suivants dont le repérage par leur mesure principale :

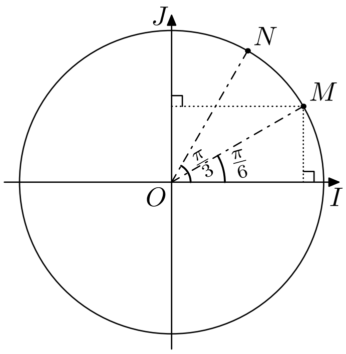
   a. $A\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ b. $B\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$ c. $C\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

   d. $D\left(\frac{\pi}{4}\right)$ e. $E\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ f. $F\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

2. Préciser les valeurs du cosinus et du sinus associées à chacun des angles repérant les points précédents.

Exercice 2179

On considère le cercle trigonométrique $\mathscr{C}$ dans le plan muni d'un repère $(O;I;J)$



1. a. Déterminer les coordonnées cartésienne du point M.

   b. Placer le point M' symétrique du point M par la symétrie d'axe (OJ). Donner les coordonnées cartésiennes du point M'. Puis, donner l'angle repérant le point M' dans le cercle $\mathscr{C}$.

   c. Placer le point M'' symétrique du point M par la symétrie d'axe (OI). Donner les coordonnées cartésiennes du point M''. Puis, donner l'angle repérant le point M'' dans le cercle $\mathscr{C}$.

2. a. Déterminer les coordonnées cartésienne du point N.

   b. Placer le point N' symétrique du point N par la symétrie d'axe (OJ). Donner les coordonnées cartésiennes du point N'. Puis, donner l'angle repérant le point N' dans le cercle $\mathscr{C}$.

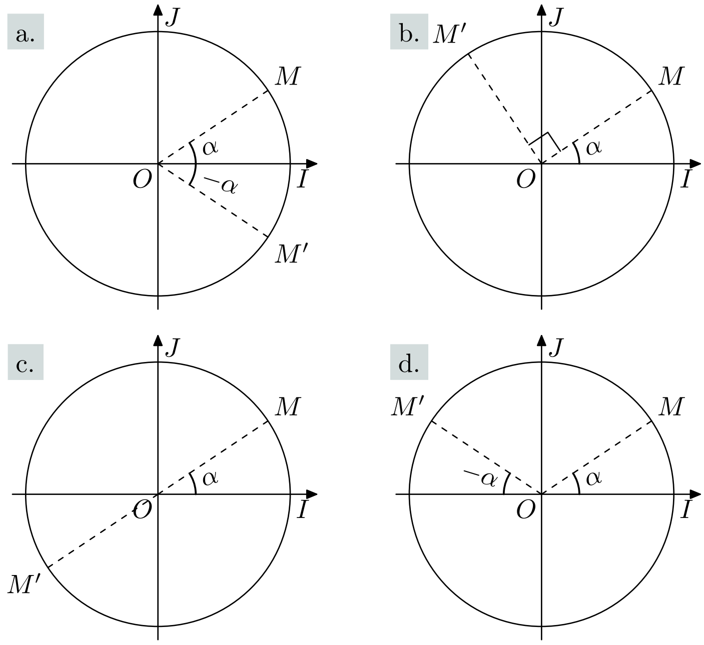
   c. Placer le point N'' symétrique du point N par la symétrie d'axe (OI). Donner les coordonnées cartésiennes du point N''. Puis, donner l'angle repérant le point N'' dans le cercle $\mathscr{C}$.

Exercice 6574

1. Dans les quatre cas suivants, un point M est placé sur le cercle trigonométrique repéré par un angle α. On rappelle qu'on note alors :

   $\widehat{IOM}=\alpha$ ou $M(\alpha)$.

   A partir de ce point M est placé un nouveau point M' :

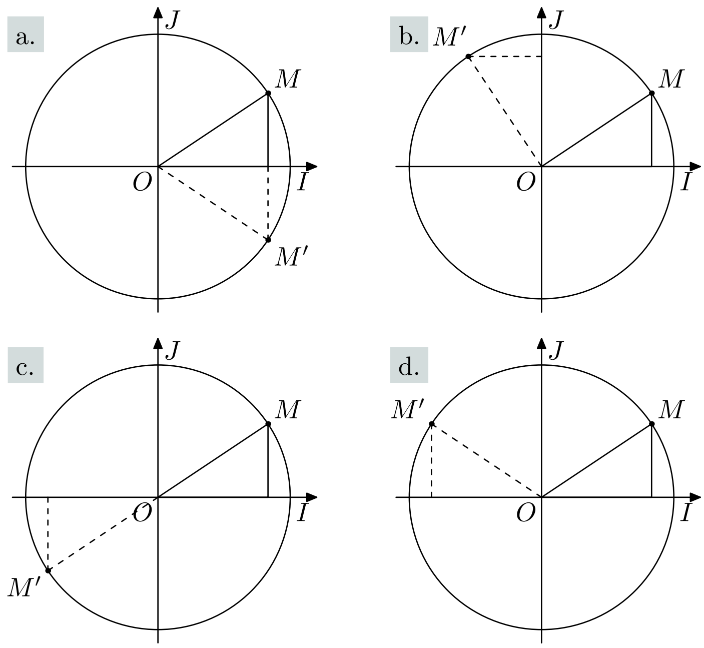


   Exprimer l'angle repérant le point M' en fonction de α.

2. Nous utiliserons la définition et les propriétés suivantes :

> **Définition :**
> Deux triangles sont **isométriques** si leurs côtés sont deux à deux de même mesure.

> **Proposition :**
> Si deux triangles ont un côté de même longueur adjacent à deux angles respectivement égaux alors ces deux triangles sont isométriques

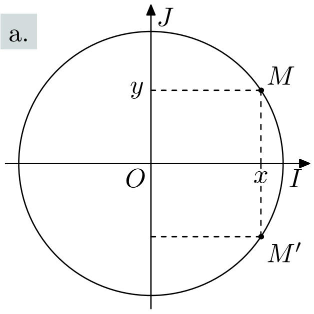


   Justifier, dans chaque cas, que le triangle présenté en trait plein et le triangle présenté en pointillés sont isométriques.

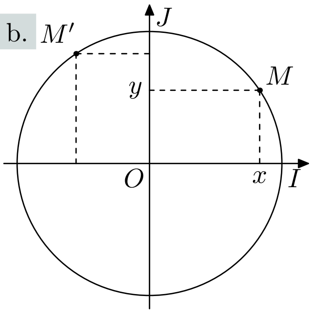
3. Ouvrir le fichier "*angleAssocie.ggb*".
   Modifier la position du point M et observer la relation entre les coordonnées du point M et M' dans chacun des cas.

4. Indiquer sur la figure les coordonnées du point M' en fonction des coordonnées $(x;y)$ du point M :

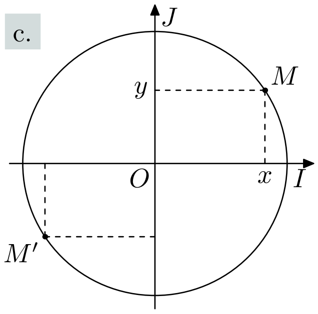
a.



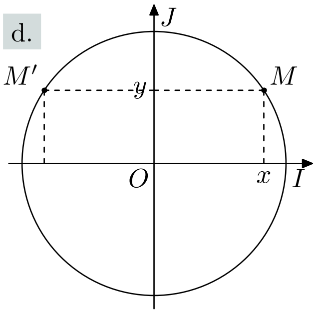
b.



c.



d.



3. Angles associés et formule trigonométrique :

Exercice réservé 2229

Simplifier l'écriture de chacune des expressions ci-dessous :

a. $\sin\left(3\pi+x\right)$ b. $\cos\left(\dfrac{5\pi}{2}-x\right)$

c. $\cos\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)$ d. $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right)$

e. $\sin\left(\pi-x\right)+\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)$

f. $3\cdot\sin\left(\pi+x\right)-2\cdot\sin\left(\pi-x\right)+4\cdot\sin\left(x-\pi\right)$

Exercice 7605

Soit α un nombre réel. Simplifier les écritures suivantes :

a. $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)$ b. $\sin\left(\alpha+3\cdot\pi\right)$

c. $\cos\left(\alpha-\dfrac{\pi}{2}\right)$ d. $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)$

Exercice 2235

1. Simplifier chacune des expressions suivantes :

   a. $\cos\left(x-\pi\right)$ b. $\sin\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)$

   c. $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$ d. $\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$

2. A l'aide de la relation : $\tan x=\dfrac{\sin x}{\cos x}$ où $x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\cdot\pi$ simplifier les expressions suivantes :

   a. $\tan\left(x+\pi\right)$ b. $\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)$

Exercice 2230

1. Etablir l'égalité : $\cos\dfrac{\pi}{6}+\cos\dfrac{5\pi}{6}=0$

2. Déterminer la valeur des coefficients α et β réalisant l'égalité suivante :
$$2\cdot\cos\left(-\frac{\pi}{7}\right)+3\cdot\cos\frac{8\pi}{7}-2\cdot\sin\frac{6\pi}{7}+\sin\left(-\frac{\pi}{7}\right)=\alpha\cdot\cos\frac{\pi}{7}+\beta\cdot\sin\frac{\pi}{7}$$

Exercice 2304

1. Déterminer les valeurs exactes des expressions ci-dessous :

   a. $\sin\left(\dfrac{7\pi}{3}\right)$ b. $\cos\left(-\dfrac{5\pi}{4}\right)$ c. $\cos\left(\dfrac{5\pi}{6}\right)$

2. Exprimer l'expression suivante à l'aide des rapports trigonométriques de $\dfrac{\pi}{5}$:
$$A=2\cdot\cos\frac{4\pi}{5}+3\cdot\sin\frac{6\pi}{5}-4\cdot\sin\frac{3\pi}{10}$$

Exercice 2244

1. On donne la valeur exacte : $\cos\dfrac{\pi}{8}=\dfrac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$.

   a. En utilisant la formule $\left(\cos x\right)^2+\left(\sin x\right)^2=1$, déterminer la valeur exacte de $\sin\dfrac{\pi}{8}$.

   b. En déduire la valeur exacte de $\cos\dfrac{5\pi}{8}$ en justifiant votre démarche.

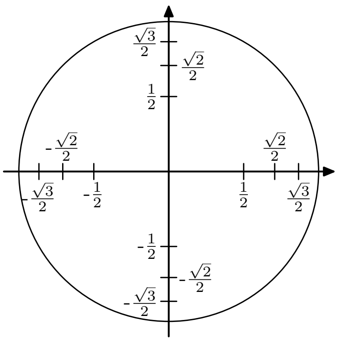
   c. Etablir l'égalité : $\tan\dfrac{\pi}{8}=\sqrt{3-2\sqrt{2}}$.

2. On considère l'expression suivante :
$$A=\cos\frac{9\pi}{8}-3\cdot\sin\frac{5\pi}{8}+2\cdot\cos\frac{7\pi}{8}$$
Déterminer une écriture de l'expression de A en fonction des rapports trigonométriques de l'angle $\dfrac{\pi}{8}$.

4. Equations :

Exercice 5482

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère le cercle trigonométrique représenté ci-dessous :



1. a. Sur le cercle trigonométrique, placer les deux points M et M' ayant pour abscisse $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

   b. Dans l'intervalle des mesures principales, résoudre l'équation :
   $$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

2. Dans l'intervalle des mesures principales, résoudre les équations suivantes :

   a. $\sin x = \frac{1}{2}$ b. $\cos x = \frac{1}{2}$ c. $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation suivante :
   $$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Exercice 2624

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a. $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ b. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 2874

1. Résoudre dans l'ensemble $]-\pi\,;\pi]$ des mesures principales, les équations suivantes :

   a. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ b. $\sin x = -\frac{1}{2}$

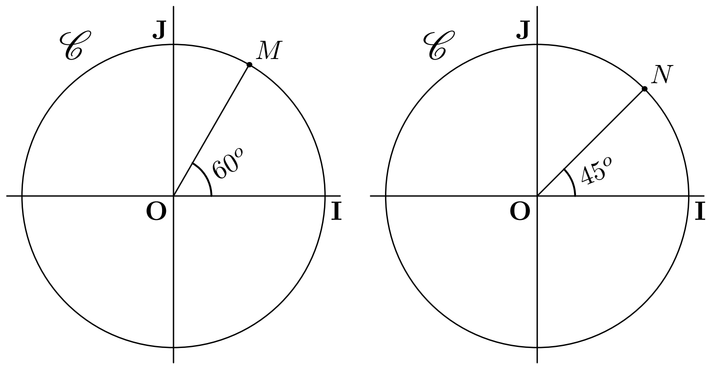
   c. $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ d. $\cos x = -\frac{1}{2}$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

   a. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ b. $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 3110

On considère les deux cercles trigonométriques ci-dessous :



1. Donner, dans le repère $(O\,;I\,;J)$, les coordonnées des points M et N.

2. Dans l'intervalle $]-180^o\,;180^o]$, résoudre leséquations suivantes :

   a. $\cos x = \frac{1}{2}$ b. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ c. $\sin x = -\frac{1}{2}$

3. Dans l'intervalle $]-180^o\,;180^o]$, résoudre les équations suivantes :

   a. $\sin x = \frac{1}{2}$ b. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ c. $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

4. Que peut-on dire de l'ensemble des solutions de chacune des équations précédentes, si on cherche la mesure des angles dans l'ensemble $\mathbb{R}$?

5. Equations :

Exercice 7726

1. On considère l'équation : $(E)\colon \sin(x) = \frac{1}{2}$
   Justifier que chaque élément de l'ensemble :
   $$\left\{\frac{\pi}{6}\,;\frac{13\cdot\pi}{6}\,;\frac{25\cdot\pi}{6}\,;\frac{37\cdot\pi}{6}\right\}$$
   est une solution de l'équation (E).

2. On considère l'équation : $(F)\colon \cos(2\cdot x) = \frac{1}{2}$

   a. Justifier que chaque élément de l'ensemble $\left\{-\frac{\pi}{6}\,;\frac{\pi}{6}\right\}$ est une solutions de l'équation (F).

   b. Pour tout entier relatif k $(k \in \mathbb{Z})$, justifier que les nombres $-\frac{\pi}{6}+k\cdot\pi$ et $\frac{\pi}{6}+k\cdot\pi$ sont solution de l'équation (F).

   c. En déduire les valeurs des quatre solutions de l'équation (F) appartenant à l'intervalle des mesures principales $]-\pi\,;\pi]$.

Exercice 7703

Résoudre les équations suivantes dans l'intervalle $]-\pi\,;\pi]$ des mesures principales :

a. $\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ b. $\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 7725

Dans l'intervalle $]-\pi\,;\pi]$ des mesures principales, résoudre les deux équations suivantes :

a. $\cos(2\cdot x) = \frac{1}{2}$ b. $\sin(2\cdot x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Exercice 8203

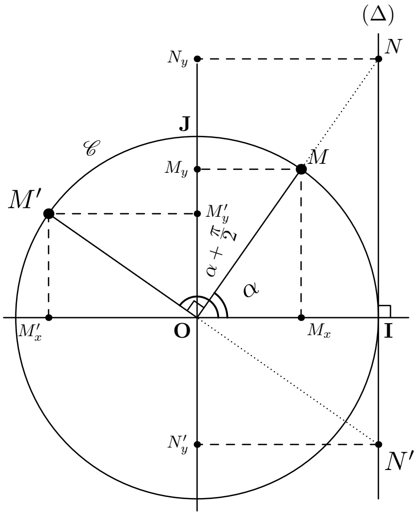
Résoudre, dans l'intervalle $]-\pi\,;\pi]$, les équations suivantes :

a. $\sin(2\cdot x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ b. $\cos\left(3\cdot x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

6. Relation entre cosinus et sinus :

Exercice réservé 528

Dans le plan munit d'un repère orthonormé et pour $\alpha \in \mathbb{R}$, on considère deux points $M(\alpha)$ et $M'\left(\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)$ du cercle trigonométrique.

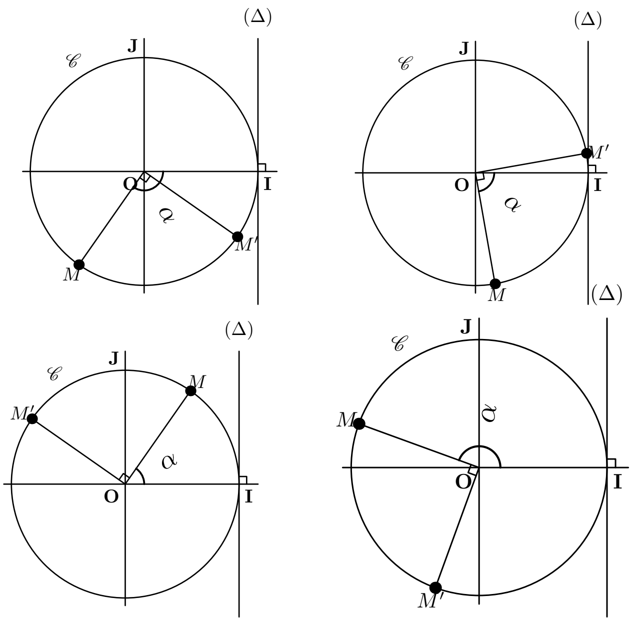


1. A l'aide des coordonnées des points figurant sur la figure, donner les valeurs du cosinus, sinus et tangente pour les angles α et $\alpha+\dfrac{\pi}{2}$.

2. (a) Par quel transformation, le triangle OMM_x a pour image le triangle $OM'M'_y$?

   (b) En déduire les valeurs de $\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)$ et $\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)$ en fonction de $\cos(\alpha)$ et $\sin(\alpha)$.

3. Nous allons déterminer le signe des différentes valeurs des fonctions trigonométriques pour les angles α et $\alpha+\dfrac{\pi}{2}$. Ceci afin de s'assurer de la validité des formules trouvées à la question 2. quel que soit la valeur de l'angle α :



	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$\tan\alpha$
$\alpha\in\left]0\,;\dfrac{\pi}{2}\right[$			
$\alpha\in\left]\dfrac{\pi}{2}\,;\pi\right[$			
$\alpha\in\left]-\pi\,;-\dfrac{\pi}{2}\right[$			
$\alpha\in\left]-\dfrac{\pi}{2}\,;0\right[$			

	$\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)$	$\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)$	$\tan\left(\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)$
$\alpha\in\left]0\,;\dfrac{\pi}{2}\right[$			
$\alpha\in\left]\dfrac{\pi}{2}\,;\pi\right[$			
$\alpha\in\left]-\pi\,;-\dfrac{\pi}{2}\right[$			
$\alpha\in\left]-\dfrac{\pi}{2}\,;0\right[$			

On en déduit que :

$$\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}{\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}=\frac{\cos\alpha}{-\sin\alpha}=-\tan\alpha.$$

Question subsidiaire :
Nous allons montrer d'une autre manière que :

$$\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)=\frac{-1}{\tan\alpha}:$$

4. (a) Exprimer ON en fonction de α.

   (b) En utilisant le fait que $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha$, exprimer la valeur de ON' en fonction de α

   (c) En déduire l'aire du triangle ONN'.

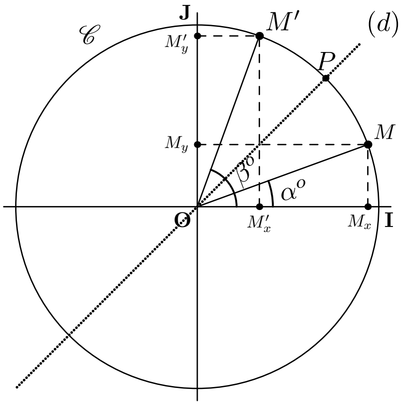
5. En utilisant le fait que (OI) est la hauteur du triangle ONN' issue de O, exprimer l'aire du triangle ONN' d'une autre façon.

6. Etablir la formule suivante :
$$IN'+\tan\alpha=\frac{1}{\cos\alpha}\times\frac{1}{\sin\alpha}$$

7. En déduire la relation : $\tan\left(\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{-1}{\tan\alpha}$.

Exercice réservé 529

Dans le repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$, on considère le cercle $\mathscr{C}$ trigonométrique : c'est à dire le cercle de centre O et de rayon 1.
On note les points M et M' respectivement repéré par les angles complémentaires α et β $\left(\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{2}\right)$.
On note :
$M(\alpha)$ et $M'(\beta)$



On note (d) la bissectrice de l'angle $\widehat{JOI}$ et P le point d'intersection de $\mathscr{C}$ avec (d)

1. Dans cette question, nous allons montrer que les deux points M et M' sont symétriques relativement à la droite (d). Pour cela, notons N le symétrique du point M par rapport à la droite (d) :

   (a) Justifier que le point N est un point du cercle $\mathscr{C}$.

   (b) Donner la mesure de l'angle $\widehat{JON}$ en fonction de α.
   En déduire que le point N appartient à la demi-droite

$[OM')$.

(c.) Justifier que le symétrique de M relativement à la droite (d) est le point M'.

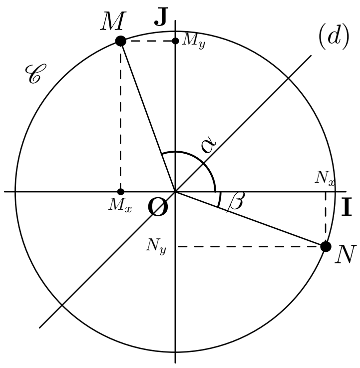
On note M_x *(resp.* M'_x*)* le projeté orthogonal sur l'axe des abscisses et M_y *(resp.* M'_y*)* le projeté orthogonal sur l'axe des ordonnées du point M *(resp.* M'*)*

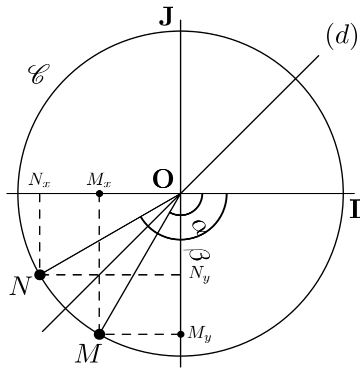
2. (a.) Etablir des liens entre les coordonnées des points M et M' dans le repère $(O\,;I\,;J)$.

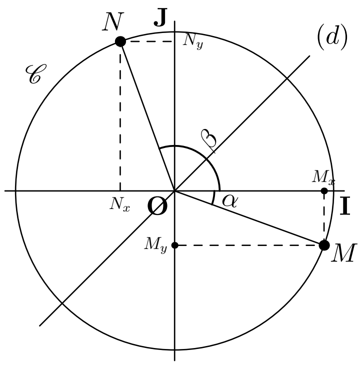
(b.) En déduire les relations suivantes :

$$\cos\alpha = \sin\Big(\frac{\pi}{2}-\alpha\Big) \quad ; \quad \sin\alpha = \cos\Big(\frac{\pi}{2}-\alpha\Big)$$

Pour finir l'étude de comparaison du cosinus et du sinus de deux angles complémentaire, il faut aussi voir ce qui se passe si le point M se trouve sur un autre quadrant sur le cercle trigonométrique. On considère deux points M et N du cercle trigonométrique caractérisés respectivement par les angles α et β ainsi que leurs projetés orthogonaux respectifs sur les axes du repère :







3. (a.) Pour chacune des trois figures ci-dessous, établir oralement la véracité de l'assertion ci-dessous :

Les angles α et β sont complémentaire si, et seulement si, les points M et N sont symétriques relativement à la droite (d)

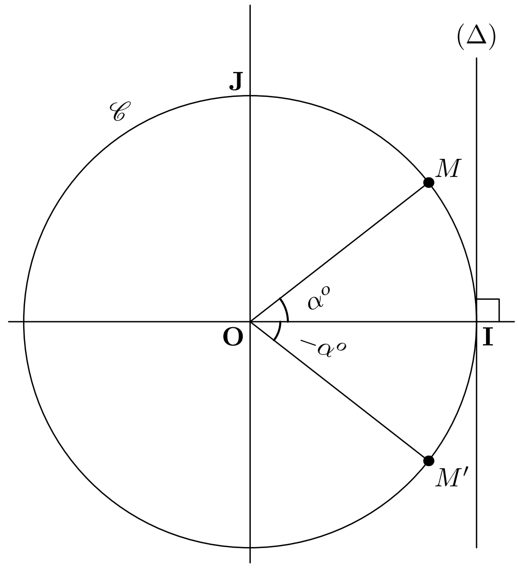
(b.) Justifier que ceci nous suffit pour établir pour toute valeur de α, les égalités suivantes :

$$\cos\alpha = \sin\Big(\frac{\pi}{2}-\alpha\Big) \quad ; \quad \sin\alpha = \cos\Big(\frac{\pi}{2}-\alpha\Big)$$

4. En déduire la relation liant $\tan\alpha$ et $\tan\Big(\frac{\pi}{2}-\alpha\Big)$

Exercice réservé 538

On considère un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ et le cercle trigonométrique de ce repère : c'est à dire le cercle de centre O et de rayon 1. La droite (Δ) est la tangente en I au cercle $\mathscr{C}$.



Soit α un nombre réel quelconque. On considère les points $M(\alpha)$ et $M'(-\alpha)$.

Un exemple de cette situation est donnée dans le graphique ci-contre.

1. Pour mettre en évidence, les différentes valeurs des fonctions trigonométriques associées aux angles α et $-\alpha$:

(a.) Tracer le projeté orthogonal de M sur la droite (OI). Le nommer M_x.

(b.) Tracer le projeté orthogonal de M sur la droite (OJ). Le nommer M_y.

(c.) Nommer N le point d'intersection des droites (OM) et (Δ).
Tracer le projeté orthogonal de N sur la droite (OJ). Le nommer N_y.

(d.) Faîtes de même pour le point M'

2. (a.) Comparer les abscisses des points M et M'.

(b.) En déduire une relation entre $\cos\alpha$ et $\cos(-\alpha)$?.

3. (a.) Comparer les ordonnées des points M et M'.

(b.) En déduire une relation entre $\sin\alpha$ et $\sin(-\alpha)$?.

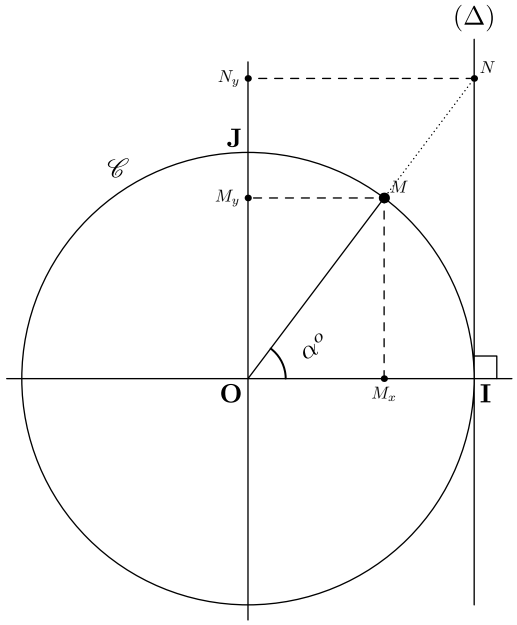
4. (a.) Comparer les ordonnées des points N et N'.

(b.) En déduire une relation entre $\tan\alpha$ et $\tan(-\alpha)$?.

7. Introduction au cercle trigonométrique :

Exercice réservé 533

On considère le plan muni du repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$. Soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre O et **de rayon 1** : ce cercle s'appelle le *cercle trigonométrique*.



On considère la tangente (Δ) au cercle $\mathscr{C}$ passant par le point I et perpendiculaire à l'axe des abscisses.

On place un point M sur le cercle $\mathscr{C}$, on note :

- On repère ce point par l'angle $\alpha = \widehat{IOM}$
- M_x le projeté orthogonal de M sur l'axe (OI) ;
- M_y le projeté orthogonal de M sur l'axe (OJ) ;

On repère ainsi le point M par l'angle qu'il définit : on note $M(\alpha)$, ou par ses coordonnées cartésiennes $M(M_x\,;M_y)$.

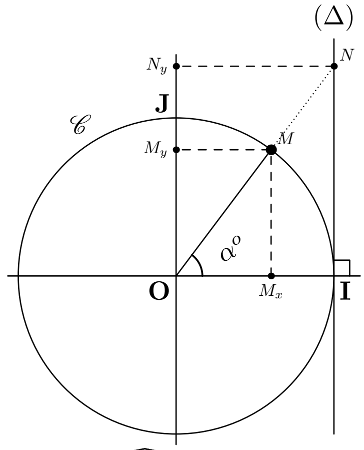
Le point N, s'il existe, est l'intersection de la droite (Δ) avec la droite (OM). On note :

- N_y le projeté orthogonal de N sur (OJ) ;

1. On se place dans le triangle OMM_x :
   a. Quel est la nature du triangle OMM_x. Justifier.
   b. Etablir les égalités suivantes :
   $\cos\alpha = OM_x \quad ; \quad \sin\alpha = MM_x$
2. Dans le triangle ONI rectangle en I, établir l'égalité suivante :
   $\tan\alpha = NI$
3. Relativement à l'angle α, dire ce que représente les longueurs OM_x, OM_y et ON_y.
4. Aux vues du travail effectué précédemment, justifier l'égalité :
   $\big(\cos\alpha\big)^2 + \big(\sin\alpha\big)^2 = 1$

Exercice 2183

On considère le plan muni du repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$. Soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre O et **de rayon 1** : ce cercle s'appelle le *cercle trigonométrique*.



On considère la tangente (Δ) au cercle $\mathscr{C}$ passant par le point I et perpendiculaire à l'axe des abscisses.

On place un point M sur le cercle $\mathscr{C}$, on note :

- On repère ce point par l'angle $\alpha = \widehat{IOM}$
- M_x le projeté orthogonal de M sur l'axe (OI) ;
- M_y le projeté orthogonal de M sur l'axe (OJ) ;

On repère ainsi le point M par l'angle qu'il définit : on note $M(\alpha)$, ou par ses coordonnées cartésiennes $M(M_x\,;M_y)$.

Le point N, s'il existe, est l'intersection de la droite (Δ) avec la droite (OM). On note :

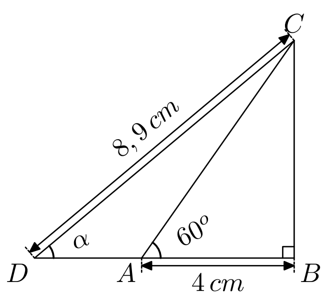
- N_y le projeté orthogonal de N sur (OJ) ;

1. On se place dans le triangle OMM_x :
   a. Quel est la nature du triangle OMM_x. Justifier.
   b. Etablir les égalités suivantes :
   $\cos\alpha = OM_x \quad ; \quad \sin\alpha = MM_x$
2. Dans le triangle ONI rectangle en I, établir l'égalité suivante : $\tan\alpha = NI$
3. Relativement à l'angle α, dire ce que représente l'abscisse du point M, l'ordonnée du point M et l'ordonnée du point N.
4. Etablir l'identité : $\big(\cos\alpha\big)^2 + \big(\sin\alpha\big)^2 = 1$

8. Rappels :

Exercice 6038

On considère le triangle ABC rectangle en B représenté ci-dessous :

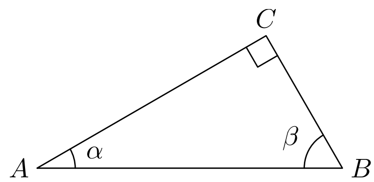


1. Déterminer la longueur du segment $[BC]$ arrondie au millimètre près.
2. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{CDB}$ arrondie au degré près.

Exercice 2182

On considère un triangle ABC rectangle en C. On note :

$\alpha = \widehat{CAB} \quad ; \quad \beta = \widehat{ABC}$



1. Justifier que les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{CBA}$ sont deux angles complémentaires.
2. a. A l'aide des longueurs des côtés du triangle ABC, exprimer les valeurs de $\cos\alpha$ et $\sin\beta$.
   b. En déduire l'égalité : $\cos\alpha = \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right)$
3. a. A l'aide des longueurs des côtés du triangle ABC, exprimer les valeurs de $\tan\alpha$ et $\tan\beta$

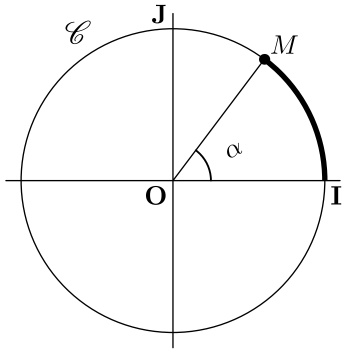
b. En déduire l'égalité : $\tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\frac{1}{\tan\alpha}$

4. Etablir l'égalité : $\left(\cos\alpha\right)^2+\left(\sin\alpha\right)^2=1$

9. Radians :

Exercice réservé 534

Dans un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$, on considère un cercle de centre O et de rayon 1 *(ce cercle passe par les points I et J)*.
Un point M du cercle est repéré par la mesure de l'angle $\widehat{MOI}$



1. a. Donner la mesure de la circonférence du cercle.

 b. Compléter le tableau suivant :

Valeur de α	0	360	180	90
Longueur de l'arc $\widehat{IM}$				

 c. Que peut-on dire du tableau ci-dessus?

2. A l'aide de la proportionnalité, compléter le tableau ci-dessous :

Valeur de α	36	45	60	30
Longueur de l'arc $\widehat{IM}$				

Exercice réservé 2203

1. Déterminer la mesure exacte en radian des angles suivants :

 a. 90^o b. 60^o c. 45^o
 d. 30^o e. 72^o f. 1^o

2. Déterminer la mesure exacte en degré des angles suivants :

 a. $\frac{\pi}{2}$ rad b. $\frac{\pi}{3}$ rad c. $\frac{\pi}{6}$ rad
 d. $\frac{3{\cdot}\pi}{5}$ rad e. $\frac{\pi}{12}$ rad f. $\frac{3{\cdot}\pi}{4}$ rad

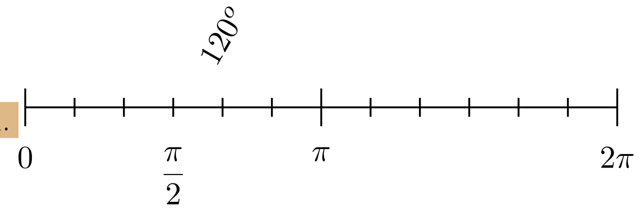
3. Compléter les pointillés ci-dessous avec les valeurs adéquates, approchées au millième près :

 a. $66^o\approx\ldots$rad b. $137^o\approx\ldots$rad
 c. $2\,\text{rad}\approx\ldots{}^o$ d. $0{,}69\,\text{rad}\approx\ldots{}^o$

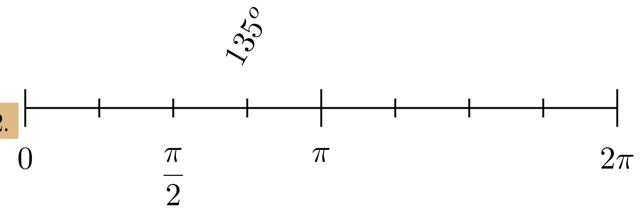
Exercice 2721

Ci-dessous sont représentées deux droites graduées représentant les mesures d'un angle en radian sur l'intervalle $[0\,;2\pi]$.

1.



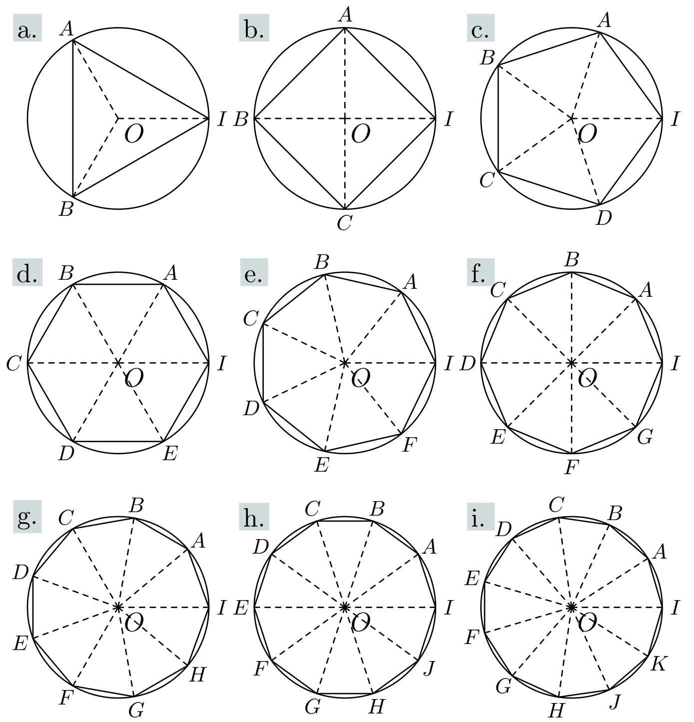
2.



Compléter la graduation du bas *(représentant une mesure d'angle en radian)*, puis compléter les valeurs du haut représentant la conversion correspondante en degré :

Exercice 2188

On a représenté ci-dessous les neufs premiers polygones réguliers inscrit dans le cercle trigonométrique.



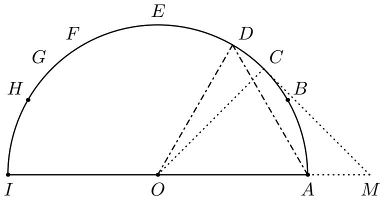
1. Donner la mesure, en radians, de l'angle au centre séparant deux sommets consécutifs de chacun de ces polygones :

2. Nommer chacun de ces polygones.

10. Angles remarquables :

Exercice 7550

On considère la figure ci-dessous, où $\mathscr{C}$ est un demi-cercle de centre O et admettant le segment $[IA]$ pour diamètre :



Les autres points présents sur cette figure appartiennent au demi-cercle $\mathscr{C}$ et vérifient les propriétés suivantes :

- Le triangle OAD est un triangle équilatéral ;
- Le triangle OCM est un triangle rectangle isocèle en C ;
- Le triangle AEO est un triangle rectangle en O ;
- La demi-droite $[OB)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{DOA}$;
- Le point F est le symétrique du point D par rapport à la droite (EO) ;
- Les mesures des angles $\widehat{AOG}$ et $\widehat{AOC}$ sont supplémentaires ;
- Le point H est le point d'intersection du demi-cercle $\mathscr{C}$ avec la droite parallèle à la droite (AI) et passant par le point B.

Donner la mesure exacte des angles ci-dessous en radian :

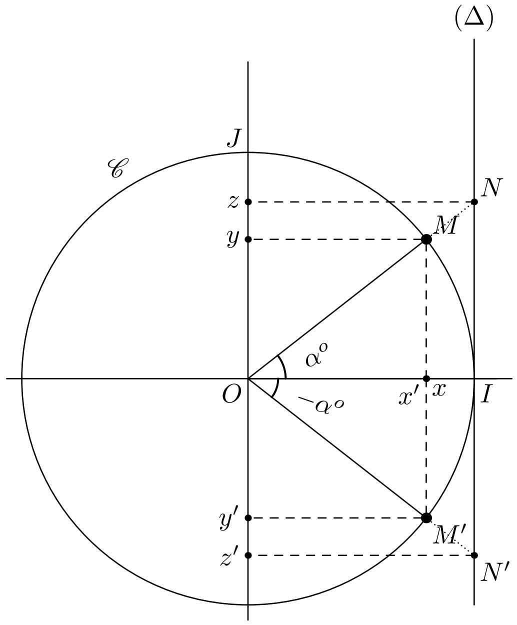
a. $\widehat{AOB}$	b. $\widehat{AOC}$	c. $\widehat{AOD}$	d. $\widehat{AOE}$
e. $\widehat{AOF}$	f. $\widehat{AOG}$	g. $\widehat{AOH}$	h. $\widehat{AOI}$

255. Exercices non-classés :

Exercice 591

Sur le cercle trigonométrique, on repère le point M et M' relativement à partir des $\widehat{IOM}$ et $\widehat{IOM'}$ qu'ils forment à partir de l'axe des abscisses.

1. Comparer : $\cos\alpha$ et $\cos(-\alpha)$.
2. Comparer : $\sin\alpha$ et $\sin(-\alpha)$.



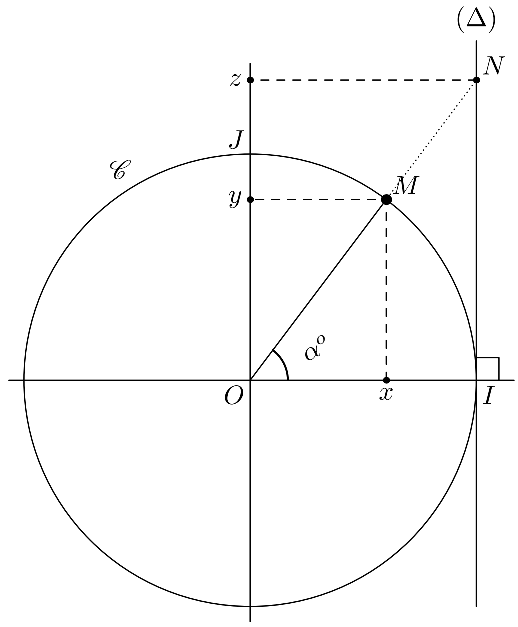
Exercice 596

On considère le plan muni du repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$. Soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre O et de rayon 1 : ce cercle s'appelle le *cercle trigonométrique*. On considère la droite (Δ) passant par le point I et perpendiculaire à l'axe des abscisses.

On considère le point M du plan appartenant au cercle $\mathscr{C}$, l'angle $\widehat{MOI}$ mesure α degré.

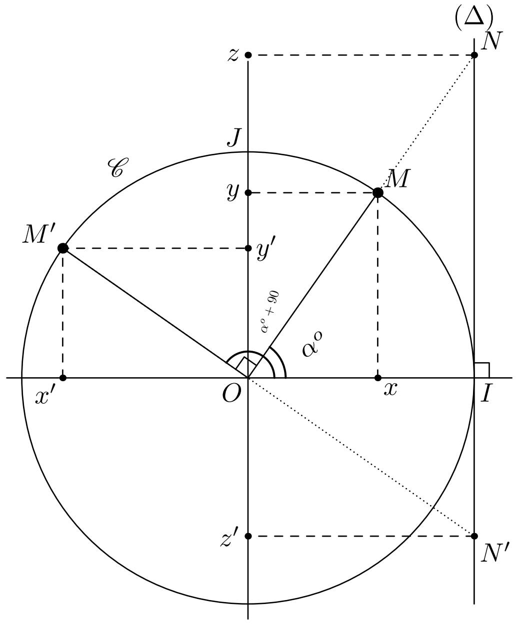
1. Donner une relation faisant intervenir la longueur x et la mesure de l'angle α.
2. Faîtes de même avec la longueur y et l'angle α.
3. a. En étudiant le rapport $\dfrac{NI}{OI}$, donner une relation dans le cercle trigonométrique entre la longueur z et l'angle α.

   b. Comment s'appelle la droite (Δ) relativement au cercle $\mathscr{C}$



Exercice 597

Sur le cercle trigonométrique, le point M est repéré à partir de l'angle α et le point M' est repéré à l'aide de l'angle $\alpha+90$.

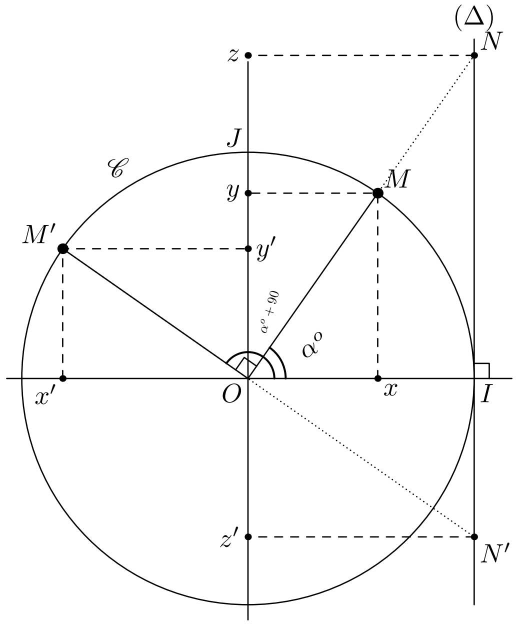


1. Donner en fonction de α, la mesure de l'angle $\widehat{x'M'O}$.

2. Trouver des relations entre les valeurs de $\cos\alpha$, $\cos(\alpha+90)$, $\sin\alpha$ et $\sin(\alpha+90)$.

Exercice 599

Sur le cercle trigonométrique, le point M est repéré à partir de l'angle α et le point M' est repéré à l'aide de l'angle $\alpha+90$.



1. Donner en fonction de α, la mesure de l'angle $\widehat{x'M'O}$.

2. Trouver des relations entre les valeurs de :
$\cos\alpha$; $\cos(\alpha+90)$; $\sin\alpha$; $\sin(\alpha+90)$

Exercice 601

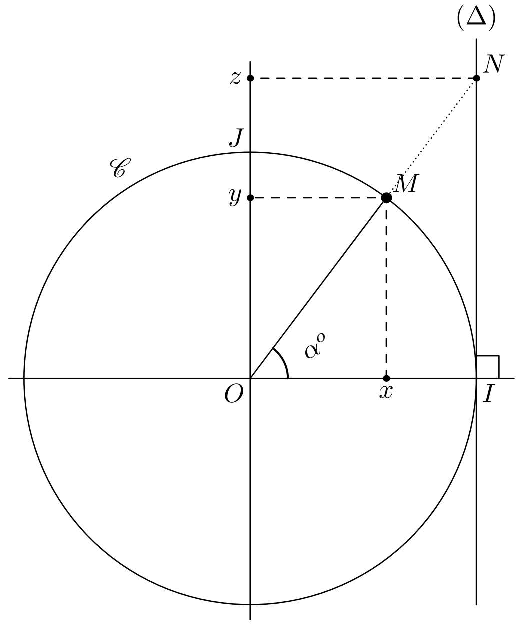
On considère le plan muni du repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$. Soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre O et de rayon 1 : ce cercle s'appelle le *cercle trigonométrique*. On considère la droite (Δ) passant par le point I et perpendiculaire à l'axe des abscisses.
On considère le point M du plan appartenant au cercle $\mathscr{C}$, l'angle $\widehat{MOI}$ mesure α degré.

1. Donner une relation faisant intervenir la longueur x et la mesure de l'angle α.

2. Faîtes de même avec la longueur y et α.

3. a. En étudiant le rapport $\dfrac{NI}{OI}$, donner une relation dans le cercle trigonométrique entre la longueur z et l'angle α.

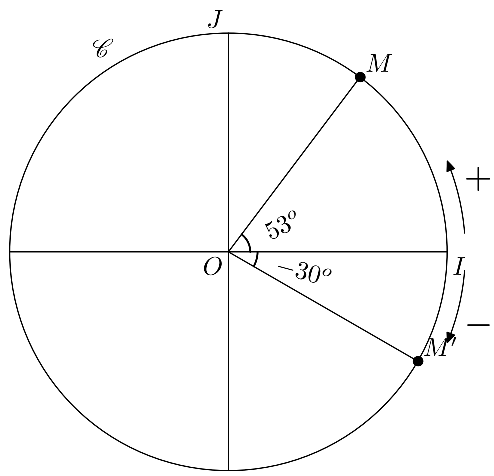
   b. Comment s'appelle la droite (Δ) relativement au cercle $\mathscr{C}$



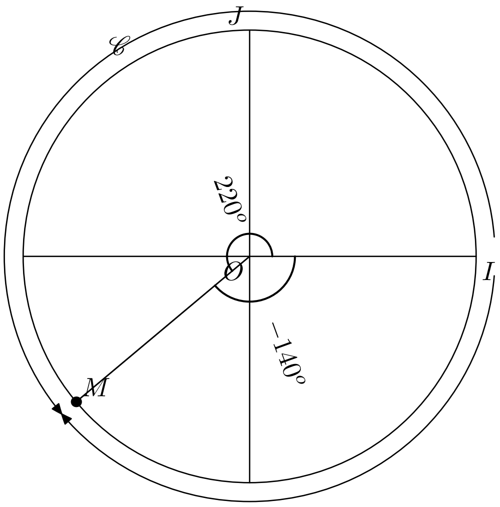
Exercice 595

Le plan est muni d'un repère orthonomal $(O\,;I\,;J)$.
On appelle cercle trigonométrique, le cercle de centre O l'origine du repère et de rayon 1.
Pour caractériser tout point M du cercle, on mesure l'angle $\widehat{MOI}$. C'est le début des repères polaires où chaque point sera caratérisé de manière unique relativement à leur distance à l'origine du repère et l'angle cité précédemment.

Un angle aura une valeur positive si on parcourt l'arc $\widehat{IM}$ dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Et l'angle sera négatif, si on parcourt ce même arc dans le sens des aiguilles d'une montre.



Tout point du cercle peut être repéré par un angle. Mais, on peut facilement associer deux angles à un seul point :



De même, on pourra parler également d'angle faisant plus d'un tour. Mais, la géomt́rie plane nétudiant pas des figures dynamiques mais plutôt des configurations fixes du plan, parler d'un angle de 390^o et de 30^o revient au même

1. Que peut-on dire des points caractérisés par les angles:
   $30^o \quad ; \quad -330^o \quad ; \quad 390^o$

2. Donner 5 angles caractérisitiques

