

Nom :

Prénom :

Note et Remarques

Une calculatrice dispose d'une touche  $\oplus$  qui, pour deux nombres  $a$  et  $b$  donnés, donne le nombre noté  $a \oplus b$  et égal à  $a + b + ab$ .

Ainsi :  $3 \oplus 5 = 23$ .

Cette calculatrice fonctionne de la manière suivante : chaque fois que l'on introduit un nombre, elle calcule le résultat de l'opération  $\oplus$  de ce nombre avec le nombre précédemment affiché, et affiche le nouveau résultat. Pour la mise en marche, la calculatrice affiche 0.

1. Un utilisateur entre successivement les trois nombres 5 ; 10 et 20. Quel est le dernier résultat affiché par la calculatrice ?
2. Un utilisateur entre successivement les quatre nombres 3 ; 8 ; 8 et 100. Quel est le dernier résultat affiché par la calculatrice ?
3. Justifier que dès que l'on entre la valeur  $-1$ , le résultat obtenu est  $-1$ ; et que réciproquement, le résultat  $-1$  ne peut être obtenu qu'après avoir entré la valeur  $-1$ .
4. Montrer que pour tout nombre  $a$  entré différent de  $-1$ , le résultat 0 ne peut être obtenu qu'avec un seul nombre  $b$  que l'on exprimera en fonction de  $a$ .
5. Un utilisateur introduit successivement quatre nombres entiers naturels  $a, b, c$  et  $d$  tels que  $a \leq b \leq c \leq d$ .
  - a. Montrer que le dernier résultat affiché par la calculatrice peut s'écrire sous la forme :
 
$$(a + 1)(b + 1)(c + 1)(d + 1) - 1.$$
 On pourra utiliser l'égalité  $a + b + ab = (a + 1)(b + 1) - 1$ .
  - b. Sachant que la calculatrice affiche le résultat 2020, déterminer les nombres  $a, b, c$  et  $d$  introduits par l'utilisateur.
  - c. Que peut-on dire des quatre nombres  $a, b, c$  et  $d$  si le résultat affiché par la calculatrice est 2026 ?
  - d. Quel nombre entier naturel doit-on entrer quatre fois de suite pour obtenir un résultat égal à 9 999 ?