

Nom :

Prénom :

Note et Remarques

Une calculatrice dispose d'une touche \oplus qui, pour deux nombres a et b donnés, donne le nombre noté $a \oplus b$ et égal à $a + b + ab$.

Ainsi : $3 \oplus 5 = 23$.

Cette calculatrice fonctionne de la manière suivante : chaque fois que l'on introduit un nombre, elle calcule le résultat de l'opération \oplus de ce nombre avec le nombre précédemment affiché, et affiche le nouveau résultat. Pour la mise en marche, la calculatrice affiche 0.

1. Un utilisateur entre successivement les trois nombres 5 ; 10 et 20. Quel est le dernier résultat affiché par la calculatrice ?
2. Un utilisateur entre successivement les quatre nombres 3 ; 8 ; 8 et 100. Quel est le dernier résultat affiché par la calculatrice ?
3. Justifier que dès que l'on entre la valeur -1 , le résultat obtenu est -1 ; et que réciproquement, le résultat -1 ne peut être obtenu qu'après avoir entré la valeur -1 .
4. Montrer que pour tout nombre a entré différent de -1 , le résultat 0 ne peut être obtenu qu'avec un seul nombre b que l'on exprimera en fonction de a .
5. Un utilisateur introduit successivement quatre nombres entiers naturels a, b, c et d tels que $a \leq b \leq c \leq d$.
 - a. Montrer que le dernier résultat affiché par la calculatrice peut s'écrire sous la forme :
$$(a + 1)(b + 1)(c + 1)(d + 1) - 1.$$
On pourra utiliser l'égalité $a + b + ab = (a + 1)(b + 1) - 1$.
 - b. Sachant que la calculatrice affiche le résultat 2020, déterminer les nombres a, b, c et d introduits par l'utilisateur.
 - c. Que peut-on dire des quatre nombres a, b, c et d si le résultat affiché par la calculatrice est 2026 ?
 - d. Quel nombre entier naturel doit-on entrer quatre fois de suite pour obtenir un résultat égal à 9 999 ?