HOUPERT N.

A chaque fois que vous rencontrerez un pictogramme AURASMA, flashez le avec l'appli aurasma. Le cours sur la notion apparaîtra en réalité augmentée. Prenez soin de mettre vos écouteurs afin de ne pas perturber vos camarades.

## *Problématiques pédagogiques :*

- Comment caractériser des intervalles simples ?
- Comment caractériser des réunions ou intersections d'intervalles ?
- Comment caractériser les différents ensembles de nombres ?
- Comment résoudre une inéquation du premier degré par le calcul ?
- Comment résoudre une inéquation du premier degré graphiquement ?

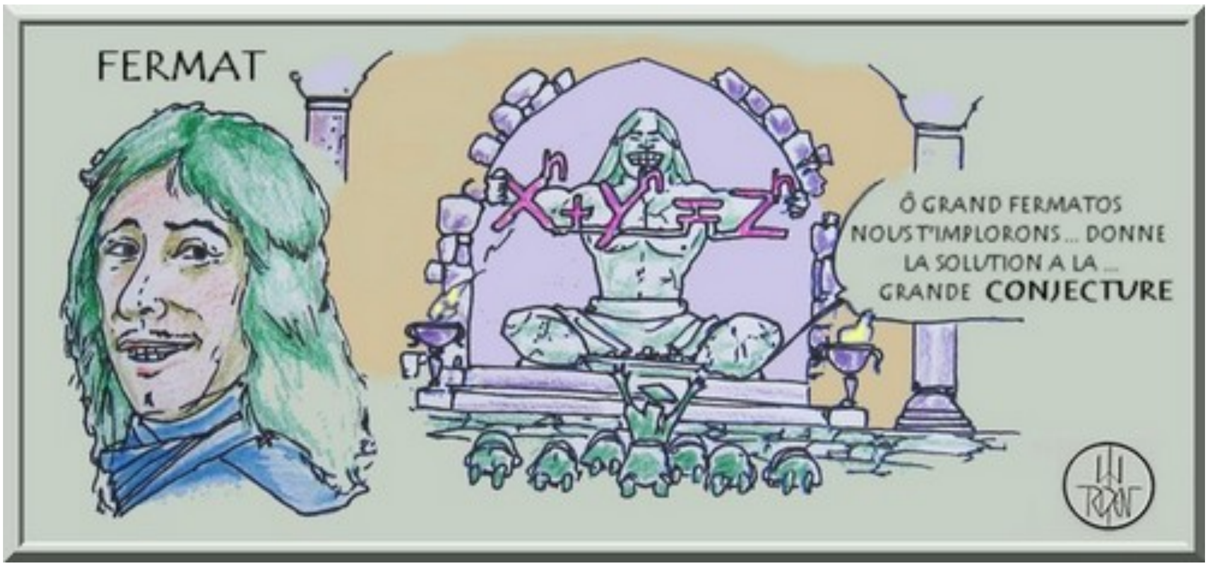
## *Algorithmique :*

- Notion de variable
- Lire et comprendre un algorithme

## *Histoire :*

- Pierre de Fermat $XVII^{\text{ème}}$ siècle

## Pierre de Fermat $XVII^{ème}$




**S**es activités scientifiques pour lesquelles il s'adonne en amateur, le consacrent comme un génie de son temps. Il ne s'intéresse aux mathématiques que par plaisir, adore la démonstration et propose des méthodes innovantes. Pourtant *Fermat* ne publiera rien de son vivant ; l'essentiel de ses travaux se dispersent au travers de correspondances avec quelques-uns des plus grands scientifiques de son temps tels que *Galilée (1564 ; 1642)*, René Descartes (1596 ; 1650), Blaise Pascal (1623 ; 1662) ou *Marin Mersenne* (1588 ; 1648).

En 1632, *Fermat* rencontre pour la première fois *Pierre de Carcavi*, un autre conseiller au parlement de Toulouse avec lequel il se lie d'amitié et partage son goût pour les sciences. C'est avec lui et *Mersenne* que *Fermat* traite de problèmes sur la chute des corps déjà exposés par *Galilée*.

En parallèle avec *Descartes*, avec qui *Fermat* correspond et n'est pas toujours en accord, il développe la notion de représentation graphique d'une fonction. Pour Descartes, le repère permet de résoudre un problème de géométrie alors que *Fermat* part directement d'une expression algébrique pour tracer la courbe.
Ses **travaux en analyse** sont les bases du calcul différentiel que reprendront un peu plus tard Isaac Newton (1643 ; 1727) et Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646 ; 1716). *Fermat* approche la notion de dérivée pour trouver les minima et maxima de fonctions polynômes et développe une méthode d'intégration proche de celle utilisée aujourd'hui.

Mais ce qui passionne le plus *Fermat*, ce sont les problèmes de l'Antiquité. Il expose et développe des **travaux d'arithmétique** de Pythagore de Samos (-569 ; -475), Euclide d'Alexandrie (-320 ; -260), Archimède de Syracuse (-287 ; -212), *Eudoxe de Cnide* (-408 ; -355) et Diophante d'Alexandrie (IIIème siècle de notre ère). C'est dans l'ouvrage de ce dernier, *« Les Arithmétiques »* que *Fermat* renferme toutes ses recherches sur la théorie des nombres. Il y laisse de nombreux énoncés non démontrés que plus tard le mathématicien suisse Leonhard Euler (1707 ; 1783) tentera de résoudre. On y trouve en particulier l'un des problèmes les plus célèbres de l'histoire des mathématiques : La conjecture de Fermat.

$$\text{« } L'\acute{e}quation\ x^n + y^n = z^n\ n'a\ pas\ de\ solution\ avec\ x, y, z > 0\ et\ n > 2 \text{ ».}$$

## Comment caractériser les intervalles simples ?

| Nom | Expert | Acquis | En cours d'acquisition | Non acquis |
|---|---|---|---|---|
| Évaluation du niveau de maitrise du socle | Très bonne maitrise | Maitrise satisfaisante | Maitrise fragile | Maitrise insuffisante |

1. Associer à chaque famille d'intervalles, une inégalité mathématique :

| | |
|---|---|
| $[a, b]$ | $a \leq x < b$ |
| $]a, b[$ | $a \leq x \leq b$ |
| $[a, b[$ | $a < x < b$ |
| $[a, +\infty[$ | $x \leq b$ |
| $]-\infty, b]$ | $x \geq a$ |
| $]a, b]$ | $a < x \leq b$ |

2. Compléter le QCM suivant en barrant les réponses fausses :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $3 \in$ | $[2,8]$ | $]3,5[$ | $[-1,1[$ | $]-4,3]$ |
| $x \leq 3$ correspond à l'intervalle | $[-3,3]$ | $]-\infty, 3[$ | $[3, +\infty[$ | $]-\infty, 3]$ |
| $x$ est compris entre 2 et 5 strictement | $[2,5]$ | $]2,5[$ | $[2,5[$ | $]2,5]$ |
| $[-1,1[$ s'écrit : | $-1 < x \leq 1$ | $1 > x > -1$ | $1 > x \geq -1$ | $-1 \leq x < 1$ |

## Comment caractériser les réunions et intersections d'intervalles ?

| Nom | Expert | Acquis | En cours d'acquisition | Non acquis |
|---|---|---|---|---|
| Évaluation du niveau de maitrise du socle | Très bonne maitrise | Maitrise satisfaisante | Maitrise fragile | Maitrise insuffisante |

3. Traduire les ensembles de nombres suivants à l'aide d'intervalles, de réunions ou d'intersections d'intervalles :

| | |
|---|---|
| Les réels strictement supérieurs à 10 et inférieurs ou égaux à 12 | |
| Les réels compris entre -5 et 7, bornes exclues, ou supérieurs ou égaux à 3 | |
| Les réels positifs ou nuls et inférieurs ou égaux à 25 | |
| Les réels strictement supérieurs à 6 ou négatifs ou nuls | |

4. Déterminer les intersections et les unions des intervalles suivants

1) $I = ]-3;7]$ $et$ $J = [1;+\infty[$

2) $I = ]-\infty;4[$ $et$ $J = [4;10]$

5. L'intervalle K est-il inclus dans l'intervalle J ?

1) $K = [-2;5[$ $\quad \mathrm{J} = [-2;+\infty[$

2) $K = [5;12]$ $\quad \mathrm{J} = [5;12[$

6. Complétez les encadrés ci-dessous :

| | $I \cap J$ | $I \cup J$ |
|---|---|---|
| Si $\mathrm{I} = [3;5]$ et $\mathrm{J} = [4;6]$ | | |
| Si $\mathrm{I} = [3;5[$ et $\mathrm{J} = ]4;6]$ | | |
| Si $\mathrm{I} = ]3;5]$ et $\mathrm{J} = [4;6[$ | | |
| Si $\mathrm{I} = [3;5[$ et $\mathrm{J} = [4;6[$ | | |
| Si $\mathrm{I} = [1;10]$ et $\mathrm{J} = [4;9]$ | | |
| Si $\mathrm{I} = [30;50[$ et $\mathrm{J} = [55;60[$ | | |
| Si $\mathrm{I} = [30;+\infty[$ et $\mathrm{J} = ]-\infty;60]$ | | |
| Si $\mathrm{I} = ]-\infty;5[$ et $\mathrm{J} = [-4;2[$ | | |
| Si $\mathrm{I} = ]-20;5]$ et $\mathrm{J} = [5;+\infty[$ | | |
| Si $\mathrm{I} = ]-20;5[$ et $\mathrm{J} = ]5;+\infty[$ | | |
| Si $\mathrm{I} = ]-20;5[$ et $\mathrm{J} = [5;+\infty[$ | | |

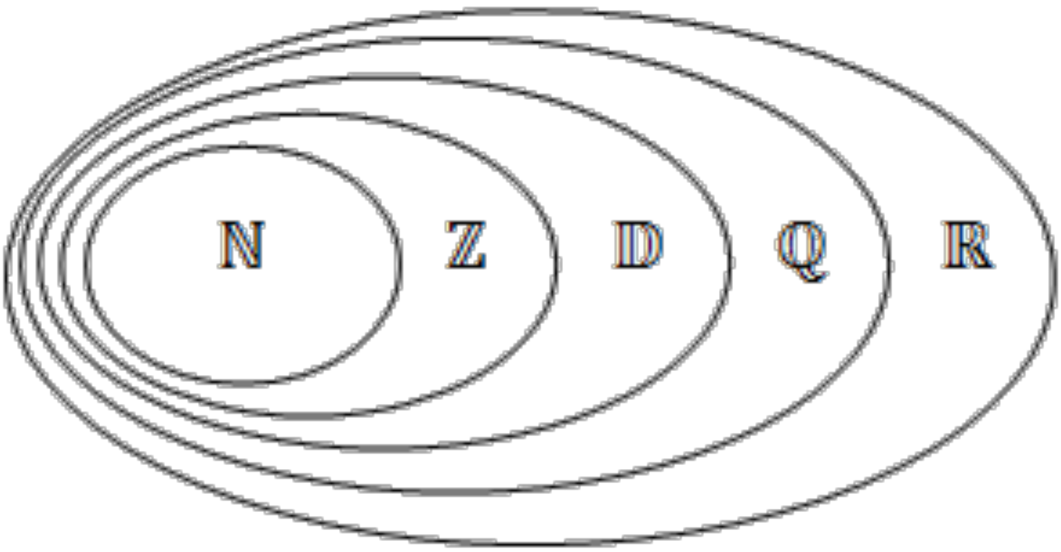
## Comment caractériser les ensembles de nombres ?

| Nom | Expert | Acquis | En cours d'acquisition | Non acquis |
|---|---|---|---|---|
| Évaluation du niveau de maitrise du socle | Très bonne maitrise | Maitrise satisfaisante | Maitrise fragile | Maitrise insuffisante |

7. Classer en mettant des croix les nombres du tableau suivant par famille de nombres :

| Nombre | $\mathbb{N}$ entier naturel | $\mathbb{Z}$ entier relatif | Rationnels | $\mathbb{R}$ réel |
|---|---|---|---|---|
| 2 | | | | |
| -1,4 | | | | |
| -12 | | | | |
| $\pi$ | | | | |
| $\sqrt{2}$ | | | | |
| $\frac{3}{4}$ | | | | |

8. Récapitulons en complétant ce schéma :



## Comment résoudre une inéquation du premier degré par le calcul ?

| Nom | Expert | Acquis | En cours d'acquisition | Non acquis |
|---|---|---|---|---|
| Évaluation du niveau de maitrise du socle | Très bonne maitrise | Maitrise satisfaisante | Maitrise fragile | Maitrise insuffisante |

9. Résoudre les inéquations suivantes et donner les solutions (lorsqu'il en existe) sous la forme d'un intervalle.

a) $4x + 1 > x - 2$
b) $x + 6 \leq 9$
c) $4x > 8$
d) $-4x > 8$
e) $-3x < -9$
f) $4 + x \geq -5x + 10$
g) $8x - 4 > 12x - 8$
h) $x - 4 \leq 5$
i) $\frac{(4x+6)}{10} \geq 13$
j) $7x < -35$
k) $-7x < 35$
l) $8(3x - 5) - 5(2x - 8) \geq 4(3x - 1) + 16$
m) $4(3x - 2) \geq 7x - 8$
n) $x - 1 \leq x + 1$
o) $x^2 + 4 < 0$
p) $(x - 4)^2 \geq -1$
q) $4x + 1 > 2(2x - 1)$

10. Résoudre les inéquations produit suivantes et donner les solutions (lorsqu'il en existe) sous la forme d'un intervalle.

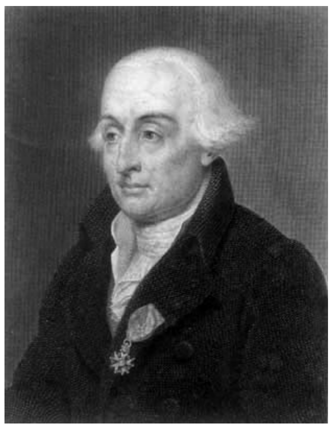
$$(2x + 4)(-x + 3) < 0$$
$$(-3x + 4)(4x + 1) \geq 0$$

11. Résoudre les inéquations quotient suivantes et donner les solutions (lorsqu'il en existe) sous la forme d'un intervalle.

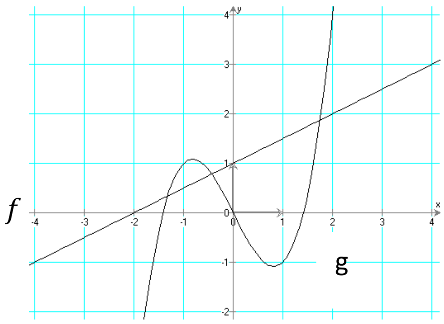
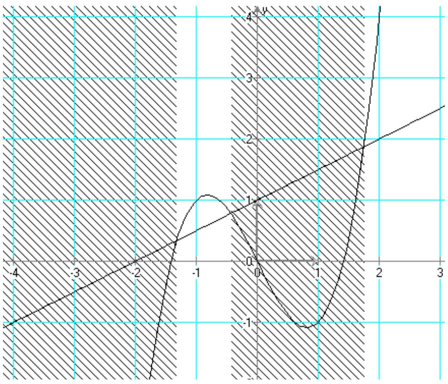
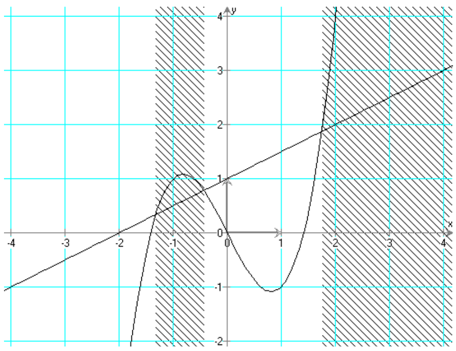
$$\frac{2x+2}{4x+12} \leq 0 \quad \text{et} \quad \frac{-3x+2}{6x-12} \leq 0$$

## Comment résoudre une inéquation du premier degré graphiquement ?

| Nom | Expert | Acquis | En cours d'acquisition | Non acquis |
|---|---|---|---|---|
| Évaluation du niveau de maitrise du socle | Très bonne maitrise | Maitrise satisfaisante | Maitrise fragile | Maitrise insuffisante |



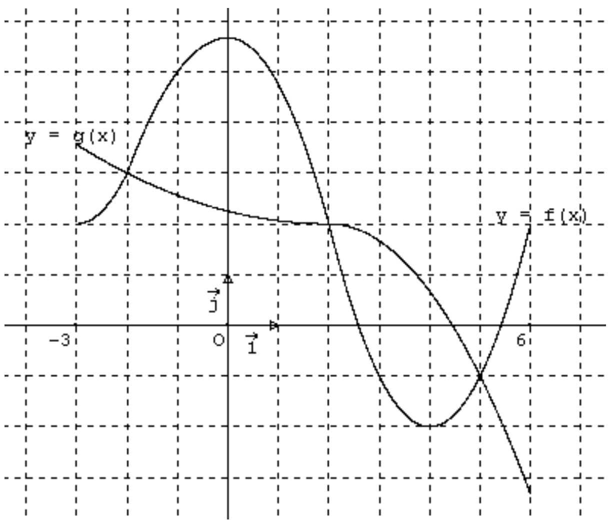
HOUPERT N.

| | | |
|---|---|---|
| $f(x) = g(x)$ |   | Les solutions graphiques de cette équation sont les<br>……………………………………………………………………<br>…………………………………………………………………… |
| $f(x) \leq g(x)$ |  | Les solutions graphiques de cette inéquation sont<br>……………………………………………………………………<br>…………………………………………………………………… |
| $f(x) \geq g(x)$ |  | Les solutions graphiques de cette inéquation sont<br>……………………………………………………………………<br>…………………………………………………………………… |

12. Les fonctions $f$ et $g$ sont définies sur[-3 ; 6] ; leurs représentations graphiques sont données ci-contre.

    Résoudre graphiquement :

    a. l'équation $f(x) = g(x)$ ;
    b. l'inéquation $f(x) \leq g(x)$ ;
    c. l'équation $f(x) = 3$ ;
    d. l'inéquation $g(x) \geq x$.



13. Soient $f(x) = 3x + 2$, et $g(x) = -x + 6$ définies sur $[-5,5]$.

Résoudre par le calcul :

a. l'équation $f(x) = g(x)$ ;
b. l'inéquation $f(x) \leq g(x)$ ;
c. l'équation $f(x) = 3$ ;
d. l'inéquation $g(x) \geq x$.

Représenter graphiquement ces deux fonctions dans un repère,
puis répondre graphiquement aux questions suivantes :

a. Résoudre l'inéquation $f(x) \leq 8$ ;
b. Résoudre l'inéquation $g(x) > 3$
c. Résoudre l'inéquation $f(x) > g(x)$ .

***

## Let's play ....

### MATHEMATICIANS

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| D | V | Y | U | O | P | E | V | Y | A | P | V | N | T | F |
| R | Z | T | O | Y | S | G | G | I | E | W | W | L | T | W |
| D | A | D | M | K | F | N | U | A | E | R | G | R | Q | B |
| E | C | D | L | N | V | A | U | C | Y | T | E | N | Y | F |
| I | Z | N | D | Q | D | R | Y | J | N | B | E | C | P | Z |
| C | L | B | U | P | B | G | E | S | L | E | R | P | X | O |
| R | H | L | C | H | X | A | Q | I | D | I | S | U | G | K |
| D | P | S | U | N | R | L | H | T | K | M | B | Y | X | Z |
| O | O | W | U | O | F | N | K | E | O | I | V | Q | L | J |
| U | S | I | N | M | N | N | L | Y | E | V | Q | F | X | A |
| D | R | Q | W | V | X | R | H | Z | L | Q | P | X | K | U |
| N | F | N | V | O | C | H | E | I | T | V | H | T | J | E |
| R | S | S | Z | D | Z | Y | E | B | D | L | M | B | E | P |
| O | Q | L | V | U | L | W | Q | L | H | Z | J | N | U | N |
| T | H | A | L | E | S | T | I | N | B | I | H | V | U | N |

Eléments de réponse :